

Calcul littéral (1^{ère} partie)

I Expression littérale

Définition :

Une expression littérale est une expression mathématique contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

Exemple : Pour calculer le périmètre d'un cercle, on utilise la formule $2 \times \pi \times r$. où r représente le rayon du cercle et π est un nombre constant qui vaut environ 3,14.

Propriété :

On peut simplifier une expression littérale en supprimant le signe $\times$ si et seulement s'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse, ou avec des puissances.

Exemple :

- $2 \times \pi \times r = 2\pi r$
- $x \times 6 = 6 \times x = 6x$
- $z \times (3 + x) = z(3 + x)$
- $2 \times (x + 1) = 2(x + 1)$
- $y \times y \times y = y^3$

Application : Exercice 1

II Calculer la valeur d'une expression littérale

Définition :

On calcule la valeur d'une expression littérale lorsqu'on attribue une valeur aux lettres contenues dans l'expression.

Si une même lettre est utilisée plusieurs fois, on lui attribue le même nombre à chaque fois.

Attention, en remplaçant une lettre par sa valeur, les signes de multiplication doivent réapparaître.

Exemple : Calculer l'expression $A = 5 \times (6 - x) + 3x - 7y$ lorsque $x = 2$ et $y = 1$

$$A = 5 \times (6 - 2) + 3 \times 2 - 7 \times 1$$

$$A = \underline{5 \times 4} + 3 \times 2 - 7 \times 1$$

$$A = 20 + \underline{3 \times 2} - 7 \times 1$$

$$A = 20 + 6 - \underline{7 \times 1}$$

$$A = \underline{20 + 6} - 7$$

$$A = 26 - 7$$

$$A = 19$$

Application : Exercice 2

Définition :

Une égalité est constituée de deux expressions littérales appelées « **membres** » séparés par un signe « = ».

Propriété :

On dit qu'une égalité est **vraie (ou est vérifiée)** si les deux expressions représentent le même nombre.

Exemple : $5 \times 2 = 4 + 6$ est vraie car $5 \times 2 = 10$ et $4 + 6 = 10$

Définition :

Deux expressions littérales sont égales si et seulement si elles sont égales quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres.

Exemple 1 :

$3x + 6 = 2(x + 5)$ est fausse car si $x = 1$ alors :

$$3x + 6 = 3 \times 1 + 6 = 3 + 6 = 9 \quad \text{et} \quad 2(x + 5) = 2 \times (1 + 5) = 2 \times 6 = 12$$

Exemple 2 : $4x + 6 + 2x = 2x \times 3 + 2 \times 3$ est vraie car

- $4x + 6 + 2x = 4x + 2x + 6 = 6x + 6$
- $2x \times 3 + 2 \times 3 = 2 \times x \times 3 + 2 \times 3 = 2 \times 3 \times x + 2 \times 3 = 6 \times x + 6 = 6x + 6$

Application : Exercice 3

III Réduction d'une expression littérale

Définition :

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Réduire un produit, c'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles.

Exemple 1 :

$$A = 4x + 6y + 2x - y = 6x + 5y$$

On peut dire que « $A = 4 \text{ bananes} + 6 \text{ navets} + 2 \text{ bananes} - 1 \text{ navet} = 6 \text{ bananes} + 5 \text{ navets}$ »

Exemple 2 :

$$B = 5 \times 3x \times y \times 4x^2$$

$$B = 5 \times 3 \times x \times y \times 4 \times x^2 \longrightarrow \text{Je rajoute les signes } \times$$

$$B = 5 \times 3 \times 4 \times x \times x^2 \times y \longrightarrow \text{Je réordonne les facteurs, nombres à gauche, lettres à droite}$$

$$B = 60 \times x^3 \times y \longrightarrow \text{Je calcule et réduis}$$

$$B = 60x^3y \longrightarrow \text{Je supprime les signes } \times$$

Application : Exercice 4

Calcul littéral (1^{ère} partie)

(Exercices)

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes

$$A = 4 \times a$$

$$B = b \times c$$

$$C = 6 \times (3 - a)$$

$$D = 10 + 5 \times a$$

$$E = x \times 7$$

$$F = 2 \times a \times 5$$

$$G = 4 \times 5 - 2 \times x$$

$$H = 3 \times x(5 \times 2 + x \times 3)$$

Exercice 2

On suspend un objet de masse M en kg , à un ressort. La longueur L , en cm , du ressort est donnée par la formule : $L = 18 + 2 \times M$

1/ Simplifier l'expression littérale L

2/ Quelle est la longueur du ressort lorsqu'on ne suspend pas d'objet ?

