

Ondes EM dans les plasmas

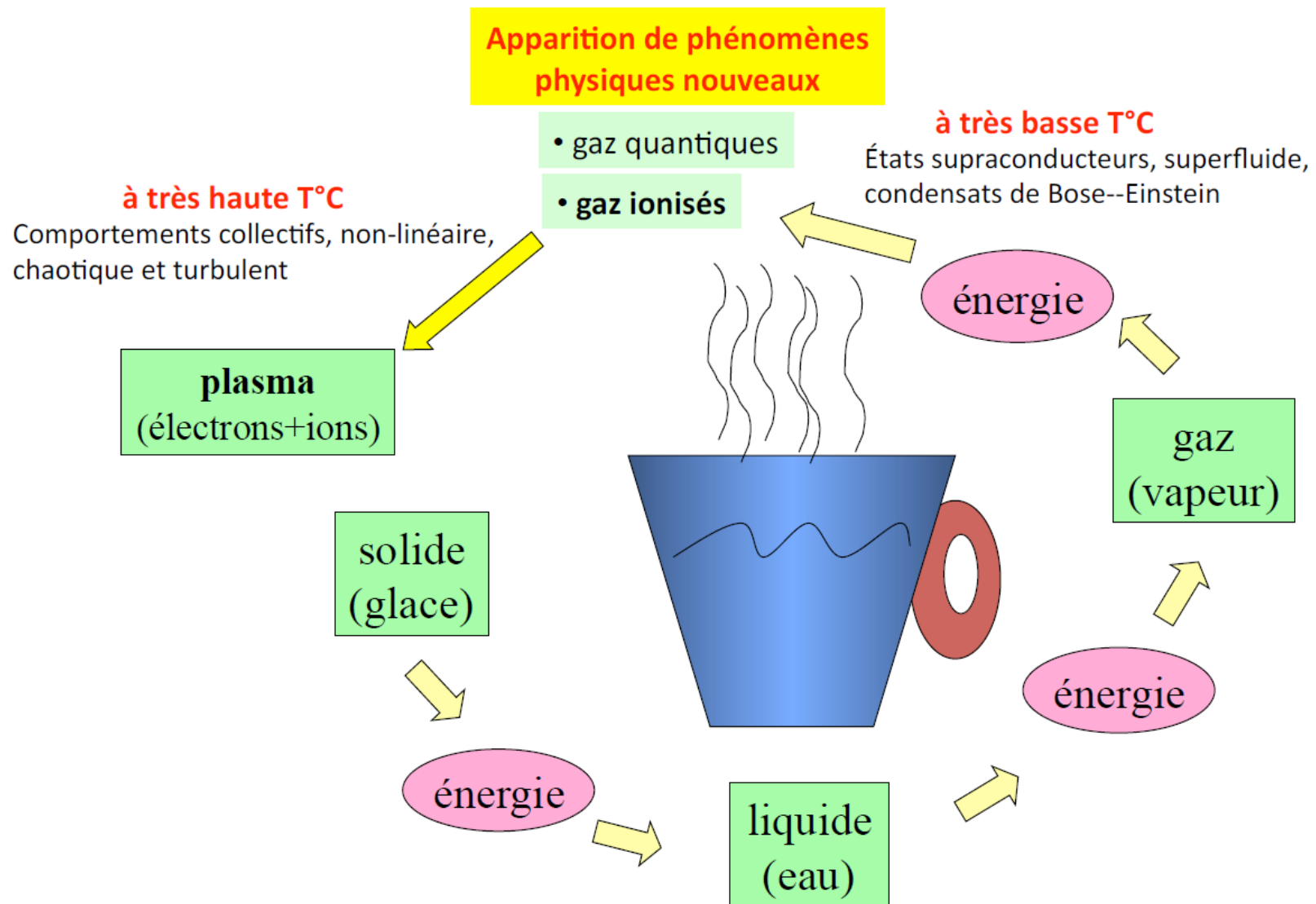
(MP)

« Comment appliquer les équations de Maxwell dans un plasma ? »

[Vidéo](#)

[Synopsis](#)

Le 4^{ème} état de la matière



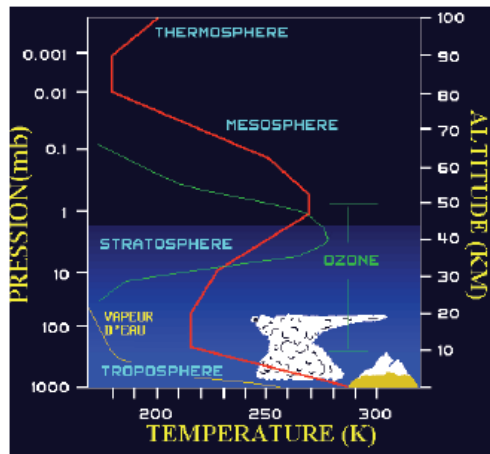
Applications des plasmas :

