

Fonctions affines

Activité découverte

I Définitions

Définition :

Une **fonction affine** f est une fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = ax + b$

Propriétés :

Si $a = 0$ alors la fonction est **constante** et s'écrit sous la forme $f(x) = b$

Si $b = 0$ alors la fonction est **linéaire** et s'écrit sous la forme $f(x) = ax$.

Remarque : Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité.

Application : Exercice 1

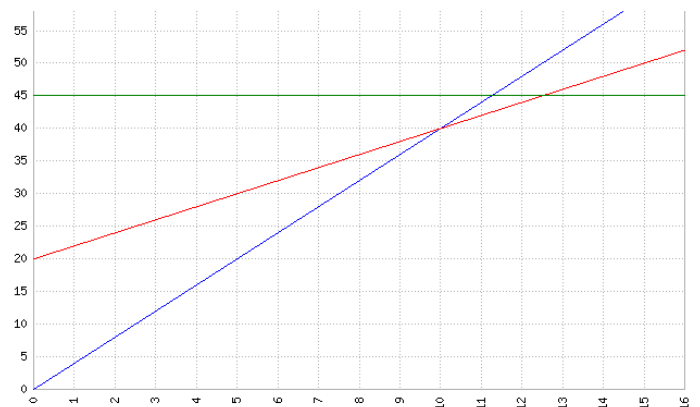
II Représentation graphique d'une fonction affine

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Exemple : On peut tracer les droites représentatives des 3 tarifs de l'activité découverte :

- Le tarif 2, en **rouge**, est une **fonction affine**, représentée par une **droite**.
- Le tarif 1, en **bleu**, est une **fonction linéaire**, représentée par une **droite passant par l'origine**.
- Le tarif 3, en **vert**, est une **fonction constante** représentée par une **droite parallèle à l'axe des abscisses**.



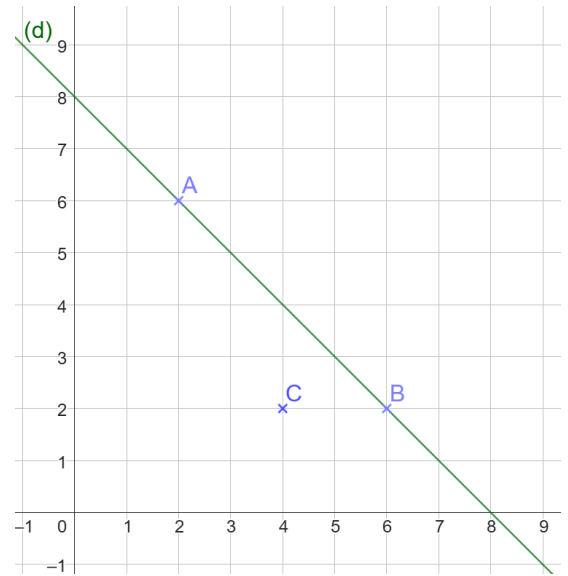
Remarque : Une fonction affine étant représentée par une droite, il suffit de déterminer deux points pour pouvoir la tracer.

Application : Exercice 2

III Fonction affine et droite associée

Exemple : Soit (d) la droite représentative de la fonction affine f définie par $f(x) = -x + 8$

- Si $x = 2$, alors $f(x) = f(2) = -2 + 8 = 6$
Le point A de coordonnées $(2; 6)$ appartient à la droite (d) .
- Si $x = 6$, alors $f(x) = f(6) = -6 + 8 = 2$
Le point B de coordonnées $(6; 2)$ appartient à la droite (d) .
- Si $x = 4$, alors $f(x) = f(4) = -4 + 8 = 4$
Le point C de coordonnées $(4; 2)$ n'appartient pas à la droite (d) .



Définition :

Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ et (d) sa droite représentative

Le point M de coordonnées $(x; f(x))$ appartient à la droite (d)

IV Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Définition :

Soit la fonction affine f définie pour tout réel x par $f(x) = ax + b$

Le nombre a est le **coefficient directeur** (ou pente).

