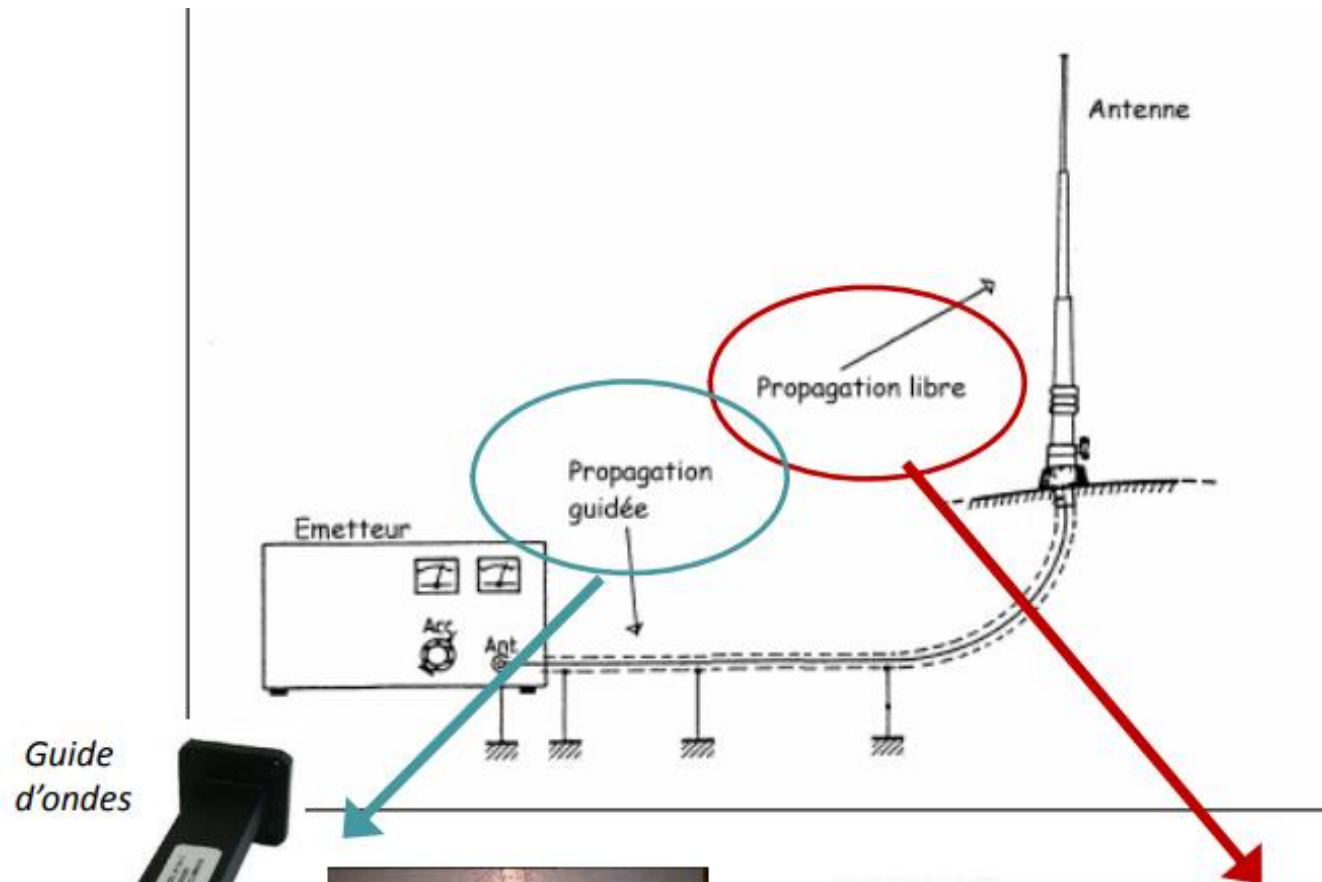


Réflexion des ondes électromagnétiques sur un métal.