APPLICATIONS/EXAMPLES:

la fusion thermonucléaire	confinement magnétique confinement inertiel
l'éclairage	lampes fluorescentes lampes haute pression lampes halogènes sources spectroscopiques
la microélectronique	gravure déposition (e. g pulvérisation) implantation ionique
sources d'ions	faisceaux d'ions (e. g. accélérateurs) Implantation d'ions par plasma
arcs	soudure découpage disjoncteurs
torches à plasma	déposition de matériaux couches protectrices

CONNAISSANCES FONDAMENTALES:

l'atmosphère	la foudre
l'ionosphère	propagation des ondes
le soleil	photosphère... le vent solaire
objets astrophysiques	



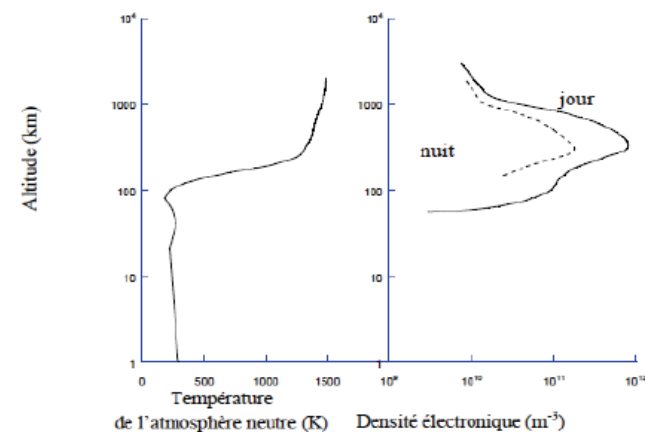
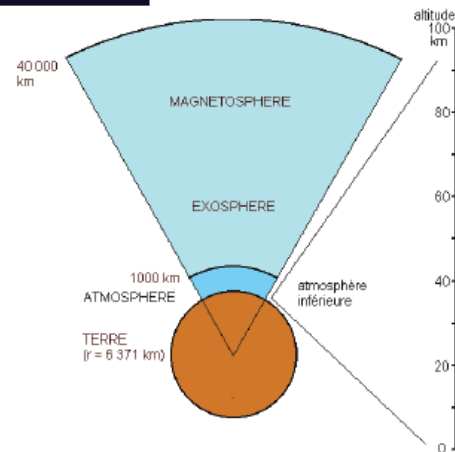
Altitude
> 100 km

> 100 km

⇒ Rayonnement ultraviolet entretient une structure ionisée : **ionosphère**

> 1000 km

⇒ Champ magnétique dipolaire terrestre + vent solaire crée un plasma **alimenté, magnétisé** et donc structuré : **magnétosphère**



Profils de densité et de température dans l'ionosphère terrestre.

> 100 km

⇒ espace interplanétaire rempli par du plasma

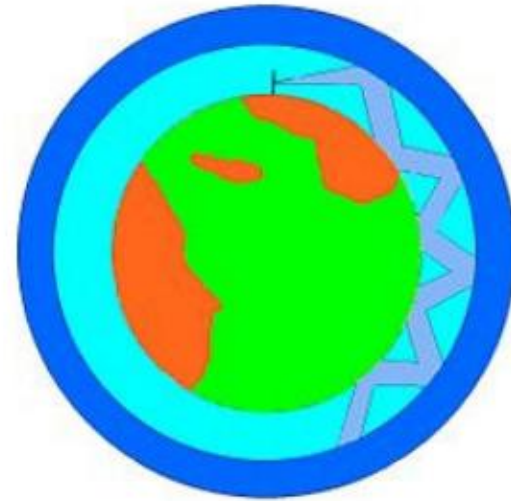
⇒ ... **SOLEIL** (« gros plasma ») : **Sphère**

Ionosphère

L'atmosphère terrestre est neutre sur le plan électrique sauf dans l'**ionosphère** qui est une région de l'espace à cheval sur la thermosphère et la mésosphère. C'est la partie de l'atmosphère ionisée par le rayonnement **ultraviolet** du Soleil. Celui-ci rencontre dans ces régions de densité croissante les molécules d'oxygène et d'azote qu'il **dissocie** ou qu'il **ionise**. Ces processus absorbent l'énergie du rayonnement en créant à la fois des ions et des électrons libres. Il bloque le rayonnement ultraviolet le plus énergétique donc le plus nocif pour les formes de vie. L'ionosphère s'étend de 60 à 800 km et est constituée de trois couches :

- la couche D (60 à 90 km) qui disparaît la nuit car le processus d'ionisation n'est plus entretenu ;
- la couche E (90 à 120 km) qui se rétrécit la nuit pour les mêmes raisons mais la neutralisation de cette région au cours de la nuit est moins complète ;
- la couche F (120 à 800 km) joue un rôle important dans l'électricité atmosphérique et forme le bord intérieur de la **magnétosphère**. Grâce à ses particules chargées, elle a une importance pratique car elle influence, par exemple, la propagation des **ondes radio** sur la Terre. Elle est le lieu où se déroulent les **aurores** et les **phénomènes lumineux transitoires** liés aux orages.

