

Objectifs du chapitre :

- Effectuer des calculs avec nombres décimaux et fractionnaires
- Utiliser les puissances de 10 et la notation scientifique
- Maîtriser les priorités opératoires sur une calculatrice
- Estimer et arrondir un résultat avec un nombre de chiffres significatifs adapté

1. Introduction — Calculer vite et bien**Situation professionnelle — Mesures d'atelier**

Situation 1 : Un ébéniste doit débiter une planche en 4 morceaux égaux. La planche mesure 2,40 m. Chaque morceau fait $\frac{2,40}{4} = 0,60$ m = 60 cm. Mais il doit aussi retirer 3 mm de trait de scie entre chaque coupe (3 traits de scie) : longueur utile = $2,40 - 3 \times 0,003 = 2,40 - 0,009 = 2,391$ m.

Situation 2 : Un installateur thermique mesure le diamètre d'un tuyau en cuivre : 22 mm. En notation scientifique : $22 \text{ mm} = 2,2 \times 10^{-2}$ m. Ces calculs rapides sont indispensables au quotidien.

2. Fractions

Définition — Fraction :

Une **fraction** est le quotient de deux nombres entiers :

$$\frac{a}{b} \quad \text{avec } b \neq 0$$

a est le **numérateur** et b le **dénominateur**.

Exemple : $\frac{3}{4}$ signifie « 3 divisé par 4 », soit 0,75.

Règles de calcul avec les fractions :

Opération	Règle	Exemple
Addition (même dénominateur)	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$
Addition (dénominateurs différents)	Mettre au même dénominateur	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$
Multiplication	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$	$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$
Division	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$	$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$

Méthode — Additionner deux fractions :

- 1 Vérifier si les dénominateurs sont égaux. Si oui, additionner les numérateurs.
- 2 Si non, trouver un dénominateur commun (le plus petit multiple commun).
- 3 Transformer chaque fraction pour avoir le même dénominateur.
- 4 Additionner les numérateurs et simplifier si possible.

Priorités de calcul (règle PEMDAS) :

Dans un calcul sans parenthèses, on effectue dans l'ordre :

1. **Parenthèses** (ou crochets) : on calcule d'abord ce qui est entre parenthèses.
2. **Puissances** : exposants.
3. **Multiplications et divisions** : de gauche à droite.
4. **Additions et soustractions** : de gauche à droite.

Exemple — Application des priorités :

Calculer $A = 3 + 4 \times 5 - 2$:

$$A = 3 + \underbrace{4 \times 5}_{=20} - 2 = 3 + 20 - 2 = 21$$

Calculer $B = (3 + 4) \times (5 - 2)$:

$$B = \underbrace{(3 + 4)}_{=7} \times \underbrace{(5 - 2)}_{=3} = 7 \times 3 = 21$$

Attention — La multiplication est prioritaire :

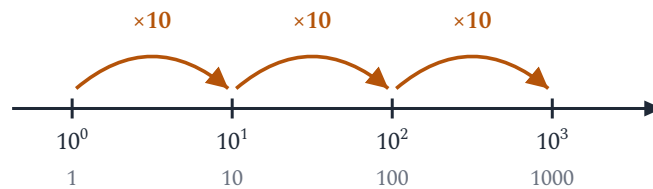
$3 + 4 \times 5 = 23$ et non 35 . On effectue d'abord $4 \times 5 = 20$, puis $3 + 20 = 23$.

4. Puissances de 10 et écriture scientifique

Définition — Puissances de 10 :

Puissance	Valeur	Nom
10^3	1 000	mille
10^2	100	cent
10^1	10	dix
10^0	1	un
10^{-1}	0,1	dixième
10^{-2}	0,01	centième
10^{-3}	0,001	millième

Règle : $10^n = 1$ suivi de n zéros (si $n > 0$) ; $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$.



Règles de calcul avec les puissances de 10 :

- $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$
- $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$
- $(10^a)^b = 10^{a \times b}$

Exemples : $10^3 \times 10^2 = 10^5 = 100\,000$; $\frac{10^5}{10^2} = 10^3 = 1\,000$.

Définition — Écriture scientifique :

L'**écriture scientifique** d'un nombre est de la forme :

$$a \times 10^n$$

où $1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif.

Exemples :

- $45\,000 = 4,5 \times 10^4$
- $0,0032 = 3,2 \times 10^{-3}$
- $720 = 7,2 \times 10^2$

Méthode — Écrire un nombre en écriture scientifique :

- 1 Placer la virgule après le premier chiffre non nul pour obtenir a (avec $1 \leq a < 10$).
- 2 Compter de combien de rangs la virgule a été déplacée : c'est la valeur de $|n|$.
- 3 Si le nombre d'origine est grand (> 10), l'exposant n est **positif**. S'il est petit (< 1), n est **négatif**.