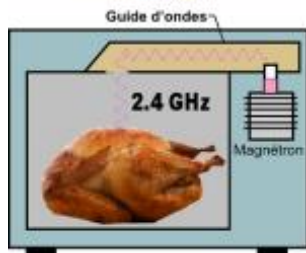
Ondes guidées



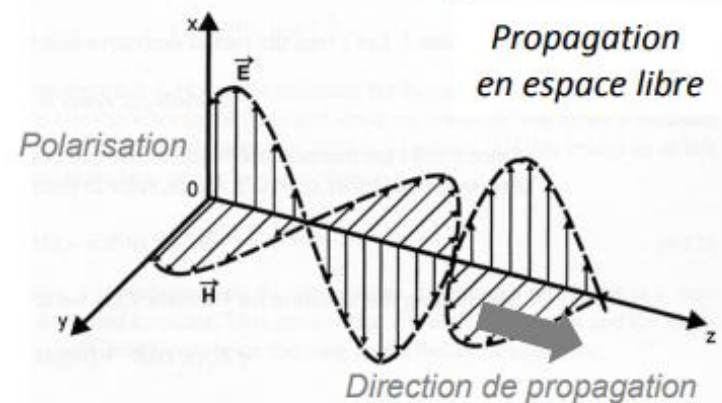
[Une vidéo sur les guides d'ondes](#)

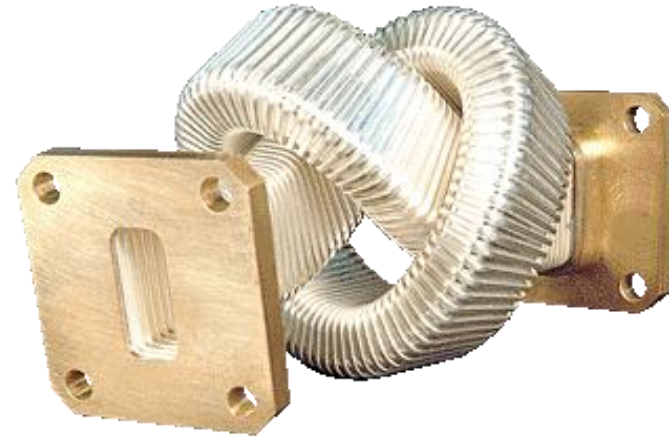


Guide d'ondes

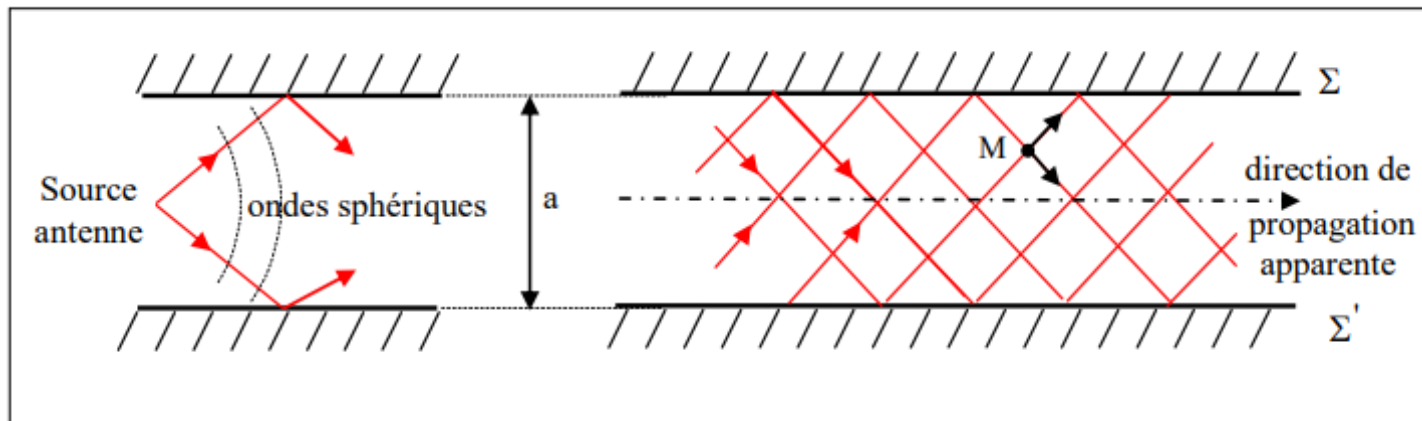


Ligne microruban
(coupleur 2-4 GHz)