Un plasma est un milieu composé d'atomes ou de molécules ionisés mais qui reste globalement électriquement neutre.



Un plasma d'hydrogène est composé de protons (les noyaux d'hydrogène) et d'électrons libres.

L'ionosphère est la partie de la haute atmosphère (75 à 250 km d'altitude en plusieurs couches) où les gaz sont ionisés par le rayonnement cosmique et par le vent solaire. La densité des électrons dans l'ionosphère est de l'ordre de 10^{10} à 10^{12} m^{-3} .

Le cœur des étoiles est un exemple de plasma chaud et très dense.

Sous quelle forme se trouvent ces plasmas ?

✓ Ils varient en **densité électronique** et **température électronique**

Plasmas spatiaux	n_e [cm ⁻³]	T_e [K]
Ionosphère	$10^3 - 10^6$	$10^2 - 10^3$
Couronne Solaire	$10^4 - 10^8$	$10^4 - 10^6$
Vent Solaire	$\sim 10^{1/2}$	$\sim 10^5$

✓ Au delà du système solaire, les étoiles sont des **sphères de plasma**

Plasmas astrophysiques	n_e [cm ⁻³]	T_e [K]
Intérieurs stellaires	$10^{25} - 10^{32}$	$10^7 - 10^8$
Espaces Interstellaires	$10^{-3} - 1$	$10^2 - 10^3$
Espaces Intergalactiques	$\sim 10^{-6}$	$\sim 10^5$

Plasma chaud

Plasma froid



Conclusion : si environnement proche est formé de matière neutre, solide, liquide et gazeuse
=> à plus grande échelle les plasmas constituent l'essentiel de l'environnement

I) Propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma :

1 – Définition d'un plasma :

Un plasma est un milieu composé d'atomes ou de molécules ionisés mais qui reste globalement électriquement neutre.

Un plasma d'hydrogène est composé de protons (les noyaux d'hydrogène) et d'électrons libres.

- ▣ La magnétosphère et l'ionosphère terrestres.
- ▣ Le cœur des étoiles, exemple de plasma chaud et très dense.
- ▣ Les tubes à néon et le phénomène de la foudre (décharges électriques).

Densité volumique de courant dans un plasma :

On note $\vec{V}$ et $\vec{v}$ les vitesses mésoscopiques d'un ion et d'un électron.

Si un champ électrique extérieur $\vec{E}$ est appliqué au plasma :

$$M \frac{d\vec{V}}{dt} = e\vec{E} \quad \text{et} \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{m}{M} \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{V} = -\frac{m}{M} \vec{v} \quad (V \ll v)}$$

On note n la densité particulaire (nombre d'électrons et de protons par unité de volume).

La densité volumique du plasma est : (presque celle des électrons)

$$\vec{j} = -ne\vec{v} + ne\vec{V} = -ne\left(1 + \frac{m}{M}\right)\vec{v} \approx -ne\vec{v} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = -ne \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \vec{E}}$$

2 – Equations de Maxwell dans le plasma :

L'ionosphère est la partie de la haute atmosphère (75 à 250 km d'altitude en plusieurs couches) où les gaz sont ionisés par le rayonnement cosmique et par le vent solaire : c'est un exemple de plasma.

On s'intéresse à la propagation d'une onde EM plane progressive monochromatique dans un plasma.

On note $\vec{E}$ et $\vec{B}$ les champs électrique et magnétique associés à cette onde.

Ces champs agissent sur les électrons du plasma et les mettent en mouvement.

Equations de Maxwell dans le plasma :

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

avec :

$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = -ne \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \vec{E}$$

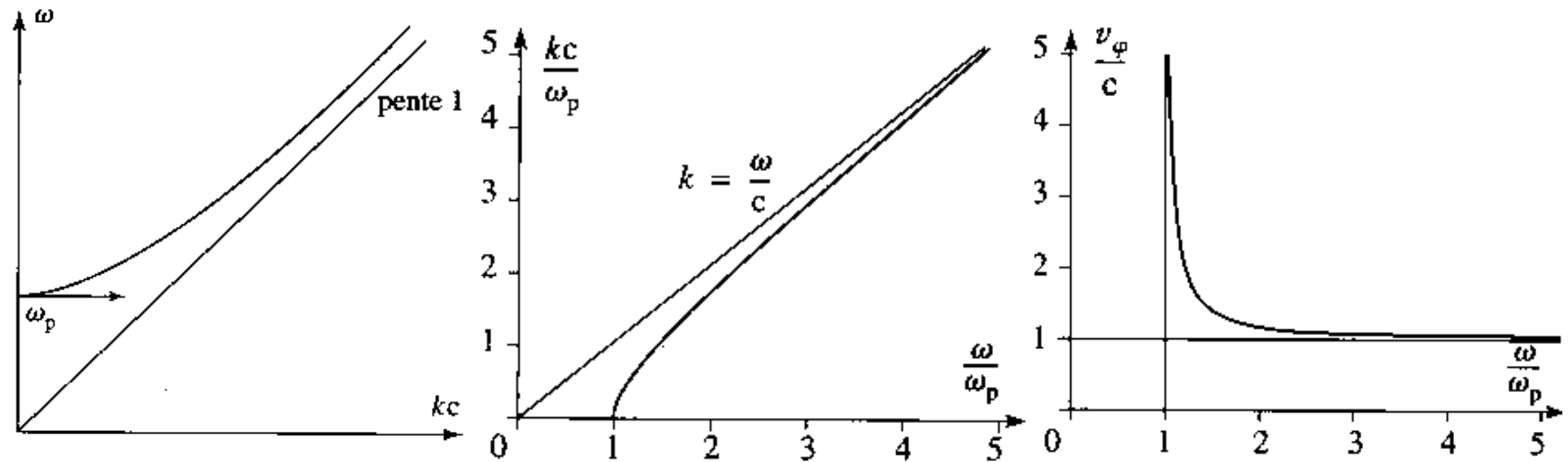
3 – Relation de dispersion des ondes électromagnétiques planes progressives monochromatiques :

