

S2 - Signaux et composants électriques dans l'ARQS

Table des matières

1	Fils de connexion - Nœuds - Branche - Maille - Réseau	2
2	Composition des circuits	2
2.1	Les dipôles	2
2.2	convention récepteur ou générateur	3
2.3	Caractéristique statique d'un dipôle	3
2.4	Point de fonctionnement en régime statique	5
3	Intensité du courant électrique	5
3.1	La charge électrique	5
3.2	Nature du courant électrique	6
3.3	Débit de charge : intensité	6
4	Conservation de la charge : Loi de nœuds	7
5	Différence de potentiel - Loi des mailles	8
6	ARQS : Approximation des régimes quasi-stationnaires	8
7	Dipôles usuels en régime variable	9
7.1	Résistance	10
7.2	Condensateur	10
7.3	Bobine	11
7.4	Source de tension réelle - représentation de Thévenin	11
8	Association de résistances	12
8.1	Résistances en série - diviseur de tension	12
8.2	Résistances en parallèle - diviseur d'intensité	12
9	Résistance d'entrée et de sortie	13
9.1	Résistance d'entrée d'un dipôle passif	13
9.2	Résistance de sortie d'un dipôle actif linéaire	14
10	Puissance instantanée	14
10.1	Expression de la puissance instantanée	14
10.2	Puissance aux bornes d'une résistance	14
10.3	Puissance aux bornes d'un condensateur	15
10.4	Puissance aux bornes d'une bobine	15

1 Fils de connexion - Nœuds - Branche - Maille - Réseau

Quelques définitions usuelles

Les composants d'un circuit sont reliés par des **fils de connexion** qui sont des fils conducteurs dont la faible résistance est (en général) négligeable devant les autres résistances du montage. $U \simeq 0$ aux bornes d'un fil de connexion.

Les branchements donnent naissance à ce que l'on appelle des **nœuds** qui sont des points de jonction entre au moins **deux** fils de connexion.

Des dipôles montés en série entre 2 nœuds constituent une **branche**. Rappelons que 2 dipôles sont montés en série lorsqu'ils ont une borne commune et lorsqu'ils sont traversés par le même courant.

Un ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque nœud est une **maille**.

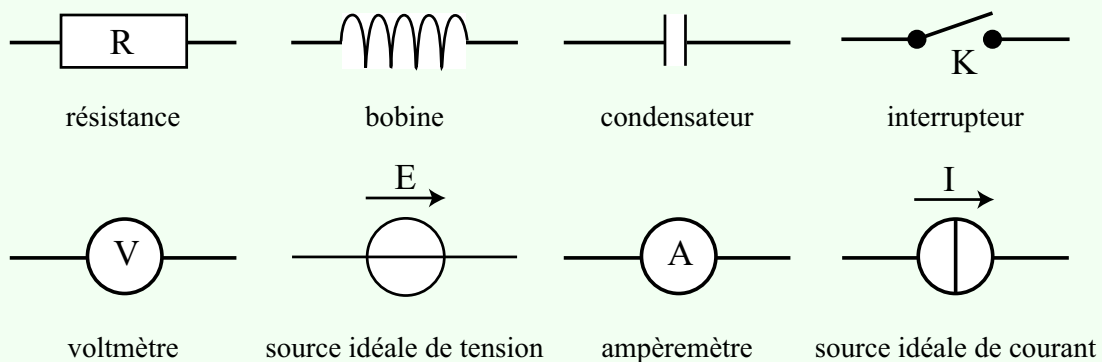
Et enfin un **réseau** ou circuit est un ensemble de composants reliés par des fils de connexion qui peut être analysé en termes de nœuds, branches et mailles.

2 Composition des circuits

2.1 Les dipôles

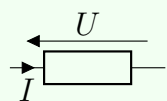
Définitions d'un dipôle et quelques exemples

Un dipôle est un composant possédant deux bornes de connexion encore appelées pôles :

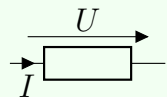


2.2 convention récepteur ou générateur

Définitions des conventions récepteur et générateur



En convention récepteur, la tension aux bornes du dipôle et le sens conventionnel du courant le traversant sont de sens opposés.