Quelques exemples de guide d'ondes



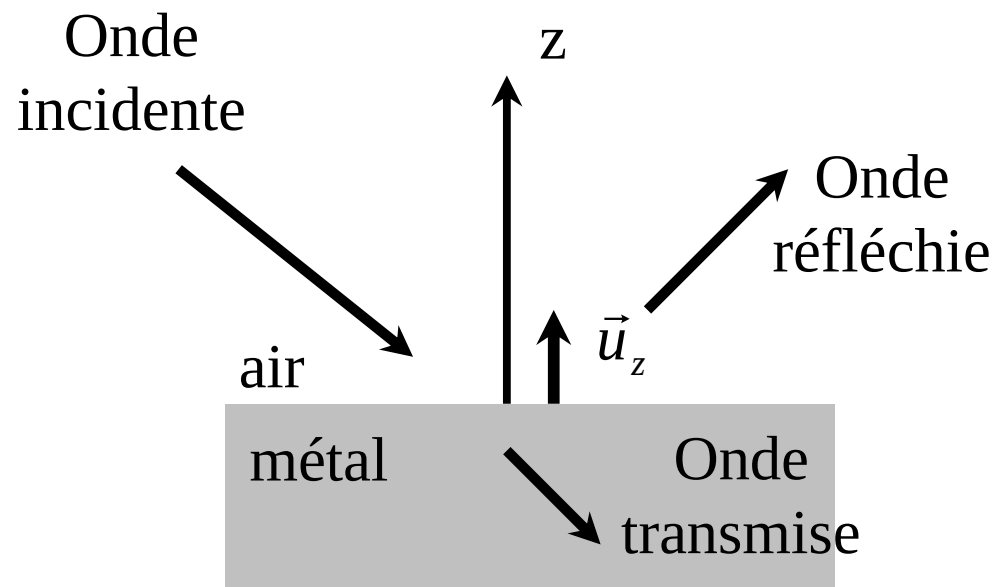
Le but de chapitre est de présenter les propriétés des ondes EM en présence de conducteurs et de présenter une théorie des guides d'ondes (en TD).

I – Réflexion d'une OPPH sur un conducteur métallique :

1 – Description du problème et limitations du sujet :

On s'intéresse à l'arrivée d'une onde EM sur une surface métallique.

On assimile localement l'interface air/métal à son plan tangent et on note $\vec{u}_z$ le vecteur unitaire normal, dirigé du métal vers l'air.



Dans la suite, on se limite à des fréquences telles que la période de l'onde est très grande devant le temps de relaxation du métal (ou $\nu \ll 10^{13} \text{ Hz}$).

La loi d'Ohm est alors vérifiée avec, pour le cuivre par exemple, $\gamma = 6.10^7 \text{ S.m}^{-1}$:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

On note ω la pulsation de l'onde incidente.

On constate expérimentalement que l'onde réfléchie et l'onde transmise ont même pulsation.

Le métal sera supposé parfait : sa conductivité $\gamma \rightarrow \infty$.

Les équations de Maxwell ont permis de montrer que :

$$\vec{E}_{air} - \vec{E}_{conducteur} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{cond \rightarrow air}$$

$$\vec{B}_{air} - \vec{B}_{conducteur} = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{cond \rightarrow air}$$

- La composante tangentielle du champ électrique était continue à la traversée de la surface métallique.
- La composante normale du champ magnétique était continue à la traversée du métal.

2 – Modèle du conducteur parfait :

La puissance volumique dissipée par effet Joule dans un conducteur est :

$$p_{Joule} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma \vec{E}^2$$

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = \vec{0} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{div } \vec{E} = 0 = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\overrightarrow{rot} \vec{B} = \vec{0} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{j}$$

Conclusion :

En régime variable, un conducteur parfait est caractérisé par des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ nuls et des densités volumiques de charge ρ et de courant $\vec{j}$ nulles.

