

Objectifs du chapitre :

- Calculer le périmètre et l'aire des figures usuelles
- Calculer le volume des solides usuels (pavé, cylindre)
- Utiliser le théorème de Pythagore
- Résoudre des problèmes géométriques en contexte professionnel

1. Introduction — La géométrie dans les métiers**Situation professionnelle — Menuisier agenceur**

Situation 1 — Découpe : Un menuisier doit découper une planche rectangulaire de 120 cm × 80 cm pour fabriquer un panneau de fond d'armoire. Il doit calculer l'aire pour estimer la quantité de vernis nécessaire, et le périmètre pour poser une baguette de finition.

Situation 2 — Plombier : Un plombier chauffagiste installe un ballon d'eau chaude cylindrique de 50 cm de diamètre et 1,20 m de hauteur. Il doit calculer le volume du ballon pour vérifier sa capacité en litres.

Ces deux situations nécessitent des **formules de géométrie** : périmètres, aires et volumes.

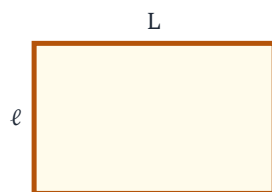
2. Figures planes — Périmètres et aires

2.1 Les figures planes usuelles

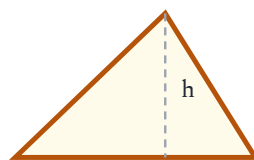
Définition — Figures planes usuelles :

Les figures planes les plus courantes sont :

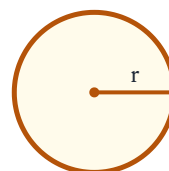
- **Triangle** : 3 côtés, 3 sommets, somme des angles = 180° .
- **Rectangle** : 4 côtés, 4 angles droits, côtés opposés égaux.
- **Carré** : rectangle avec 4 côtés égaux.
- **Cercle** : ensemble des points situés à la même distance r (rayon) du centre.



Rectangle



Triangle



Disque

2.2 Formules de périmètre

Formules des périmètres :

Figure	Formule
Carré de côté c	$\mathcal{P} = 4c$
Rectangle de longueur L et largeur ℓ	$\mathcal{P} = 2(L + \ell)$
Cercle de rayon r	$\mathcal{P} = 2\pi r$
Triangle de côtés a, b, c	$\mathcal{P} = a + b + c$

Exemple — Baguette de finition :

Un menuisier pose une baguette autour d'un panneau rectangulaire de 120 cm × 80 cm.

$$\mathcal{P} = 2(120 + 80) = 2 \times 200 = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$$

Il lui faut 4 m de baguette.

2.3 Formules d'aire

Formules des aires :

Figure	Formule
Carré de côté c	$\mathcal{A} = c^2$
Rectangle $L \times \ell$	$\mathcal{A} = L \times \ell$
Triangle de base b et hauteur h	$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$
Disque de rayon r	$\mathcal{A} = \pi r^2$

Exemple — Surface de vernis :

Panneau rectangulaire de 1,20 m × 0,80 m :

$$\mathcal{A} = 1,20 \times 0,80 = 0,96 \text{ m}^2$$

Un pot de vernis couvre 10 m². Il faut $\frac{0,96}{10} = 0,096$ pot, soit environ un dixième de pot (deux couches : $2 \times 0,096 \approx 0,19$ pot).

Attention — Unités d'aire :

- 1 m² = 10 000 cm² (et non pas 100 cm² !)
- Toujours convertir les longueurs **dans la même unité** avant de calculer l'aire.

3. Solides — Volumes

Définition — Solides usuels :

- **Cube** : 6 faces carrées identiques, arête a .
- **Pavé droit (parallélépipède rectangle)** : 6 faces rectangulaires, dimensions L, ℓ, h .
- **Cylindre droit** : 2 bases circulaires de rayon r et hauteur h .
- **Boule** : tous les points à la distance r (rayon) du centre.

