Vecteurs VS Vecteurs

Colinéaires

$$\overrightarrow{AB} = \cdots$$
$$= \cdots$$
$$= k \times \overrightarrow{CD}$$

$\overrightarrow{AB}\,(x, y, z) \quad \overrightarrow{CD}\,(x', y', z')$

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} = k$$

Coplanaires

$$\overrightarrow{AB} = \cdots$$
$$= \cdots$$
$$= a \times \overrightarrow{CD} + b \times \overrightarrow{EF}$$

$\overrightarrow{AB}\,(x, y, z) \quad \overrightarrow{CD}\,(x', y', z') \quad \overrightarrow{EF}\,(x'', y'', z'')$

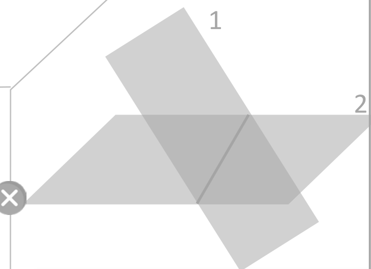
$$\begin{cases} x = a \times x' + b \times x'' \\ y = a \times y' + b \times y'' \\ z = a \times z' + b \times z'' \end{cases}$$

Plan VS Plan

Parallèles

Deux droites **sécantes** du plan (1) sont **parallèles** au plan (2).

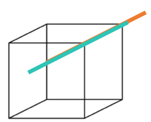
Non parallèles



Droite VS Droite

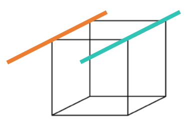
Confondues

- ✓ Vecteurs colinéaires
- ✓ Points d'intersection



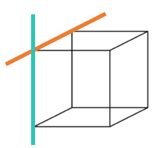
Parallèles

- ✓ Vecteurs colinéaires
- ✗ Points d'intersection



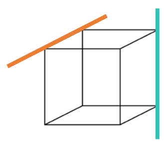
Sécantes

- ✗ Vecteurs colinéaires
- ✓ Points d'intersection



Non coplanaires

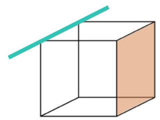
- ✗ Vecteurs colinéaires
- ✗ Points d'intersection



Droite VS Plan

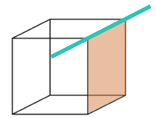
Parallèles

Strictement //



- ✓ Les vecteurs **directeurs** de la droite et du plan sont **coplanaires.**
- ✗ Pas d'intersection

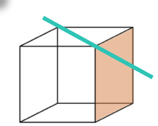
Confondues



- ✓ Les vecteurs **directeurs** de la droite et du plan sont **coplanaires.**
- ✓ Intersection

Non parallèles

- ✗ Les vecteurs directeurs de la droite et du plan sont coplanaires.
- ✓ Intersection

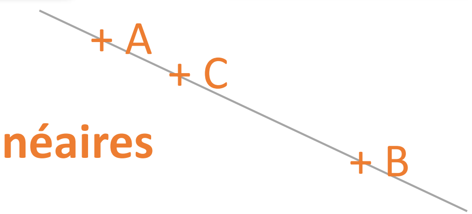


Point VS Point

A(1;2) B(5;7)

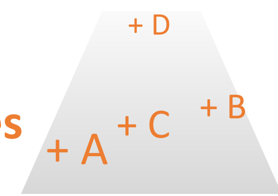
Alignés / Même droite

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ **colinéaires**



Coplanaires / Même plan

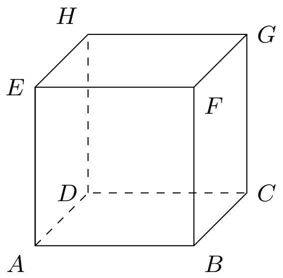
$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{CD}$ **coplanaires**



Compétences évaluées
Démontrer que 3 vecteurs sont coplanaires Trouver une relation vectorielle Montrer qu'une droite est parallèle à un plan

Exercice 1 :

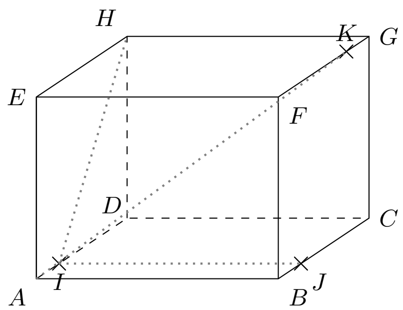
$ABCDEFGH$ est un cube.
On pose $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{w} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AE}$.



1. Déterminer deux réels a et b tels que $\overrightarrow{w} = a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}$.
2. En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.

Exercice 2 :

$ABCDEFGH$ est un pavé droit représenté ci-contre.
I est le point tel que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.
Le point J est tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.
Le point K est tel que $\overrightarrow{FK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{FG}$.