Les charges et les courants ne peuvent être que surfaciques.

Remarque : on néglige finalement l'effet de peau.

Complément sur l'effet de peau :

Dans le cadre de l'ARQS, le champ EM vérifie les équations de Maxwell « simplifiées » suivantes : (on néglige également le courant de déplacement devant le courant de conduction)

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad ; \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad ; \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \sigma \vec{E}$$

L'équation de propagation du champ électrique est (équation de diffusion) :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}(\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E}) = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\Delta \vec{E} \quad \text{soit} \quad \Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$$

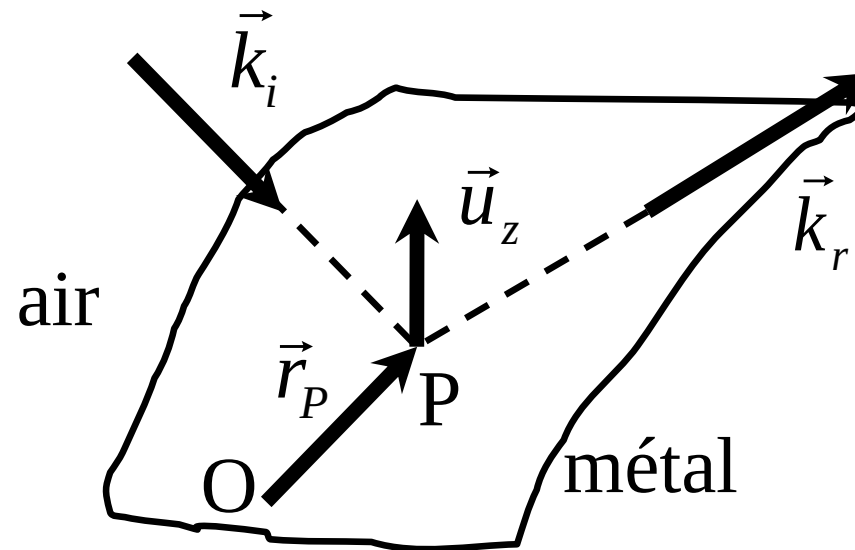
$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-z/\delta} e^{j(\omega t - z/\delta)} \quad \left(\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \right)}$$

δ est appelée épaisseur de peau et correspond à l'ordre de grandeur de la longueur de pénétration de l'onde dans le métal.

3 – Ondes incidente et réfléchie (incidence quelconque) :

Le champ électromagnétique de l'onde incidente, se propageant dans la direction du vecteur $\vec{u}_i$ dans le milieu (1) s'écrit :

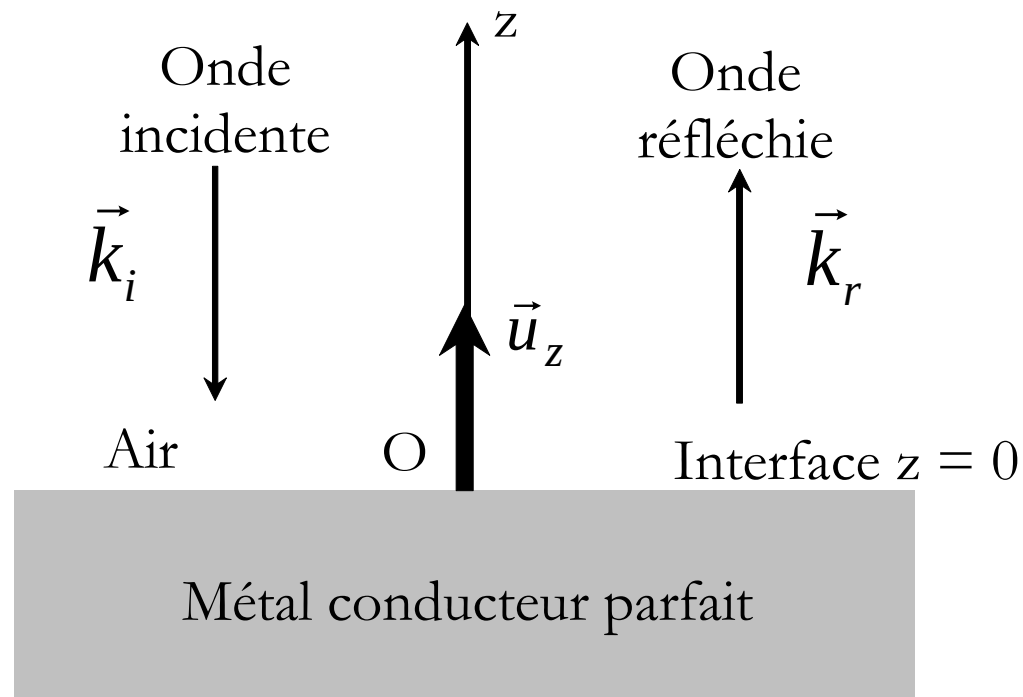
$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} e^{i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})} \quad \text{et} \quad \vec{B}_i = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_{0i}}{\omega} e^{i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$$



