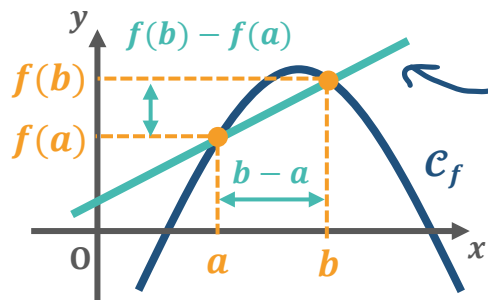


Taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$  :  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$   
 (ou d'accroissement)



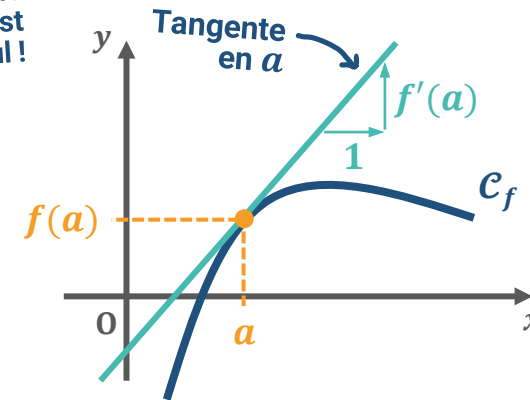
Le taux de variation entre 2 points d'une courbe est le **COEFFICIENT DIRECTEUR** de la droite passant par ces 2 points.  
 (voir fiche « fonction affine »)

Nombre dérivé :  $f'(a)$

Se lit « limite pour  $h$  tend vers 0 »

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$h$  est proche de 0 mais n'est pas nul !

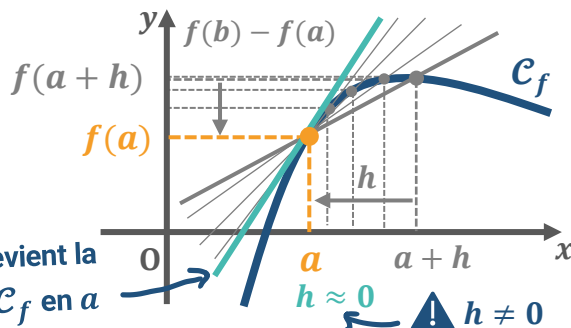


Taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  :

(se note aussi "t(h)")  $\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

car :  $a+h - a = h$

Si  $h$  tend vers 0 :  
 $h \rightarrow 0$



La droite devient la **TANGENTE** de  $C_f$  en  $a$

Équation réduite de la Tangente :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Rappel d'une équation réduite  
 "y = mx + p"

## Exercice 1

On donne ci-contre la courbe représentative  $C$  d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ , sa tangente  $T$  au point d'abscisse 1 et sa tangente  $D$  au point d'abscisse 2.

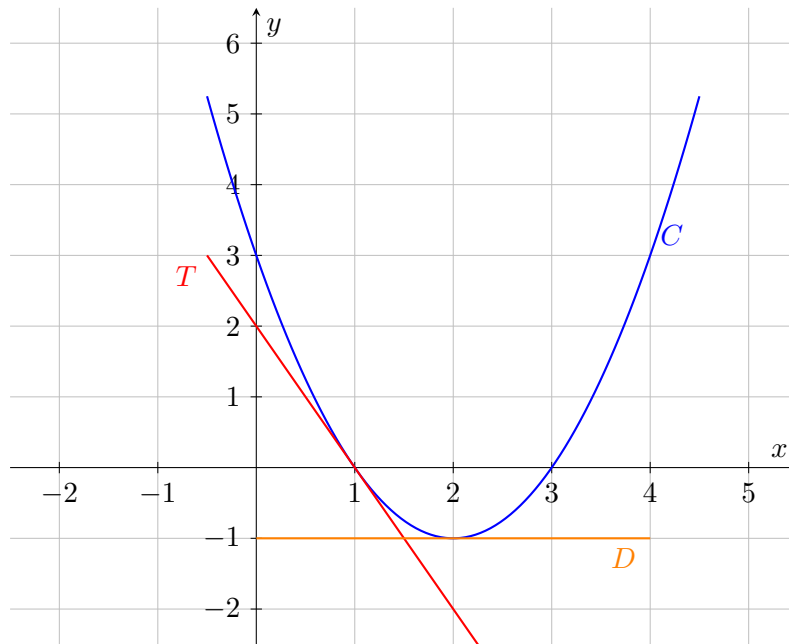


FIGURE 1 : Courbe  $C$  et ses tangentes  $T$  et  $D$ .

1. Déterminer graphiquement  $f'(1)$  et  $f'(2)$ .
2. La fonction  $f$  a pour expression  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .  
En utilisant la définition du nombre dérivé, retrouver le nombre dérivé de  $f$  en 1.

## Exercice 2

Dans chaque cas, étudier la dérivabilité de la fonction  $f$  en  $a$ , et préciser le cas échéant la valeur de  $f'(a)$ .

1.  $f(x) = -3x + 2$  définie sur  $\mathbb{R}$ , et  $a = 2$ .
2.  $f(x) = \frac{5}{x}$  définie sur  $\mathbb{R}^*$ , et  $a = 1$ .
3.  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$  définie sur  $\mathbb{R}$ , et  $a = -2$ .

### Exercice 3

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{2x - 5}$ .

1. Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
2. Montrer que pour  $h \neq 0$  et  $h \geq -\frac{1}{2}$ , le taux d'accroissement de  $f$  entre 3 et  $3 + h$  s'écrit :

$$\tau(h) = \frac{2}{1 + \sqrt{2h + 1}}$$

3. En déduire que  $f$  est dérivable en 3 et donner la valeur de  $f'(3)$ .
4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 3.

### Exercice 4

On donne l'expression de la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = 2x^3 - x^2 + 10$ .

1. Existe-t-il des tangentes à la courbe de  $f$  parallèles à l'axe des abscisses ? Si oui, pour quelle(s) abscisse(s) ?
2. Existe-t-il des tangentes à la courbe de  $f$  de coefficient directeur  $-1$  ? Si oui, pour quelle(s) abscisse(s) ?

### Exercice 5

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[-1; 8]$  par  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 3x$ . On admet qu'elle est dérivable sur  $[-1; 8]$ .

1. Montrer que l'équation de sa tangente  $T$  au point d'abscisse 0 est  $y = 3x$ .
2. Déterminer la position relative de la courbe de  $g$  et de  $T$  sur  $[-1; 8]$ .

## Exercice 1

- Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .  
Déterminer si  $f$  est dérivable en 1 et, si oui, préciser la valeur de  $f'(1)$ .
- Soit  $g$  la fonction définie pour tout réel  $x \neq 0$  par  $g(x) = \frac{4}{x}$ .  
Déterminer si  $g$  est dérivable en 2 et, si oui, préciser la valeur de  $g'(2)$ .

## Exercice 2

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , dont la courbe  $C_f$  est tracée ci-contre.

- $T_1$  est la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $-2$ .
- $T_2$  est la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $-1$  et passe par les points de coordonnées  $(-2; 5)$  et  $(1; -10)$ .
- $T_3$  est la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 0.
- $T_4$ , tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 2, passe par les points de coordonnées  $(1; -13)$  et  $(2; 3)$ .

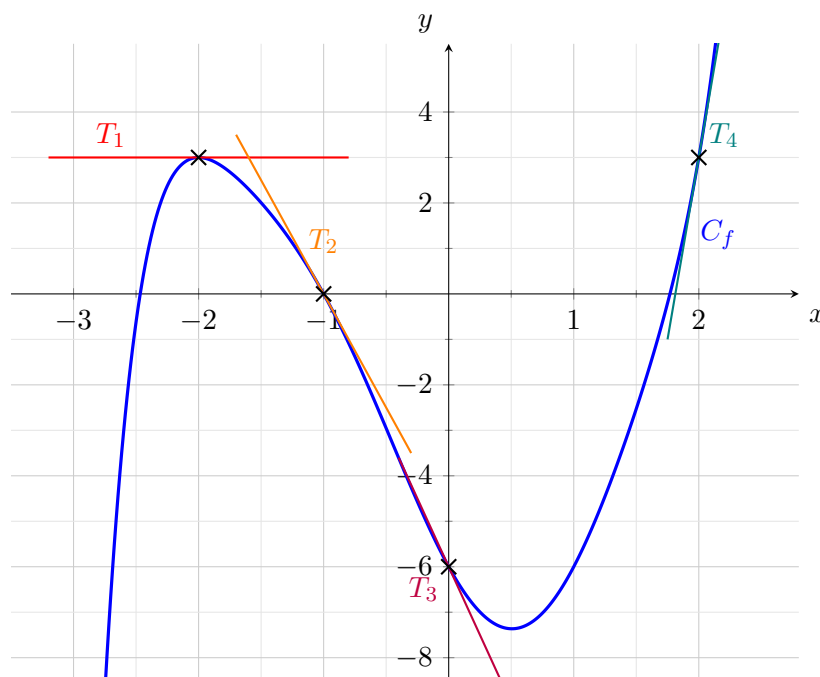


FIGURE 1 : Courbe  $C_f$  et ses tangentes  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$ .

Déterminer pour chacune des affirmations suivantes, si elle est vraie ou fausse, en justifiant :

- $f'(-3) = -2$ .
- Le coefficient directeur de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $-2$  est 3.
- L'équation  $f'(x) = 0$  admet exactement deux solutions sur  $[-3; 2]$ .
- L'équation réduite de  $T_4$  est :  $y = 16x - 29$ .

### Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$ .

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Étudier sa dérivabilité en 2.
3. Dans le cas général, donner l'équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction  $f$  au point d'abscisse  $a$ . En déduire l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse 2.
4. Pour tout  $x$  de l'intervalle  $\left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$ , calculer  $d(x) = f(x) - (-7x + 18)$ . Étudier son signe et en donner une interprétation graphique.

### Exercice 4

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{3x-1}{2x-5}$ .

1. Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ .
2. Soit  $a$  un réel appartenant à  $D_f$ .

On admet dans cette question que le taux d'accroissement  $T(h)$  de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$ , pour tout réel  $h$  non nul, est donné par

$$T(h) = \frac{13}{(2(a+h)-5)(2a-5)}$$

En déduire le nombre dérivé de  $f$  en  $a$ .

3. Existe-t-il une (des) valeur(s) de  $a$  pour laquelle la tangente à la courbe  $C_f$  est parallèle à la droite  $y = -x$ ?

### Bonus

Démontrer que  $T(h) = \frac{-13}{(2(a+h)-5)(2a-5)}$ .