Formules des volumes :

Solide	Formule
Cube d'arête a	$V = a^3$
Pavé droit $L \times \ell \times h$	$V = L \times \ell \times h$
Cylindre droit de rayon r et hauteur h	$V = \pi r^2 h$
Boule de rayon r	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Exemple — Capacité d'un ballon d'eau chaude :

Cylindre de diamètre 50 cm (rayon $r = 25$ cm = 0,25 m) et hauteur $h = 1,20$ m :

$$V = \pi \times 0,25^2 \times 1,20 = \pi \times 0,0625 \times 1,20 = \pi \times 0,075 \approx 0,236 \text{ m}^3$$

Conversion : $0,236 \text{ m}^3 = 236$ litres (car $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$).

Exemple — Volume d'un tiroir :

Un ébéniste fabrique un tiroir en forme de pavé droit : 40 cm \times 30 cm \times 12 cm.

$$V = 40 \times 30 \times 12 = 14\,400 \text{ cm}^3 = 14,4 \text{ dm}^3 = 14,4 \text{ L}$$

Attention — Conversions de volumes :

- $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$
- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ et $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$
- On multiplie (ou divise) par 1 000 à chaque changement d'unité de volume.

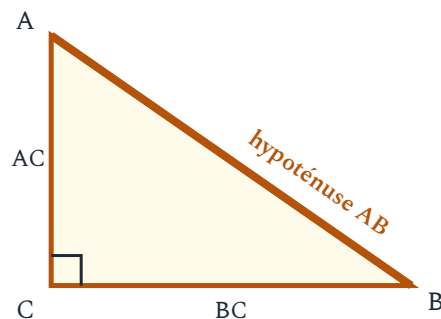
4. Théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore :

Dans un triangle **rectangle**, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

où $[AB]$ est l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit).



Méthode — Calculer une longueur avec Pythagore :

- 1 Vérifier que le triangle est **rectangle**. Repérer l'angle droit.
- 2 Identifier l'hypoténuse (le plus grand côté, opposé à l'angle droit).
- 3 Écrire l'égalité de Pythagore et isoler l'inconnue.
- 4 Calculer et prendre la racine carrée si nécessaire.

Exemple — Diagonale d'une planche :

Un menuisier vérifie l'équerrage d'une planche rectangulaire de 60 cm × 80 cm en mesurant la diagonale. Le rectangle formé contient un triangle rectangle de côtés 60 cm et 80 cm :

$$d^2 = 60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$$

$$d = \sqrt{10\,000} = 100 \text{ cm}$$

La diagonale mesure 100 cm. Si la mesure réelle correspond, la planche est bien d'équerre.

Réciproque du théorème de Pythagore :

Si dans un triangle ABC , on a $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors le triangle est **rectangle en C**.

Utilité : vérifier qu'un angle est droit (contrôle d'équerrage sur un chantier).

5. Théorème de Thalès

Théorème de Thalès (dans le triangle) :

Si une droite est **parallèle à un côté** d'un triangle, alors elle découpe les deux autres côtés en segments proportionnels :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

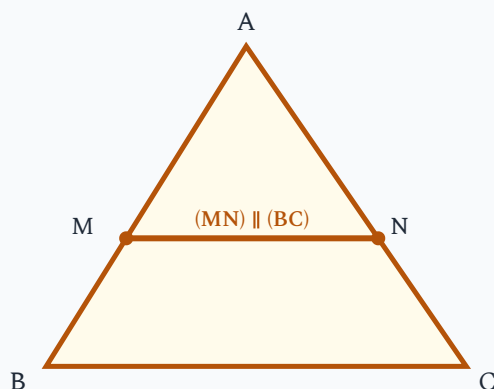
Méthode — Calculer une longueur avec Thalès :

- 1 Vérifier que les droites sont bien **parallèles**.
- 2 Écrire les rapports égaux (théorème de Thalès).
- 3 Utiliser un produit en croix pour calculer la longueur inconnue.

Exemple — Longueur inaccessible :

Sur un plan d'agencement, un triangle ABC est coupé par une droite parallèle à (BC) passant par M et N . On sait que $AM = 3$ cm, $AB = 5$ cm et $BC = 8$ cm. On cherche MN .