4 – Réflexion sous incidence normale sur un plan conducteur parfait :

Dans le cas particulier de l'incidence normale :

$$\vec{k}_i = -\vec{k}_r = -\frac{\omega}{c} \vec{u}_z$$



Complément (aspect énergétique de la réflexion) :

Le vecteur de Poynting associé à l'onde incidente est :

$$\vec{\Pi}_i = \frac{\vec{E}_i \wedge \vec{B}_i}{\mu_0} = -\frac{E_i^2}{\mu_0 c} \vec{u}_z$$

et celui associé à l'onde réfléchie vaut :

$$\vec{\Pi}_r = \frac{\vec{E}_r \wedge \vec{B}_r}{\mu_0} = \frac{E_i^2}{\mu_0 c} \vec{u}_z = -\vec{\Pi}_i$$

Toute l'énergie véhiculée par l'onde incidente se retrouve dans l'onde réfléchie.

Le métal parfait ne dissipe pas d'énergie et la réfléchit totalement : c'est un miroir idéal.

5 – Courant surfacique :

La densité de courant surfacique se calcule avec :

$$\vec{B}_{air} = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{cond \rightarrow air}$$

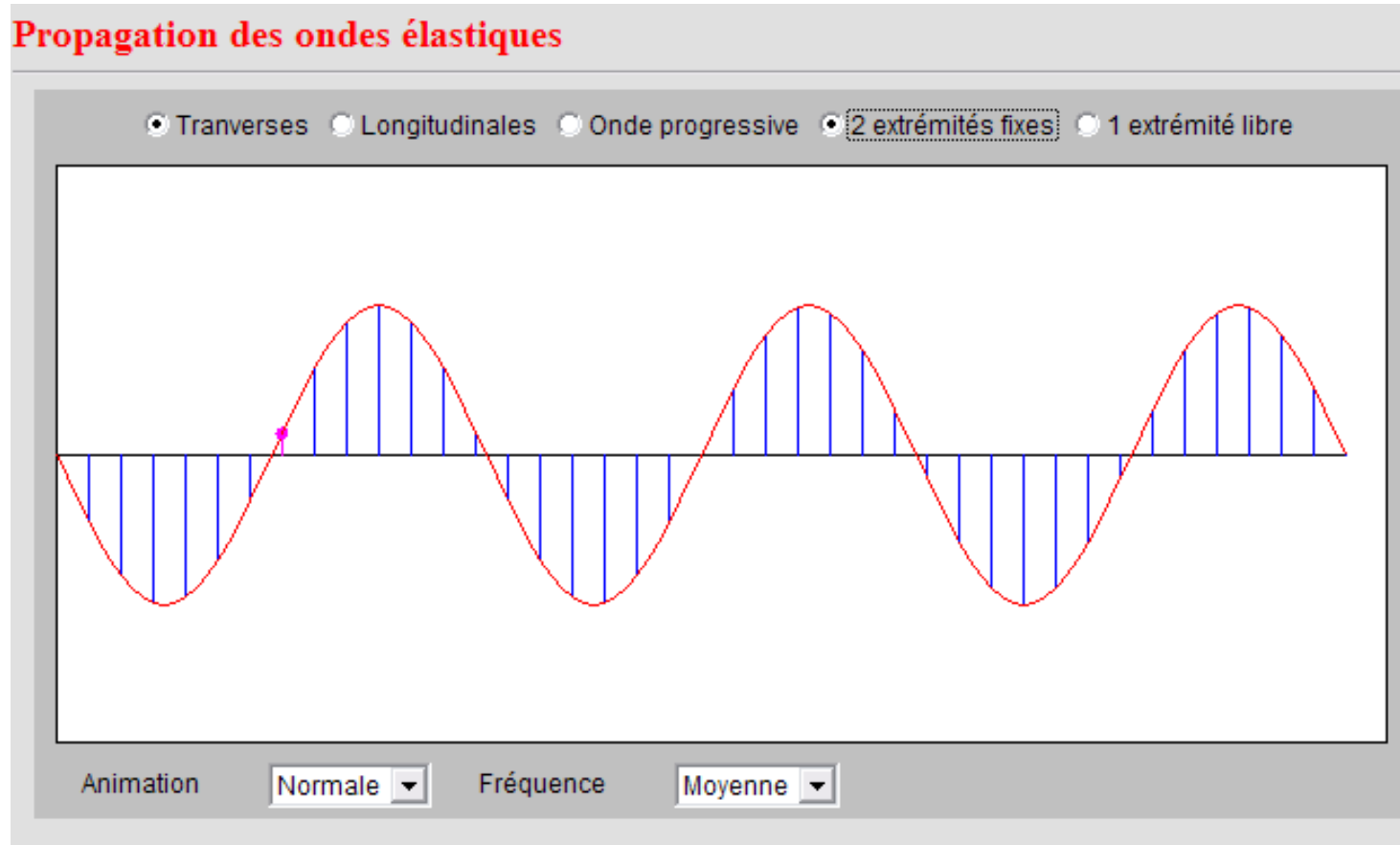
La réflexion d'une onde plane progressive monochromatique sous incidence normale sur un plan conducteur parfait induit ainsi un courant surfacique de densité :

$$\vec{j}_s = \frac{2}{\mu_0 c} \vec{E}_{0i} e^{i\omega t}$$

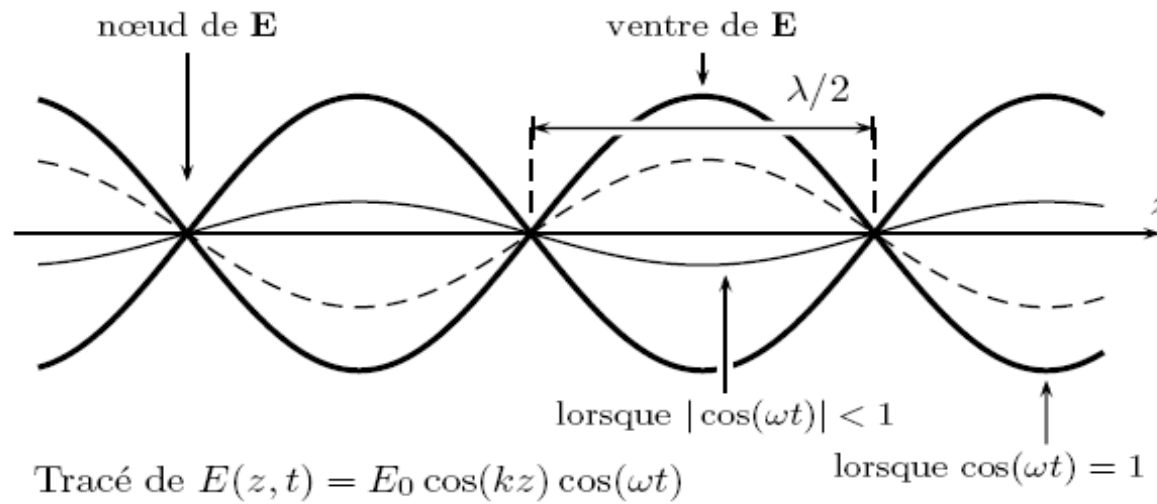
non nul de même direction que le champ incident ainsi qu'une charge surfacique nulle.