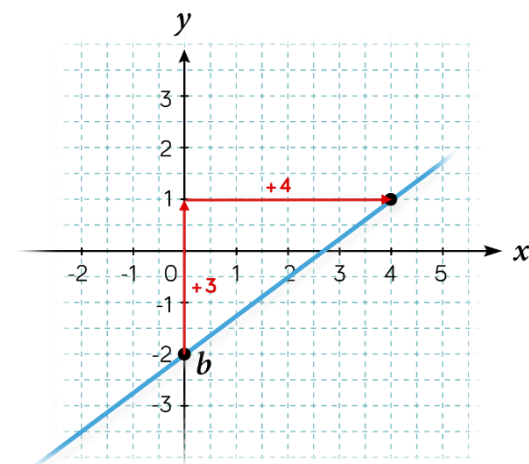
Le nombre b est l'**ordonnée à l'origine**.

1- Déterminer a et b graphiquement

Exemple : Soit f une fonction affine et sa représentation graphique

- Pour déterminer b , il suffit de regarder le point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées. Ici, $b = -2$
- Pour déterminer a , il faut observer le nombre de carreaux dont on se déplace horizontalement et verticalement à partir de b et arriver à un point avec des coordonnées « entières ».

$$a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{3}{4}$$



La fonction affine f est donc définie par $f(x) = \frac{3}{4}x - 2$

Remarques :

- Si le coefficient directeur est **positif**, alors la droite « monte ». On dit que la fonction est **croissante**.
- Si le coefficient directeur est **négatif**, alors la droite « descend ». On dit que la fonction est **décroissante**.

Application : Exercice 3

2- Déterminer a et b par le calcul (hors programme)

Définition :

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points distincts de la droite représentative d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.

Le coefficient directeur a est égal à : $a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : Soient $A(3 ; 2)$ et $B(6 ; 8)$ deux points d'une fonction affine f et d sa droite représentative. On veut déterminer par le calcul l'expression de la fonction f .

- On commence par la valeur du coefficient directeur de la fonction f :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{8 - 2}{6 - 3}$$

$$a = 2$$

Donc : $f(x) = 2x + b$

- On peut ensuite déterminer b en remplaçant x et $f(x)$ dans l'expression de la fonction par les coordonnées d'un point appartenant à la droite d .

$$f(x_A) = 2 \times x_A + b$$

$$2 = 2 \times 3 + b$$

$$2 = 6 + b$$

$$2 - 6 = b$$

$$-4 = b$$

Donc : $f(x) = 2x - 4$

Application : Exercice 4

Fonctions affines (Exercices)

Activité découverte

Voici les tarifs d'entrée dans un club de natation :

Tarif 1 : 4 € l'entrée

Tarif 2 : 2 € l'entrée avec la carte demi-tarif qui coûte 20 €

Tarif 3 : L'abonnement pour l'année coûte 45 €

1/ Calculer pour chaque tarif, à l'aide du tableau suivant, la dépense pour 3 entrées, 8 entrées puis 14 entrées. Dans chaque cas, quel est le tarif le plus intéressant ?

x entrées	$x = 3$	$x = 8$	$x = 14$
Tarif 1			
Tarif 2			
Tarif 3			

2/ Soit x le nombre d'entrées. Exprimer en fonction de x la dépense pour la saison pour chaque tarif.

Exercice 1

Justifier que les fonctions suivantes sont affines en donnant la valeur de a et de b dans l'écriture $x \mapsto ax + b$

1/ $f(x) = 4x + 3$

2/ $g(x) = x$

3/ $h(x) = 5 - 2x$

4/ $i(x) = 7$

5/ $j(x) = 4(x - 2)$

Exercice 2

Soit les fonctions affines f et g définies par :

- $f(x) = 2x - 6$
- $g(x) = -x + 1$

Tracer la représentation graphique de chacune de ces fonctions dans un repère différent.