En convention générateur, la tension aux bornes du dipôle et le sens conventionnel du courant le traversant sont de même sens.

2.3 Caractéristique statique d'un dipôle

Définition de la caractéristique statique d'un dipôle

La caractéristique statique est le tracé de l'intensité I du courant traversant le dipôle en fonction de la tension U à ses bornes en régime stationnaire. Par le terme statique, on entend **en régime stationnaire**, c'est-à-dire indépendant du temps, encore appelé régime continu (constant dans le temps).

En régime statique les grandeurs électriques sont notées avec des lettres majuscules.

La relation entre l'intensité du courant I qui traverse le dipôle et la tension U à ses bornes caractérise le dipôle. Cette relation dépend de la convention adoptée et doit toujours être accompagnée d'un schéma comme dans les exemples ci-dessous.

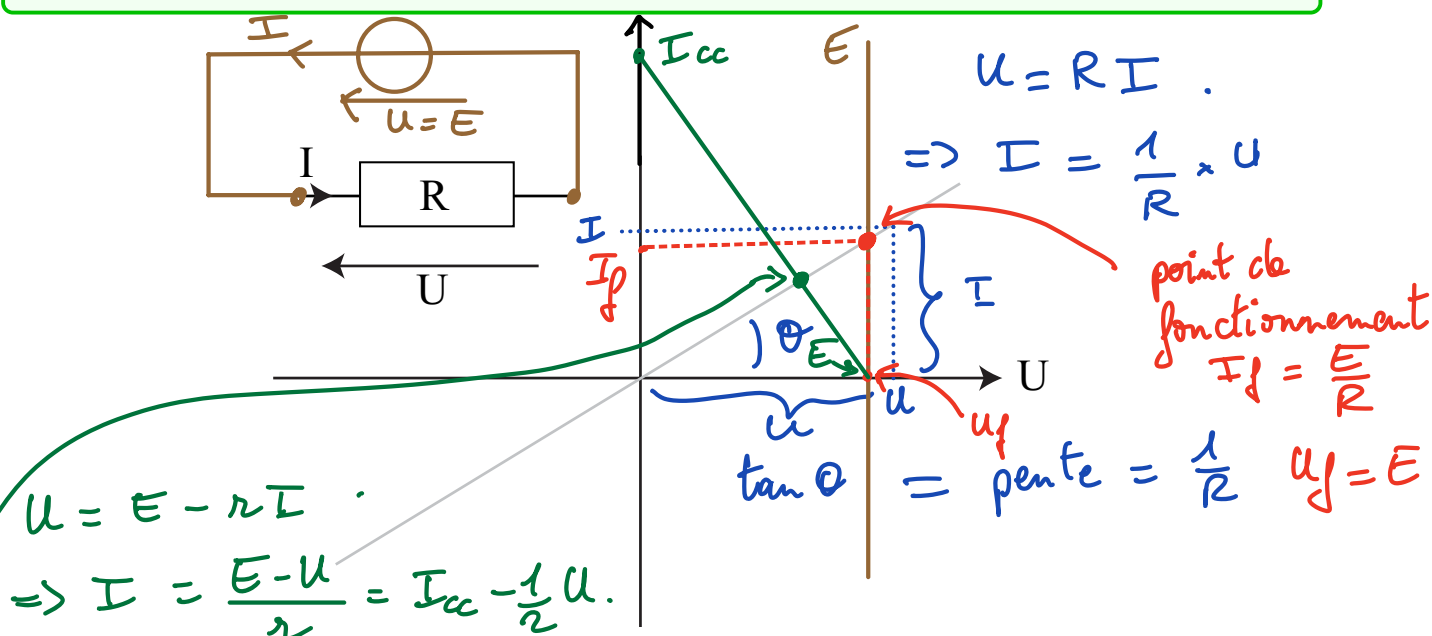
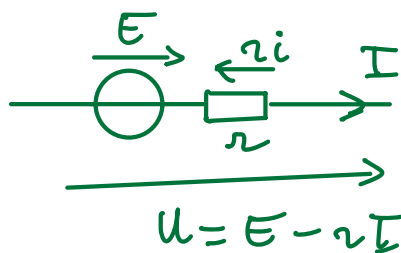


FIGURE 1 – Caractéristique statique d'une résistance



nouveau point de fonctionnement avec la source réelle de tension.