Exemple — Mesures en atelier :

- Épaisseur d'une feuille de placage : $0,6 \text{ mm} = 0,0006 \text{ m} = 6 \times 10^{-4} \text{ m}$.
- Longueur d'un tuyau de chauffage : $15 \text{ m} = 1,5 \times 10^1 \text{ m}$.
- Volume d'une pièce : $45 \text{ m}^3 = 4,5 \times 10^1 \text{ m}^3 = 4,5 \times 10^4 \text{ litres}$.

5. Ordres de grandeur et arrondis

Définition — Ordre de grandeur :

L'**ordre de grandeur** d'un nombre est la puissance de 10 la plus proche de ce nombre. On l'obtient en arrondissant l'écriture scientifique.

Exemples :

- $4\,800 \approx 5 \times 10^3$, ordre de grandeur : 10^4 (car $5 \geq 5$).
- $320 = 3,2 \times 10^2$, ordre de grandeur : 10^2 (car $3,2 < 5$).
- $0,007 = 7 \times 10^{-3}$, ordre de grandeur : 10^{-2} (car $7 \geq 5$).

Utilité de l'ordre de grandeur :

L'ordre de grandeur sert à :

- **Vérifier un résultat** : si un calcul donne un résultat très éloigné de l'ordre de grandeur attendu, il y a probablement une erreur.
- **Estimer rapidement** : « environ combien ? » avant de calculer précisément.

Définition — Arrondi :

Arrondir un nombre, c'est le remplacer par une valeur approchée plus simple.

- Arrondi à l'**unité** : on regarde le chiffre des dixièmes. Si ≥ 5 , on arrondit au-dessus.
- Arrondi au **dixième** : on regarde le chiffre des centièmes.
- Arrondi au **centième** : on regarde le chiffre des millièmes.

Exemple — Arrondis :

Soit le nombre 3,476 :

- Arrondi à l'unité : 3 (car $4 < 5$).
- Arrondi au dixième : 3,5 (car $7 \geq 5$).
- Arrondi au centième : 3,48 (car $6 \geq 5$).

Attention — Précision en situation professionnelle :

- En menuiserie, on arrondit généralement au **millimètre** près.
- En plomberie, les diamètres de tuyaux sont normalisés (12, 14, 16, 18, 22 mm...).
- Pour un devis, on arrondit au **centime d'euro** près.

6. Conversions d'unités

Méthode — Convertir des unités de longueur :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

On décale la virgule d'un rang par colonne. Vers la droite = $\times 10$. Vers la gauche = $\div 10$.

Exemples :

- $2,5 \text{ m} = 250 \text{ cm}$ (2 rangs vers la droite, $\times 100$)
- $450 \text{ mm} = 0,45 \text{ m}$ (3 rangs vers la gauche, $\div 1000$)
- $1,2 \text{ km} = 1\,200 \text{ m}$ (3 rangs vers la droite, $\times 1000$)

Conversions courantes en atelier :

De	Vers	Opération
m → cm		× 100
cm → m		÷ 100
m → mm		× 1 000
mm → m		÷ 1 000
L → mL		× 1 000
m ³ → L		× 1 000
kg → g		× 1 000

Exemple — Calculs rapides en atelier :

- Longueur d'un tasseau : 1,80 m = 180 cm = 1 800 mm.
- Volume d'un seau : 10 L = 0,01 m³ = 10 000 cm³.
- Masse d'un sac de ciment : 25 kg = 25 000 g.

MINI-EXERCICE :

Calcule $3 + 4 \times 5 - 2$ en respectant les priorités.

MINI-EXERCICE :

Calcule $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$.

MINI-EXERCICE :

Écris 84 500 en notation scientifique.

MINI-EXERCICE :

Un artisan mesure 3,472 m. Arrondi au centième (2 décimales).

Erreurs fréquentes à éviter

- **Confondre 3^2 et 3×2** — $3^2 = 3 \times 3 = 9$, pas 6.
- **Ne pas réduire au même dénominateur pour additionner des fractions** —
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$, pas $\frac{2}{5}$.
- **Notation scientifique incorrecte** — La partie décimale doit être entre 1 et 10 (non inclus). 12×10^3 n'est pas une notation scientifique correcte ($\rightarrow 1,2 \times 10^4$).