Exercice 3

On donne cinq fonctions affines :

$$f(x) = -x + 4$$

$$g(x) = 2$$

$$h(x) = 2x$$

$$j(x) = -2x + 4$$

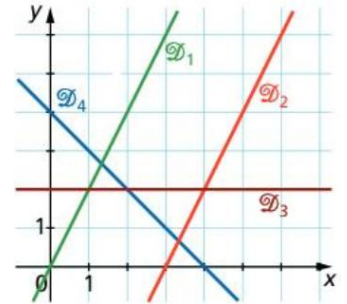
$$k(x) = 2x - 6$$

1/ Parmi les quatre droites tracées ci-dessous, indiquer celle qui représente la fonction g et celle qui représente la fonction k

2/ L'une des fonctions est linéaire : laquelle ? Quelle droite la représente ?

3/ Indiquer le sens de variation de la fonction affine représentée par la droite D_4

4/ Quelle fonction affine est représentée par D_1 ?



Exercice 4

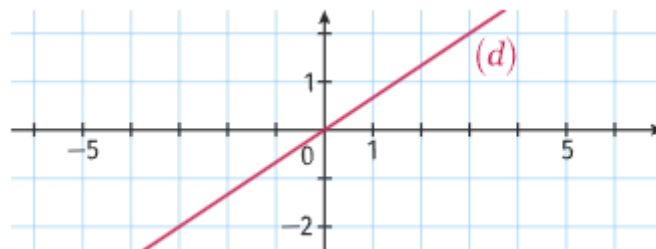
On cherche l'expression de la fonction affine f .

On sait que les points $A(0 ; 4)$ et $B(1 ; 2)$ appartiennent à la droite représentative de la fonction f .

Déterminer l'expression de la fonction affine f

Exercice 5

La droite (d) est la représentation graphique d'une fonction affine f



1/ Quelle est la nature de la fonction f ? Justifier

2/ Lire l'image de -3 par la fonction f

3/ Lire l'antécédent de 2 par la fonction f

4/ Donner l'expression de $f(x)$

5/ Déterminer par le calcul l'image de 5 par la fonction f

6/ Déterminer par le calcul l'antécédent de -4 par la fonction f

Exercice 6

Voici trois programmes de calcul

Programme A	Programme B	Programme C
1/ Choisir un nombre 2/ Multiplier par 5 3/ Soustraire le nombre de départ	1/ Choisir un nombre 2/ Ajouter 1 3/ Multiplier par 4	1/ Choisir un nombre 2/ Ajouter 5 3/ Multiplier par 2 4/ Soustraire 10

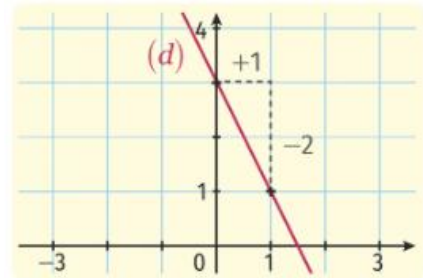
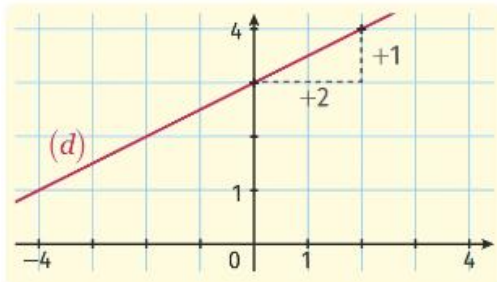
- 1/ Pour un nombre x choisi, donner l'expression du nombre obtenu par chaque programme
- 2/ Léonard affirme : « Ces trois programmes correspondent à des fonctions linéaires. » A-t-il raison ? Justifier
- 3/ Représenter ces trois fonctions dans un repère.

Exercice 7

Soit (d) la droite de coefficient directeur a représentant la fonction affine f .
Le professeur de Clara a demandé de compléter, pour chaque graphique, la phrase :
« Quand x augmente de ... alors $f(x)$... de Ainsi $a = \dots$ et a est ... ».

Voici sa réponse.

- 1/ Quand x augmente de 2, alors $f(x)$ augmente de 1.
Ainsi $a = 1$ et a est positif.
- 2/ Quand x augmente de 1, alors $f(x)$ diminue de 2.
Ainsi $a = 2$ et a est positif.



Indiquer les erreurs commises par Clara puis proposer une correction