On cherche une solution complexe des équations de Maxwell sous la forme :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{et} \quad \underline{\vec{B}} = \underline{\vec{B}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

(Equation de Klein-Gordon)



A haute fréquence, $k \approx \frac{\omega}{c}$ et $v_\phi \approx c$: le comportement du plasma est proche de celui du vide

(à cause de l'inertie des électrons).

Si $\omega < \omega_p$, alors k est imaginaire pur :

$$k = \pm i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}} = \pm i k''$$

Seules les ondes planes monochromatiques de pulsations $\omega > \omega_p$ se propagent dans un plasma.

Dans le cas contraire, les ondes sont stationnaires et dites évanescentes (évolution exponentielle de l'amplitude selon la direction de l'onde).

4 – Structure de l'onde plane progressive harmonique :

* Vitesse de phase et indice de réfraction du plasma :

On se place dans le cas où $\omega > \omega_p$ (il y a propagation) :

$$k = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c}$$

La relation entre k et ω est non linéaire : le milieu est dispersif.

La vitesse de phase est :

$$v_\varphi(\omega) = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}} c$$

L'indice de réfraction du plasma est défini par :

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \frac{ck}{\omega} \quad \text{soit} \quad n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} < 1$$

On remarque que :

$$v_\phi(\omega) > c \quad \text{et} \quad n < 1$$

Ceci n'est pas paradoxal car cette vitesse ne correspond pas à la vitesse de l'information ou de l'énergie (c'est le cas de la vitesse de groupe).

*** Structure de l'onde EM :**

Le trièdre $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ est direct

$$B = \frac{kE}{\omega} = \frac{E}{v_\phi}$$

La structure de l'onde plane progressive monochromatique est semblable à celle du vide.

Seule la vitesse de phase est différente et dépend de la pulsation de l'onde.

II – Propagation d'un groupe d'ondes (paquets d'ondes), vitesse de groupe :

1 – Propagation de deux ondes planes progressives harmoniques de fréquences voisines :

On suppose que le vecteur d'onde est réel (on ne prend pas en compte l'absorption).

Soient $k_1 = k(\omega_1)$ et $k_2 = k(\omega_2)$ les vecteurs d'onde réels des deux ondes.

On suppose que ω_1 et ω_2 sont proches et l'on pose :

$$\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad ; \quad k_0 = \frac{k_1 + k_2}{2} \quad ; \quad \delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \quad ; \quad \delta k = k_1 - k_2$$

Avec : $|\delta\omega| \ll \omega_0$ et $|\delta k| \ll k_0$

On suppose de plus que les deux ondes ont même amplitude.

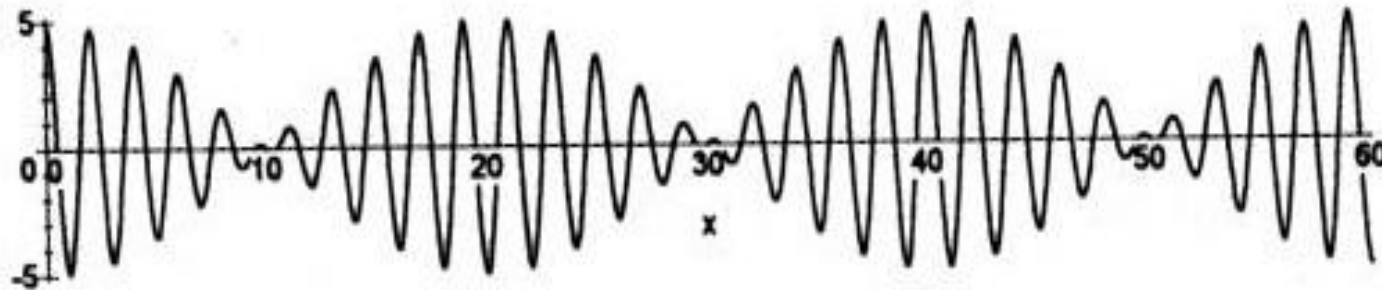
L'onde résultante, superposition de deux ondes, a pour amplitude :

$$\theta(x,t) = A\cos(\omega_1 t - k_1 x) + A\cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