7. L'essentiel à retenir

À retenir :

- **Fractions** : même dénominateur pour additionner ; on multiplie numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur.
- **Priorités** : parenthèses d'abord, puis \times et \div , puis $+$ et $-$.
- **Puissances de 10** : $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$. Exposant positif = grand nombre, négatif = petit nombre.
- **Écriture scientifique** : $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.
- **Ordre de grandeur** : puissance de 10 la plus proche, pour vérifier un résultat.
- **Arrondi** : regarder le chiffre suivant ; si ≥ 5 , arrondir au-dessus.
- **Conversions** : longueurs $\times 10$ par rang, utiliser le tableau de conversion.

Capacités travaillées :

- Calculer avec des fractions (addition, multiplication, division)
- Respecter les priorités de calcul
- Utiliser les puissances de 10
- Écrire un nombre en écriture scientifique
- Arrondir un nombre à une précision donnée

Fractions

Exercice 1 Additions de fractions (même dénominateur)

Calculer :

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ b) $\frac{5}{9} + \frac{1}{9}$ c) $\frac{7}{12} - \frac{3}{12}$ d) $\frac{11}{8} - \frac{5}{8}$

Mes calculs :

Exercice 2**Additions de fractions (dénominateurs différents)**

Calculer en mettant au même dénominateur :

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ d) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$

Mes calculs :

Exercice 3**Découpe de planches**

Un ébéniste dispose d'une planche de chêne. Il utilise $\frac{2}{5}$ de la planche pour un tiroir, puis $\frac{1}{4}$ pour un fond de meuble.

- a) Quelle fraction de la planche a-t-il utilisée au total ?
- b) Quelle fraction reste-t-il ?
- c) Si la planche mesure 2 m, quelle longueur reste-t-il (en cm) ?

Mes calculs :

Exercice 4**Multiplications et divisions de fractions**

Calculer :

a) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{7} \times \frac{7}{9}$ c) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{8} \div 6$

Mes calculs :

Exercice 5**Dosage de colle**

Un installateur thermique prépare un mélange de colle. La recette demande $\frac{3}{4}$ de litre de résine et $\frac{1}{3}$ de litre de durcisseur.

- Calculer le volume total du mélange.
- Le pot de mélange a une capacité de 1,5 L. Le mélange tient-il dans le pot ?
- Quelle fraction du pot est remplie ?

Mes calculs :

Priorités de calcul

Exercice 6 Priorités opératoires

Calculer en respectant les priorités :

a) $A = 5 + 3 \times 4$

b) $B = 12 - 2 \times 3 + 1$

c) $C = (7 + 3) \times (8 - 5)$

d) $D = 20 - 4 \times 2 + 6 \div 3$

e) $E = 3 \times (5 + 2) - 4 \times 3$

Mes calculs :

Exercice 7**Devis de menuiserie**

Un artisan menuisier établit un devis. Il facture :

- 3 panneaux à 45 € pièce
- 2 lots de vis à 8,50 € le lot
- 1 pot de colle à 12 €

a) Écrire le calcul du montant total sous forme d'une expression mathématique.

b) Calculer le montant total en respectant les priorités.

c) Le client a un bon de réduction de 15 €. Quel est le montant final ?

Mes calculs :

Exercice 8**Facture d'un plombier**

Un plombier chauffagiste facture une intervention :

- Déplacement : 30 €
- Main d'œuvre : 2,5 heures à 42 € de l'heure
- Pièces : 3 raccords à 4,50 € et 1 vanne à 28 €

a) Écrire le calcul du total sous forme d'expression.

b) Calculer le total HT (hors taxes).

c) Calculer le total TTC avec une TVA de 10 % (multiplier le HT par 1,10).

Mes calculs :

Puissances de 10 et écriture scientifique

Exercice 9 Calculer avec les puissances de 10

Calculer et donner le résultat sous forme d'une puissance de 10 :

a) $10^3 \times 10^4$ b) $10^5 \times 10^{-2}$ c) $\frac{10^6}{10^2}$ d) $\frac{10^3}{10^7}$ e) $(10^2)^3$

Mes calculs :

Exercice 10 Écriture scientifique

Écrire les nombres suivants en écriture scientifique :

a) 45 000 b) 720 c) 0,0035 d) 0,0000012 e) 8 300 000 f) 0,56

Mes calculs :

Exercice 11 Mesures en atelier

Exprimer les mesures suivantes en écriture scientifique (en mètres) :

- a) Épaisseur d'une feuille de placage : 0,8 mm.
- b) Diamètre d'un tuyau de cuivre : 22 mm.
- c) Longueur d'un chantier : 15 km.
- d) Épaisseur d'un joint : 0,05 mm.