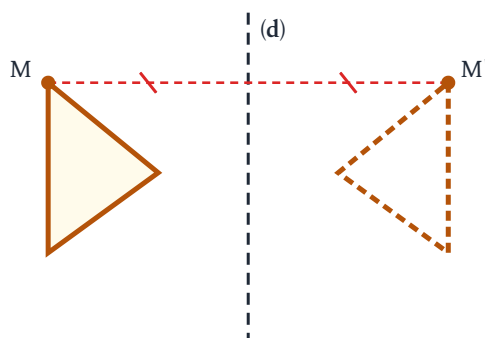
$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \implies \frac{MN}{8} = \frac{3}{5} \implies MN = \frac{3 \times 8}{5} = 4,8 \text{ cm}$$



6. Symétrie

Définition — Symétrie axiale et centrale :

- **Symétrie axiale** : le symétrique d'un point M par rapport à un axe (d) est le point M' tel que (d) est la médiatrice du segment $[MM']$.
- **Symétrie centrale** : le symétrique d'un point M par rapport à un centre O est le point M' tel que O est le milieu de $[MM']$.



Propriétés de la symétrie :

La symétrie (axiale ou centrale) **conserve** :

- les longueurs (les distances sont préservées) ;
- les angles (les mesures d'angles sont préservées) ;
- les aires.

Application : en menuiserie, la symétrie permet de reproduire un gabarit à l'identique (pièce droite et pièce gauche d'un meuble).

7. Conversions d'unités

Méthode — Convertir des unités :

Grandeur	Règle	Exemple
Longueur	× 10 ou ÷ 10 par rang	2,5 m = 250 cm
Aire	× 100 ou ÷ 100 par rang	3 m ² = 30 000 cm ²
Volume	× 1000 ou ÷ 1000 par rang	0,5 m ³ = 500 dm ³ = 500 L

Attention — Erreur fréquente sur les conversions :

- $1 \text{ m}^2 \neq 100 \text{ cm}^2$. En effet : $1 \text{ m}^2 = (100 \text{ cm})^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$.
- $1 \text{ m}^3 \neq 100 \text{ cm}^3$. En effet : $1 \text{ m}^3 = (100 \text{ cm})^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$.
- **Retenir** : pour les aires on met au carré, pour les volumes on met au cube.

MINI-EXERCICE :

Calcule le périmètre et l'aire d'un rectangle de 75 cm × 45 cm.

MINI-EXERCICE :

Un cylindre de bois a un rayon de 6 cm et une longueur de 80 cm. Calcule son volume ($V = \pi r^2 h$).

MINI-EXERCICE :

Un triangle rectangle a pour côtés 5 cm et 12 cm. Calcule l'hypoténuse.

8. L'essentiel à retenir

À retenir :

- **Périmètres** : carré $4c$, rectangle $2(L + \ell)$, cercle $2\pi r$.
- **Aires** : carré c^2 , rectangle $L\ell$, triangle $\frac{bh}{2}$, disque πr^2 .
- **Volumes** : cube a^3 , pavé droit $L\ell h$, cylindre $\pi r^2 h$, boule $\frac{4}{3}\pi r^3$.
- **Pythagore** : dans un triangle rectangle, $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
- **Thalès** : droite parallèle à un côté \rightarrow segments proportionnels.
- **Symétries** : conservent longueurs, angles et aires.
- **Conversions** : longueurs $\times 10$, aires $\times 100$, volumes $\times 1000$ par rang d'unité.

Capacités travaillées :

- Calculer le périmètre et l'aire de figures planes usuelles
- Calculer le volume de solides usuels (cube, pavé droit, cylindre, boule)
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur
- Utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur
- Convertir des unités de longueur, d'aire et de volume

Périmètres et aires**Exercice 1** Périmètres de figures simples

Calculer le périmètre de chaque figure :

- Un carré de côté 15 cm.
- Un rectangle de longueur 8 m et de largeur 3,5 m.
- Un cercle de rayon 7 cm. (Arrondir au dixième.)
- Un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 7 cm et 9 cm.

Mes calculs :

Exercice 2**Baguette de finition**

Un menuisier agenceur pose une baguette décorative autour d'un panneau rectangulaire de $1,40 \text{ m} \times 0,90 \text{ m}$.

- Calculer le périmètre du panneau.
- La baguette est vendue en barres de $2,50 \text{ m}$. Combien de barres doit-il acheter ?
- Quelle longueur de baguette restera-t-il en chute ?