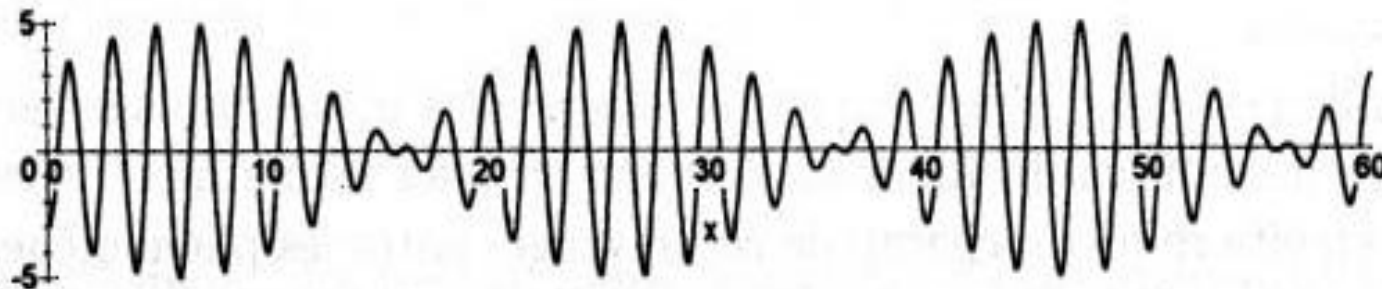
.....

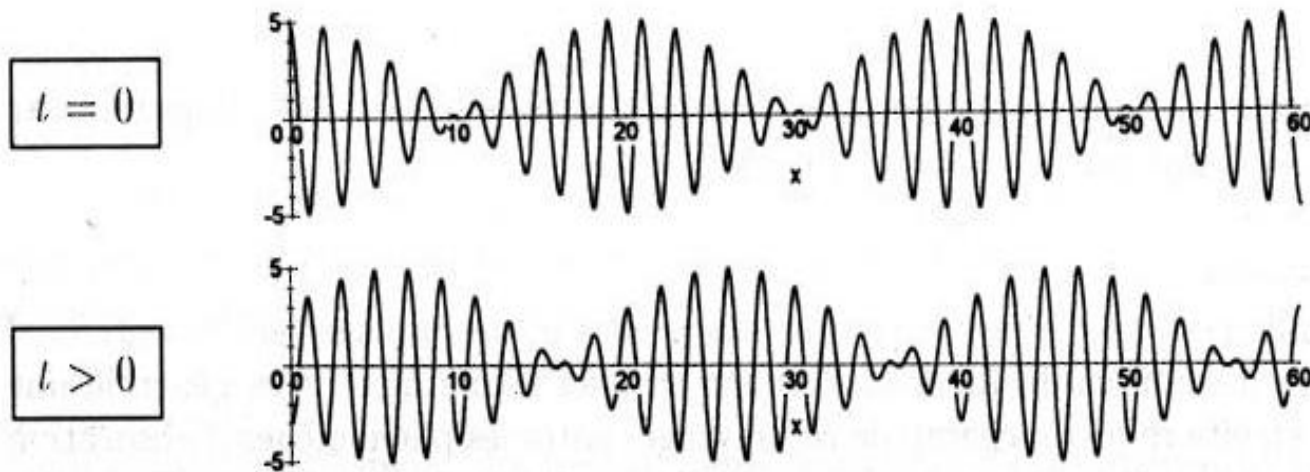
$$\theta(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\delta\omega}{2}t - \frac{\delta k}{2}x\right)\cos(\omega_0 t - k_0 x)$$