3/ Calculer la longueur du ressort lorsqu'on suspend un objet de masse M égale à :

$$a/ 2 \text{ kg}$$

$$b/ 1,5 \text{ kg}$$

$$c/ 800 \text{ g}$$

Exercice 3

Dans chaque cas, dire si l'égalité est vraie pour $x = 4$

$$a/ 8x + 5 = 37$$

$$b/ 6x - 3 = 7x$$

$$c/ 2(x + 3) = 18 - x$$

$$d/ 9 + 3x = 5x + 1$$

Exercice 4

Réduire les expressions suivantes :

$$A = x + 2x + 7x + 9y + 3x - 5y$$

$$B = 5 + 2x + 4 + 7x + y$$

$$C = 3t + 4t + 7z + 5 - t - 2z$$

$$D = 2x + 3 + 4 \times 2x + 3 \times 5x + 11 \times 2$$

$$E = 25 + 5a + 11 + 3a - b + 5$$

$$F = 5,3 + 2 \times 5x + 3,2 - 3 \times 2x - 1,6$$

$$G = 3 \times a \times 5$$

$$H = 8 \times a \times b \times 3$$

$$I = 4 \times x \times y \times 2 \times x^2$$

$$J = 1 \times 5 \times y \times 0 \times z^2$$

Exercice 5

Voici deux programmes de calcul :

Programme 1	Programme 2
• Choisir un nombre • Ajouter 4 • Multiplier par 3	• Choisir un nombre • Multiplier par 3 • Ajouter 4

Trouver dans liste ci-dessous, l'expression littérale qui correspond à chaque programme :

$$3 \times n + 4$$

$$4 \times n + 3$$

$$3 \times (n + 4)$$

Exercice 6

Un menuisier découpe quatre carrés identiques dans une planche rectangulaire de 30 cm sur 40 cm. On ne connaît pas le côté de chaque carré découpé. On note donc x la longueur de ce côté, en cm.

a/ Expliquer pourquoi l'aire A , en cm^2 , de la plaque restante est $A = 1200 - 4x^2$.

b/ Calculer cette aire pour $x = 4$ et pour $x = 6$.

c/ Est-il possible que $x = 20$? Justifier.

Exercice 7

Considérons le rectangle ci-contre.

1/ Exprimer la longueur du rectangle en fonction de x .

2/ Exprimer le périmètre du rectangle en fonction de x .

3/ Calculer le périmètre lorsque :

$$\text{a/ } x = 5 \text{ m} \quad \text{b/ } x = 2 \text{ m}$$



Exercice 8

Réduire chaque expression littérale suivante :

$$D = x^2 + 3x - 1 + x^2 - 15x - 2x + 4 - 5x^2$$

$$G = +3 - (a - b) + 5 + (-a + b) + a$$

$$E = 12x^2 - 8 + 3x - 8x^2 + 7 + 7x - 3x$$

$$H = -3 - (-a + b) + 5a - 9 + (-3a - 5b)$$

$$F = 9a + 15a^2 - 15a - 11a^2 - 3a - 4a^2 + 2$$

Exercice 9

Récopier et compléter le tableau suivant sans calculatrice

	$a = 2$	$a = \frac{3}{4}$	$a = -5$
$20a - 3$			
$1 - 7a^2$			
$4a^3$			
$-(8a - 1)(4 - a)$			

Exercice 10

Réduire les expressions suivantes

$$A = 5x - 4 + 7x - 8x + 6$$

$$B = -4y + 5 - 2y^2 + y - 8y^2 - 3y - 11$$

$$E = -5x - 3(-5x^2 + x - 1)$$

$$F = -4x^2 - (2x^2 - 3x + 1) + x(-2x + 3)$$

$$C = -3x + 5 - 7x + 2x - 6x - 6$$

$$D = 4x - 5 + 6x^2 + 4 - 2x^2 - x + x^2 - 7x$$