Mes calculs :

Exercice 12 De l'écriture scientifique à l'écriture décimale

Écrire les nombres suivants en écriture décimale :

- a) $3,7 \times 10^3$ b) $6,02 \times 10^{-2}$ c) $1,5 \times 10^5$ d) $9,81 \times 10^{-1}$

Mes calculs :

Exercice 13**Calculs en écriture scientifique**

Calculer et donner le résultat en écriture scientifique :

a) $(3 \times 10^4) \times (2 \times 10^3)$

b) $\frac{8 \times 10^5}{4 \times 10^2}$

c) $(5 \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^6)$

Mes calculs :

Ordres de grandeur et arrondis

Exercice 14 Arrondis

Arrondir chaque nombre à la précision demandée :

- a) 7,346 à l'unité.
- b) 7,346 au dixième.
- c) 7,346 au centième.
- d) 12,985 au dixième.
- e) 0,0473 au centième.
- f) 149,5 à l'unité.

Mes calculs :

Exercice 15**Arrondis en situation professionnelle**

- a) Un menuisier mesure une planche : 1,237 m. Arrondir au millimètre près (3 décimales en mètres).
- b) Un devis affiche un total de 1 247,836 €. Arrondir au centime d'euro près.
- c) Un plombier calcule le diamètre idéal d'un tuyau : 18,74 mm. Il doit choisir parmi les diamètres normalisés : 16, 18, 20, 22 mm. Lequel choisir ? Justifier.
- d) La température de sortie d'une chaudière est de 64,38 °C. Arrondir à l'unité.

Mes calculs :

Exercice 16**Ordres de grandeur**

Donner l'ordre de grandeur de chaque nombre :

- a) 4 200 b) 780 000 c) 0,0038 d) 62

- e) Un ébéniste achète 47 planches à 18,50 € pièce. Estimer le coût total par un calcul d'ordre de grandeur, puis calculer le coût exact.

Mes calculs :

Problèmes de synthèse

Exercice 17 Calcul de matériaux

Un installateur thermique commande des tuyaux. Il a besoin de :

- $\frac{3}{4}$ de la longueur d'une barre de 6 m pour la cuisine
- $\frac{1}{3}$ de la longueur d'une barre de 6 m pour la salle de bain

- Calculer la longueur nécessaire pour la cuisine (en m).
- Calculer la longueur nécessaire pour la salle de bain (en m).
- Calculer la longueur totale nécessaire.
- Peut-il se contenter d'une seule barre de 6 m ? Justifier.

Mes calculs :

Exercice 18**Recette de sport**

Pour une boisson énergétique maison, on mélange :

- $\frac{3}{4}$ de litre de jus de fruit
- $\frac{1}{2}$ de litre d'eau
- 2 cuillères de sucre (négligeable en volume)

a) Calculer le volume total de la boisson.

b) On veut remplir des bouteilles de $\frac{1}{3}$ de litre. Combien de bouteilles peut-on remplir ?

c) Exprimer le volume restant sous forme de fraction.

Mes calculs :

Exercice 19**Comparer des mesures en écriture scientifique**

Voici des mesures relevées en atelier. Classer ces grandeurs de la plus petite à la plus grande :

- $A = 3,5 \times 10^{-3}$ m (épaisseur d'une vitre)
- $B = 2,2 \times 10^{-2}$ m (diamètre d'un tuyau)
- $C = 1,8 \times 10^0$ m (hauteur d'une porte)
- $D = 5 \times 10^{-4}$ m (épaisseur d'un placage)
- $E = 4,5 \times 10^{-1}$ m (largeur d'une étagère)

Mes calculs :

Exercice 20**Calculs combinés — Synthèse**

Un technicien chauffagiste effectue les calculs suivants lors d'une intervention. Pour chacun, donner le résultat exact, puis l'arrondi demandé.

a) Débit d'eau : $\frac{3}{4} \times 12 + 2,5$ L/min. Arrondir à l'unité.

b) Surface d'un panneau solaire : $1,65 \times 0,99$ m². Arrondir au dixième.

c) Volume d'un vase d'expansion : $\frac{4}{3} \times 3,14 \times 0,15^3$ m³. Donner le résultat en écriture scientifique (arrondi au dixième du coefficient).

d) Puissance d'une pompe à chaleur : $3 \times (25 - 7) \times 4,18 \times \frac{200}{3\,600}$ kW. Arrondir au dixième.

Mes calculs :