Mes calculs :

Exercice 3**Aires de figures simples**

Calculer l'aire de chaque figure :

- a) Un carré de côté 12 cm.
- b) Un rectangle de 2,5 m × 1,8 m.
- c) Un triangle de base 10 cm et de hauteur 6 cm.
- d) Un disque de rayon 5 m. (Arrondir au dixième.)

Mes calculs :

Exercice 4**Surface de vernis**

Un ébéniste doit vernir un plateau de table rectangulaire de $160\text{ cm} \times 90\text{ cm}$ (dessus et dessous).

- a) Calculer l'aire d'une face du plateau en cm^2 , puis en m^2 .
- b) Calculer la surface totale à vernir (deux faces).
- c) Un pot de vernis couvre 12 m^2 par litre. Quel volume de vernis (en litres) faut-il pour deux couches ?

Mes calculs :

Exercice 5**Isolation d'un tuyau**

Un plombier chauffagiste doit isoler un tuyau de chauffage cylindrique de diamètre 6 cm et de longueur 3 m avec un manchon isolant. Le manchon entoure le tuyau (surface latérale du cylindre).

La surface latérale d'un cylindre est : $\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi r \times h$.

- Calculer le rayon du tuyau.
- Calculer la surface latérale à isoler en m^2 . (Arrondir au centième.)
- Le manchon isolant coûte 8 € le m^2 . Quel est le coût de l'isolation ?

Mes calculs :

Volumes

Exercice 6 Volumes de solides simples

Calculer le volume de chaque solide :

- Un cube d'arête 8 cm.
- Un pavé droit de dimensions 30 cm \times 20 cm \times 15 cm.
- Un cylindre de rayon 10 cm et de hauteur 25 cm. (Arrondir à l'unité.)
- Une boule de rayon 6 cm. (Arrondir à l'unité.)

Mes calculs :

Exercice 7**Capacité d'un ballon d'eau chaude**

Un installateur thermique pose un ballon d'eau chaude cylindrique de diamètre 45 cm et de hauteur 1,10 m.

- Calculer le rayon du ballon en mètres.
- Calculer le volume du ballon en m^3 . (Arrondir au millième.)
- Convertir ce volume en litres.
- Ce ballon convient-il pour une famille de 4 personnes (besoin estimé : 150 L) ?

Mes calculs :

Exercice 8**Tiroir sur mesure**

Un ébéniste fabrique un tiroir en forme de pavé droit : 50 cm de long, 35 cm de large et 10 cm de profondeur.

- a) Calculer le volume intérieur du tiroir en cm^3 .
- b) Convertir en dm^3 , puis en litres.
- c) Le client souhaite un tiroir pouvant contenir au moins 20 litres. Ce tiroir convient-il ?

Mes calculs :

Exercice 9**Remplir un aquarium**

Un aquarium a la forme d'un pavé droit de $80\text{ cm} \times 40\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ (hauteur).

- Calculer le volume total de l'aquarium en cm^3 , puis en litres.
- On le remplit aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur. Quel volume d'eau (en litres) faut-il ?
- L'eau du robinet coule à 12 litres par minute. Combien de temps faut-il pour le remplir ?

Mes calculs :

Théorème de Pythagore

Exercice 10 Calculer l'hypoténuse

Un triangle ABC est rectangle en C avec $AC = 6$ cm et $BC = 8$ cm.

- Quel est le côté le plus long (l'hypoténuse) ?
- Écrire l'égalité de Pythagore.
- Calculer la longueur AB .

Mes calculs :

Exercice 11 Vérification d'équerrage

Un menuisier vérifie qu'une planche rectangulaire est bien d'équerre. Il mesure les deux côtés : 90 cm et 120 cm, puis la diagonale : 150 cm.

- Si la planche est d'équerre, que doit vérifier le triangle formé par les deux côtés et la diagonale ?
- Vérifier par le calcul que la planche est bien d'équerre (réciproque de Pythagore).

Mes calculs :

Exercice 12 Longueur d'un tuyau en diagonale

Un plombier chauffagiste doit faire passer un tuyau en diagonale dans un local technique rectangulaire de 2,40 m de long et 1,80 m de large (au sol).