$t = 0$



$t > 0$



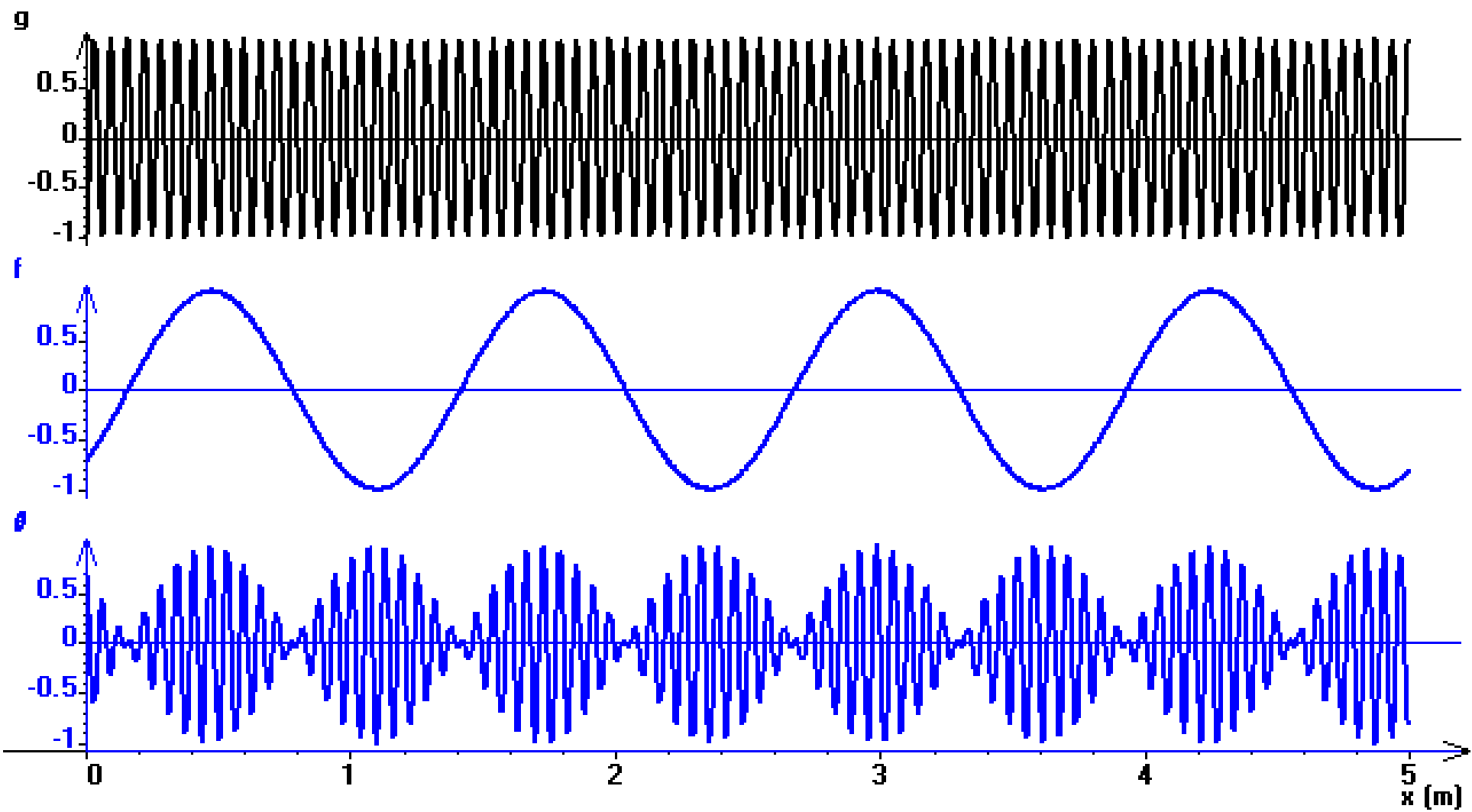


On observe des battements : une onde moyenne de vecteur d'onde k_0 est enveloppée par une onde enveloppe de vecteur d'onde δk .

L'onde moyenne constitue une onde plane progressive de vitesse $\frac{\omega_0}{k_0}$.

L'onde enveloppe constitue une onde plane progressive de vitesse $\frac{\delta\omega}{\delta k}$.

Ces vitesses n'étant en général pas identiques, les crêtes de l'onde moyenne avance à une vitesse différente de celle des crêtes de l'onde enveloppe.

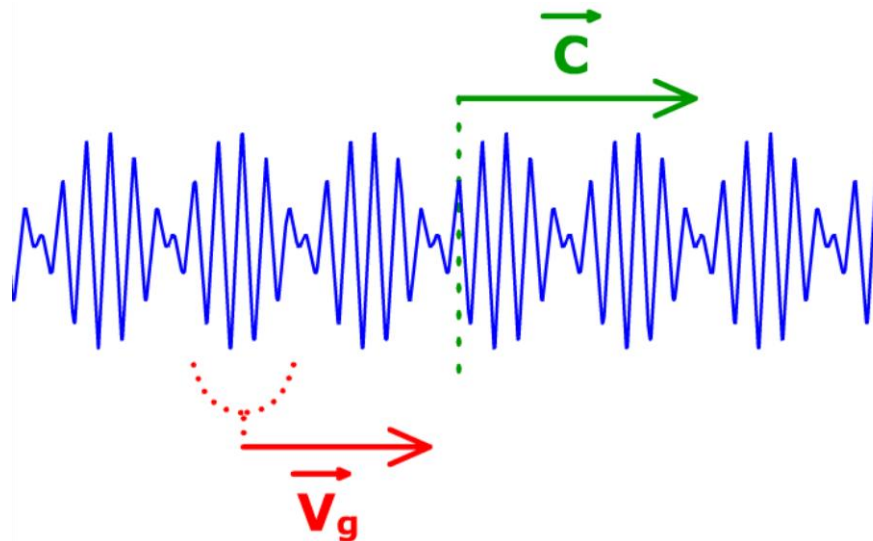


2 – Généralisation au cas d'un paquet d'ondes :

On appelle paquet d'ondes un ensemble d'ondes planes progressives harmoniques de pulsations voisines.