6 – Superposition des ondes incidente et réfléchié, ondes stationnaires :

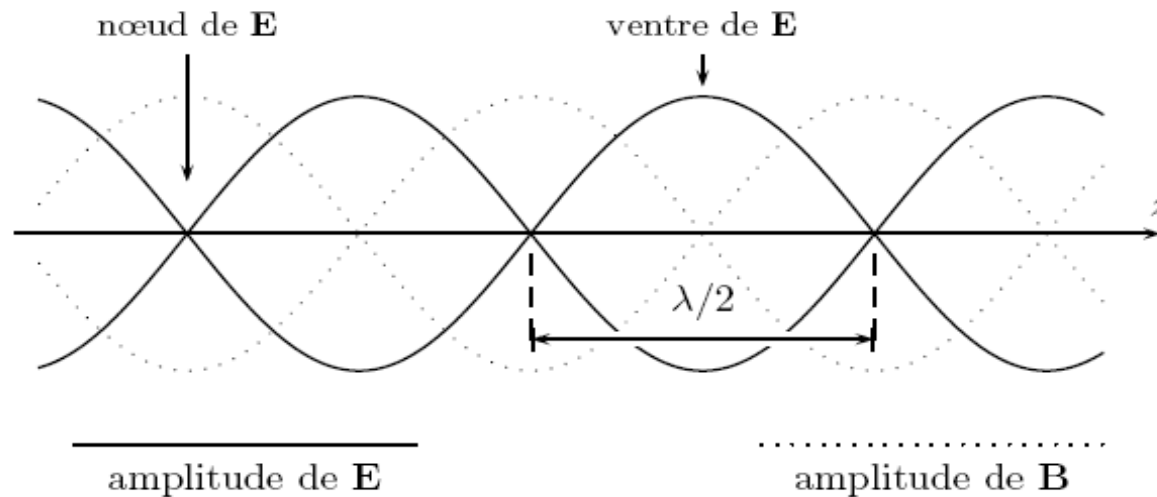
On détermine la structure de l'onde résultante dans l'air :



[Animation JJ.Rousseau](#)



3.3 – Nœuds et ventres d'une onde stationnaire



Exercice : réflexion sur un métal

Une OPPM est envoyée normalement à un plan parfaitement conducteur.

La polarisation de cette onde est circulaire et le champ électrique associé peut s'écrire en notation réelle :

$$E_{xi} = E_0 \cos(\omega t - k_i z + \pi/2) \quad ; \quad E_{yi} = E_0 \cos(\omega t - k_i z)$$

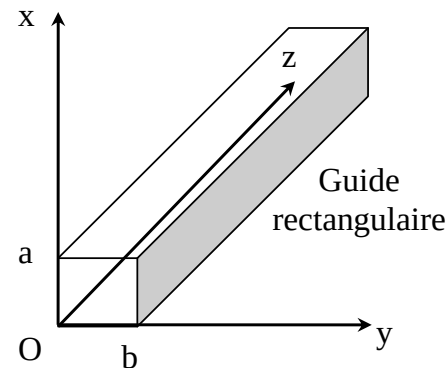
Déterminer la structure de l'onde résultante.

II) Exercice : guide d'ondes

- On considère un cylindre droit métallique et creux, d'axe Oz, à section rectangulaire définie par : $0 \leq x \leq a$ et : $0 \leq y \leq b$

Le cylindre est illimité selon Oz et rempli d'air assimilable à du vide du point de vue électrique.