- a) Calculer la longueur du tuyau (diagonale du rectangle au sol). Arrondir au centième de mètre.
- b) Le tuyau est vendu en barres de 3 m. Une barre suffit-elle ?

Mes calculs :

Exercice 13 Calculer un côté de l'angle droit

Un triangle RST est rectangle en S . On sait que $RT = 13$ cm et $RS = 5$ cm.

- a) Écrire l'égalité de Pythagore (attention : RT est l'hypoténuse).
- b) Calculer la longueur ST .

Mes calculs :

Théorème de Thalès

Exercice 14 Thalès — Calcul direct

Dans un triangle ABC , une droite parallèle à (BC) coupe $[AB]$ en M et $[AC]$ en N .

On donne : $AM = 4 \text{ cm}$, $AB = 10 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$.

a) Écrire les rapports du théorème de Thalès.

b) Calculer la longueur MN .

Mes calculs :

Exercice 15**Plan d'agencement à l'échelle**

Sur un plan d'agencement, un menuisier agenceur repère un triangle ABC coupé par une droite parallèle à (BC) passant par M (sur $[AB]$) et N (sur $[AC]$).

Données : $AM = 3$ cm, $MB = 2$ cm, $AN = 4,5$ cm.

- a) Calculer AB .
- b) Calculer NC en utilisant le théorème de Thalès.
- c) En déduire AC .

Mes calculs :

Exercice 16**Hauteur d'un poteau**

Pour mesurer la hauteur d'un poteau, on utilise la méthode de l'ombre. Au même instant :

- Un piquet de 1,50 m projette une ombre de 2 m au sol.
- Le poteau projette une ombre de 8 m au sol.

Les rayons du soleil sont parallèles, on peut utiliser le théorème de Thalès.

a) Écrire les rapports de proportionnalité.

b) Calculer la hauteur H du poteau.

Mes calculs :

Conversions d'unités

Exercice 17 Conversions de longueurs, aires et volumes

Effectuer les conversions suivantes :

Longueurs :

a) $3,5 \text{ m} = \dots \text{ cm}$ b) $450 \text{ mm} = \dots \text{ m}$ c) $1,2 \text{ km} = \dots \text{ m}$

Aires :

d) $2 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$ e) $50\,000 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$

Volumes :

f) $0,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ L}$ g) $3\,500 \text{ cm}^3 = \dots \text{ L}$ h) $25 \text{ L} = \dots \text{ m}^3$

Mes calculs :

Problèmes de synthèse

Exercice 18 Dalle de béton

Un maçon coule une dalle de béton rectangulaire de $4\text{ m} \times 3\text{ m}$ sur une épaisseur de 12 cm .

- Calculer l'aire de la dalle en m^2 .
- Convertir l'épaisseur en mètres.
- Calculer le volume de béton nécessaire en m^3 .
- Le béton est vendu 90 € le m^3 . Calculer le coût du béton.

Mes calculs :

Exercice 19**Bibliothèque d'angle**

Un menuisier agenceur conçoit une étagère d'angle dont la section est un triangle rectangle. Les deux côtés de l'angle droit mesurent 40 cm et 30 cm. L'étagère a une profondeur (hauteur) de 25 cm.

- a) Calculer la longueur du côté visible (hypoténuse de la section triangulaire).
- b) Calculer l'aire de la section triangulaire.
- c) Calculer le volume de rangement de l'étagère (en cm^3 , puis en litres).

Mes calculs :

Exercice 20**Installation de radiateurs**

Un technicien chauffagiste installe des radiateurs dans une pièce rectangulaire de 5 m × 4 m avec une hauteur sous plafond de 2,50 m.

- a) Calculer le volume de la pièce en m^3 .
- b) La règle de dimensionnement prévoit 40 W par m^3 dans une maison bien isolée. Quelle puissance totale de chauffage faut-il ?
- c) Un radiateur fournit 1 500 W. Combien de radiateurs faut-il installer ?
- d) La pièce a deux fenêtres rectangulaires de 1,20 m × 1,00 m. Calculer l'aire totale des vitres.
- e) Un vitrier veut aussi vérifier la diagonale d'une fenêtre (pour le transport). Calculer cette diagonale. Arrondir au centième.

Mes calculs :