Plus précisément, leurs pulsations sont comprises dans l'intervalle :

$$\left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right] \quad \text{avec} \quad \Delta\omega \ll \omega_0$$



Une illustration de la vitesse de phase et de la vitesse de groupe.

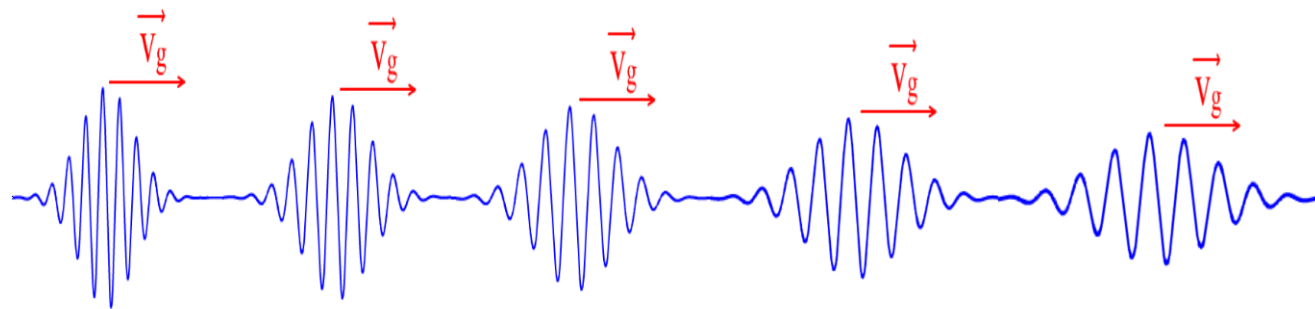
On voit apparaître une onde moyenne de pulsation ω_0 se propageant à la vitesse de phase :

$$v_\varphi = \frac{\omega_0}{k_0}$$

et une onde enveloppe qui se propage à la vitesse de groupe :

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{\omega_0}$$

Les vitesses de phase et de groupe sont *a priori* différentes et le paquet d'ondes se propage en se déformant.



3 – Retour à la structure de l'onde plane progressive harmonique :

* Vitesse de groupe :

La vitesse de groupe vaut :

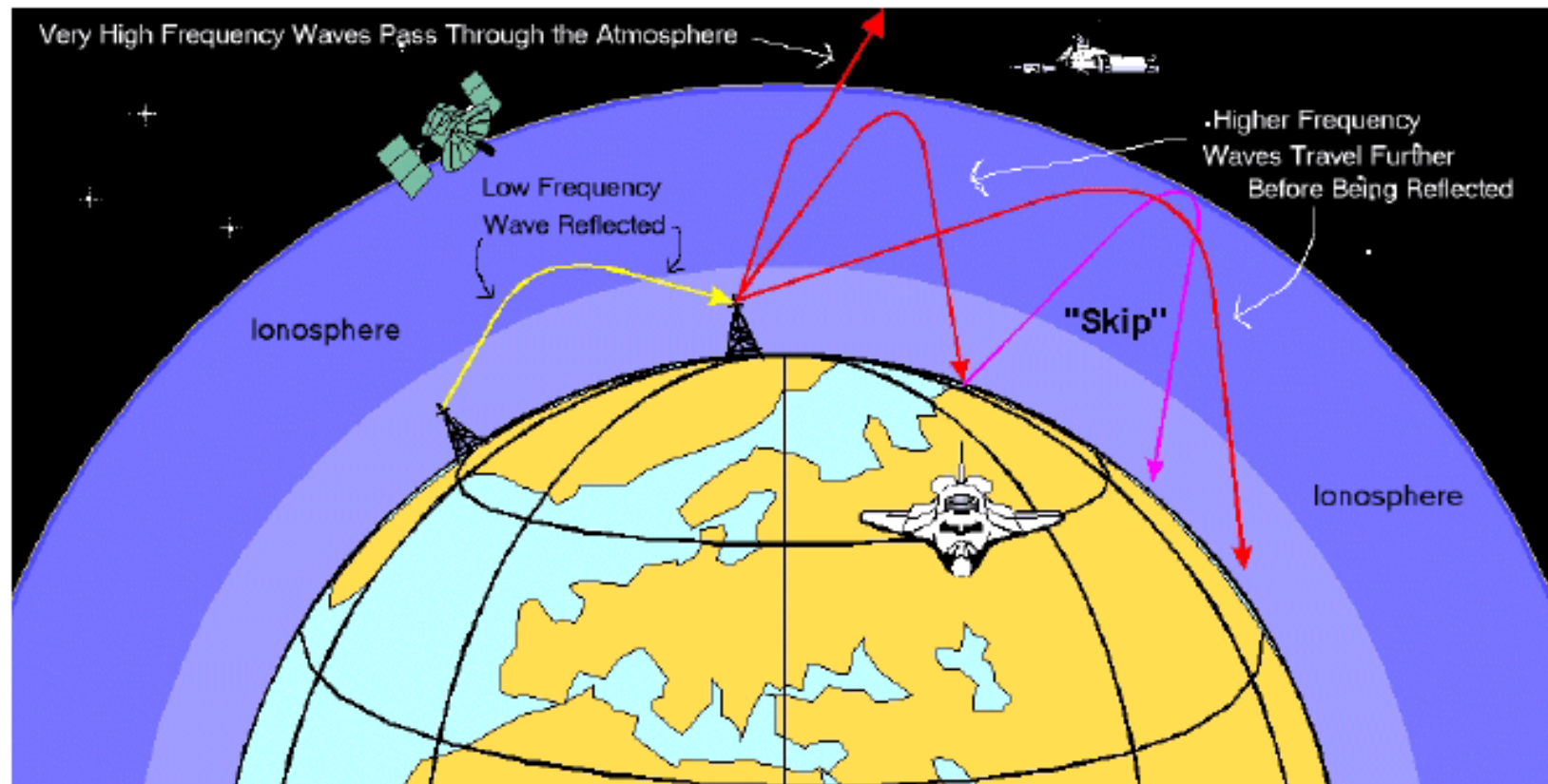
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