La conductivité des parois étant très grande, nous avons vu dans l'exercice 29.2 (« effet de peau ») que les champs de haute fréquence ne pénétreraient que très peu dans le métal : nous prendrons un modèle (dit du « conducteur parfait », où $\gamma \rightarrow \infty$) dans lequel $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont **nuls** dans le métal. Le champ électromagnétique est donc confiné à l'intérieur du cylindre : on parle de « **propagation guidée** » par opposition à la propagation libre à partir d'une source rayonnante.



- 1) Dans ces conditions, donner les conditions aux limites vérifiées par $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sur les parois.

- On s'intéresse à un champ électrique de la forme :

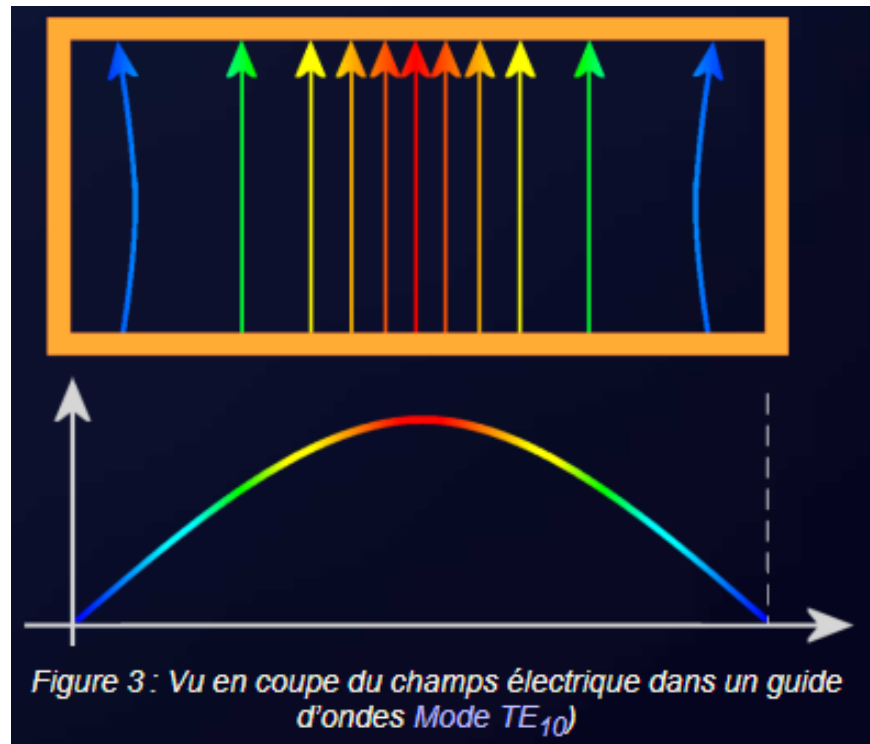
$$\vec{E}(x, y, z, t) = f(x, y) \exp[i(\omega t - kz)] \vec{e}_y \quad (k \in \mathbb{R})$$

2) Montrer que $f(x, y)$ ne dépend pas de y .

Donner l'équation satisfaite par $f(x)$ et en déduire une condition vérifiée par k .

Déterminer les expressions possibles de $f(x)$ et établir la relation de dispersion.

Définir un ensemble de pulsations critiques et discuter de la forme des solutions selon la valeur de la pulsation.



[Animation sur les guides d'ondes](#)

Calculer la plus petite fréquence d'une onde pouvant se propager dans le guide avec $a=3\text{cm}$.
Calculer les vitesses de phase et de groupe, les comparer à c et conclure.

3) Déterminer le champ magnétique ; vérifier qu'il satisfait aux conditions aux limites de la question 1). Le champ $\vec{B}$ n'est pas transversal : est-ce un paradoxe ?

4) Calculer les moyennes temporelles de la puissance transportée par le guide et de l'énergie électromagnétique par unité de longueur, soit respectivement $\langle P \rangle_T$ et $\left\langle \frac{dW_{EM}}{dz} \right\rangle_T$.

En déduire la vitesse de propagation de l'énergie v_E ; la comparer à la vitesse de groupe v_g et conclure.