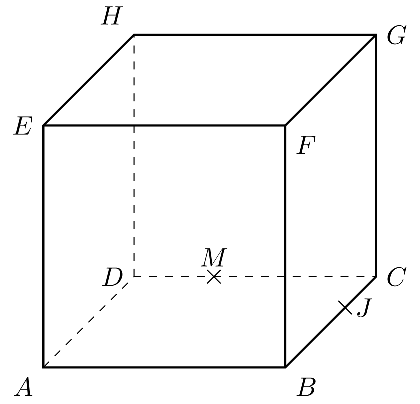
1. Exprimer $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.
2. En déduire que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IH} + \overrightarrow{IJ}$.
3. En déduire que la droite (AK) est parallèle au plan (IJH).

Point bonus : montrer que le parallélisme est strict.

Exercice 1 (3 points)

$ABCDEFGH$ est le cube représenté ci-contre.
M et J sont les points définis par $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{GJ} - \frac{1}{3}\overrightarrow{GE}$.
2. En déduire la position relative de la droite (HM) et du plan (EGJ).

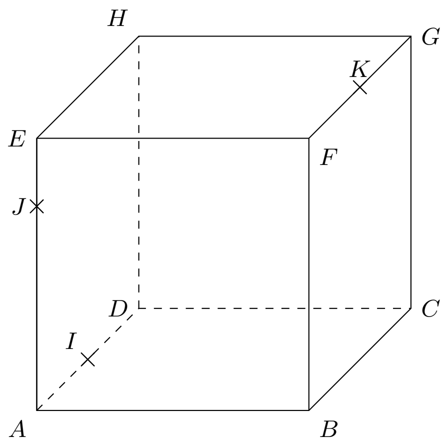


Exercice 2 (5 points)

La figure ci-dessous représente un cube $ABCDEFGH$. Les trois points I, J et K sont définis par les conditions suivantes :

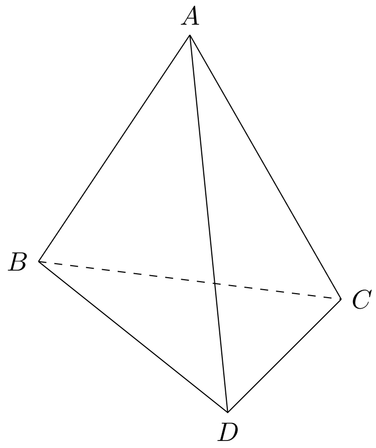
- I est le milieu du segment $[AD]$;
- J est tel que $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$;
- K est le milieu du segment $[FG]$.

1. (a) On appelle L le symétrique du point H par rapport à G. Construire le point L.
   (b) Montrer que les points E, K et L sont alignés.
2. (a) Montrer que les droites (IJ) et (EH) sont sécantes. Placer sur la figure leur point d'intersection P. *(On laissera les traits de construction apparents.)*
   (b) En déduire, en justifiant, l'intersection du plan (IJK) et du plan (EFG). Vous compléterez la figure.



Exercice 3 (5 points)

$ABCD$ est un tétraèdre. Les points E et F sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$. Les points M et N sont définis par : $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DE}$.

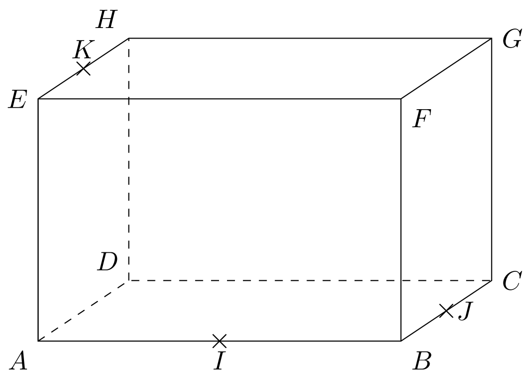


1. Placer les points E, F, M et N sur la figure ci-contre.
2. Déterminer, en le justifiant, la nature des quadrilatères $MCEF$ et $ADEN$.
3. Montrer que $\overrightarrow{DN} - 2\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CE}$.
4. En déduire la position de la droite (CE) par rapport au plan (DNF).

Exercice 4 (6 points)

Soit le pavé droit $ABCDEFGH$. On donne les dimensions : $AB = 6$, $AD = 3$, $AE = 4$.
On considère les points suivants :

- I milieu de $[AB]$;
- J milieu de $[BC]$;
- K milieu de $[EH]$.



L'objectif de cet exercice est de construire la section du pavé $ABCDEFGH$ par le plan (IJK). *Il faut laisser les traits de construction apparents et colorier la section une fois obtenue.*

1. Construire la section de la face $ABCD$ par le plan (IJK).
2. Montrer que les droites (IJ) et (AD) sont sécantes. Soit $L = (IJ) \cap (AD)$. Placer le point L sur la figure.
3. Construire la section de la face $AEHD$ par le plan (IJK). Justifier cette étape de construction.
4. Construire la section de la face $ABFE$ par le plan (IJK).
5. Construire la section de la face $EFGH$ par le plan (IJK). Justifier cette étape de construction.
6. Construire la section de la face $CDHG$ par le plan (IJK).
7. Construire la section de la face $BCGF$ par le plan (IJK).