$$v_g = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} c$$

On constate que :

$$v_g < c \quad \text{et que} \quad v_\phi v_g = c^2$$

Ionosphère / Atmosphère



[Source: Nasa - GSFC]

"Propagation des ondes radioélectriques à travers l'atmosphère"

L'ionosphère est la partie de la haute atmosphère (75 à 250 km d'altitude en plusieurs couches) où les gaz sont ionisés par le rayonnement cosmique et par le vent solaire. La densité particulaire des électrons dans l'ionosphère est de l'ordre de 10^{10} m^{-3} à 10^{12} m^{-3} et la fréquence plasma de l'ordre de $\nu_p = 10^7 \text{ Hz}$.

- Pour $\nu = 10^5 \text{ Hz} < \nu_p$, l'ionosphère joue le rôle de réflecteur : ceci explique la 1^{ère} liaison radio transatlantique réalisée par Marconi en 1901. Ainsi des ondes radio en modulation d'amplitude peuvent atteindre des points très éloignés sur le globe.
- Pour $\nu = 10^8 \text{ Hz} > \nu_p$, l'ionosphère est « transparente ». Ces fréquences sont utilisées pour communiquer avec les satellites.

Autre exemple : France inter GO et France Info FM

France Inter GO a pour fréquence $f_{GO} = 164 \text{ kHz}$ et France info FM $f_{FM} = 105,5 \text{ MHz}$.

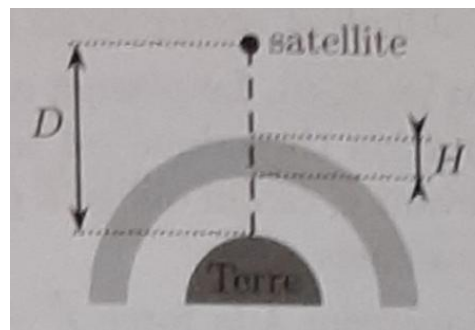
On voit que :

$$f_{GO} < \nu_p < f_{FM}$$

Ainsi, les GO se réfléchissent sur l'ionosphère et pourront être captées à des distances nettement plus importantes du lieu d'émission que France Info dont les ondes se propagent dans l'ionosphère.

Exercice :

5. Un train d'onde électromagnétique est envoyé par un satellite vers la Terre. Quel temps τ met-il pour parcourir la distance D ?
 L'espace est assimilé à du vide en dehors de l'ionosphère. La fréquence de l'onde est telle que $f \gg f_p$, où $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$, ce qui permet un calcul approché avec un développement limité.
6. Pour prendre en compte la dispersion ionosphérique, on envoie deux trains d'onde de fréquences f_1 et f_2 et on mesure l'écart Δt entre leurs temps de parcours. Exprimer Δt avec $f_2 > f_1 \gg f_p$.
7. Montrer que $D = c\tau - d$, avec $d = \frac{f_1^2 f_2^2 c \Delta t}{f^2 (f_2^2 - f_1^2)}$. On trouve que d est de l'ordre de quelques mètres. Qu'en penser ?



$$\tau = \frac{D}{c} \left(1 + \frac{H}{2D} \frac{f_p^2}{f^2} \right)$$

$$\Delta t = \tau_1 - \tau_2 = \frac{H f_p^2}{2cD} \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_1^2 f_2^2}$$

$$d = \frac{f_1^2 f_2^2 c \Delta t}{f^2 (f_2^2 - f_1^2)}$$

III – Compléments : aspect énergétique (coefficients de réflexion et de Transmission, en amplitude et en énergie) :

Le plasma occupe le demi-espace $z > 0$. Une OPPH incidente se propage dans le vide et atteint le plasma sous incidence normale.

* Définir les coefficients (éventuellement complexes) $\underline{r}$ et $\underline{\tau}$ de réflexion et de transmission en amplitude (pour le champ électrique).

* Définir et calculer les coefficients réels R et T de réflexion et de transmission en intensité. Tracer la courbe donnant $\frac{\omega}{\omega_p} \rightarrow R(\omega)$.