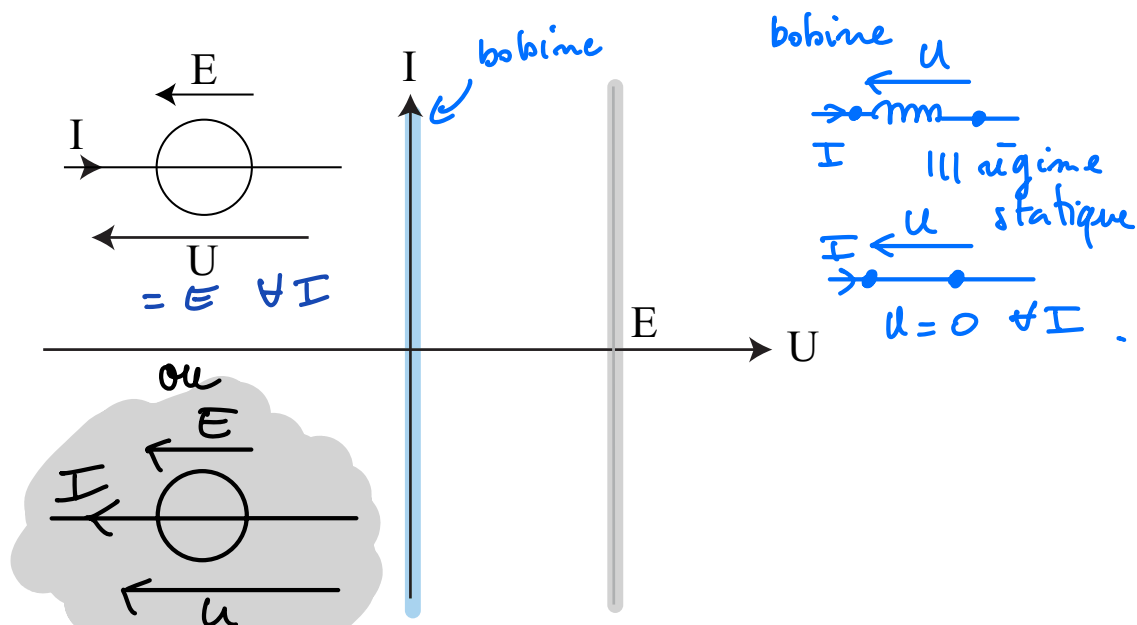


FIGURE 2 – Caractéristique statique d'une source idéale de tension

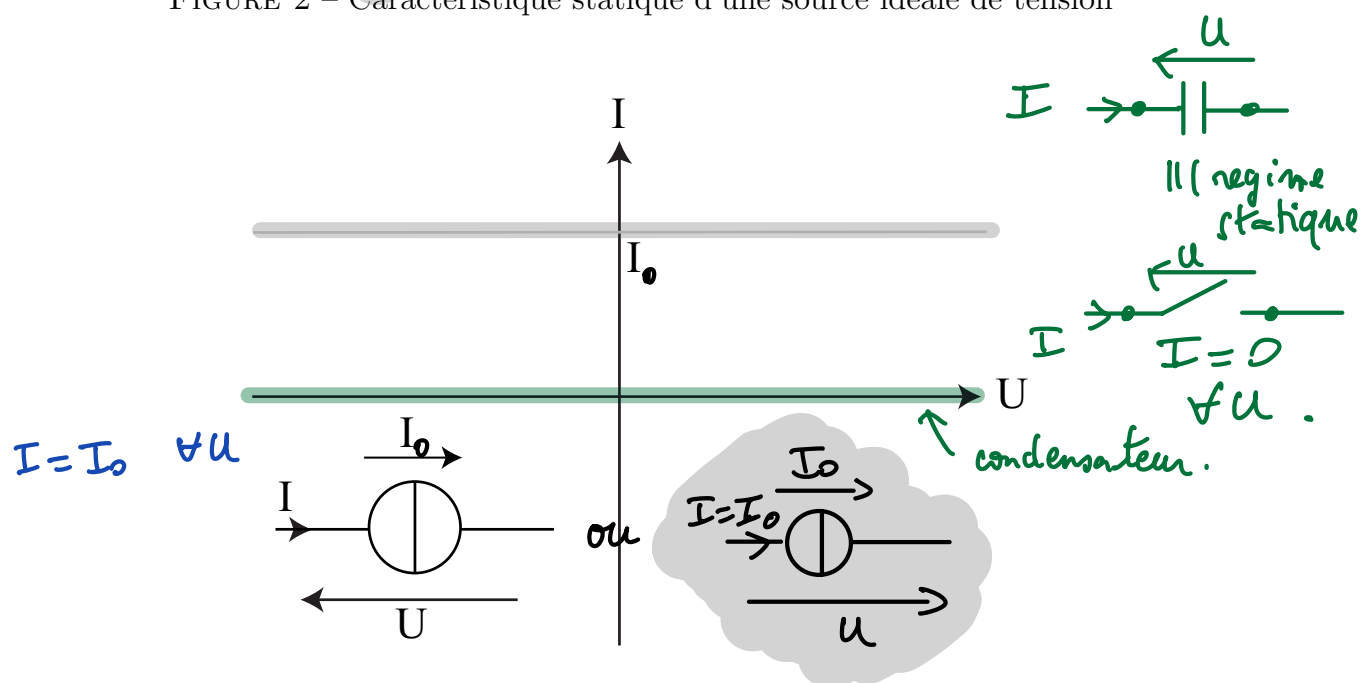


FIGURE 3 – Caractéristique statique d'une source idéale de courant

Propriétés des dipôles usuels en régime stationnaire

- ◇ $U = RI$ pour une résistance.
- ◇ En régime continu, la bobine se comporte comme un fil.
- ◇ En régime continu, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.
- ◇ Une source idéale de tension maintient entre ses bornes une tension indépendante de l'intensité du courant qui la traverse : $U = E$
- ◇ Une source idéale de courant débite un courant d'intensité indépendante de la tension appliquée à ses bornes : $I = I_0$ *∀ U a ses bornes.*

Définitions de quelques adjectifs qualifiant un dipôle

Un dipôle est dit **passif** si sa **caractéristique statique** passe par l'origine.

Un dipôle est dit **actif** si sa **caractéristique statique** ne passe pas par l'origine.

Un dipôle est dit **linéaire** si sa **caractéristique statique** est une droite.

Travail à effectuer : Expliquer pourquoi la caractéristique d'une source idéale a la même allure en convention récepteur ou générateur. Tracer la caractéristique statique d'un condensateur idéal sur la figure 3 ou d'une bobine idéale sur la figure 2.

2.4 Point de fonctionnement en régime statique

Une fois étudiés les dipôles par le biais de leur caractéristique, on peut envisager la réalisation d'une maille en branchant bornes à bornes deux dipôles. On notera alors que **si l'un des dipôles est en convention générateur, l'autre est orienté en convention récepteur**. Chaque dipôle impose une relation entre U et I , la résolution du problème consiste à déterminer les conditions de fonctionnement, c'est-à-dire les valeurs de U et I observées une fois le branchement effectué. Graphiquement, ceci revient à la détermination d'une intersection entre les caractéristiques.

La recherche du point de fonctionnement consiste en la détermination de l'intersection des caractéristiques.

Travail à effectuer : Sur la caractéristique de la résistance de la figure 1, placer le point de fonctionnement F lorsqu'on la branche aux bornes du générateur idéal de tension de la figure 2.

3 Intensité du courant électrique

3.1 La charge électrique

Définition de la charge électrique

La **charge** d'une particule est une grandeur qui caractérise les interactions électromagnétiques qu'elle exerce ainsi que celles qu'elle subit.

La charge est une grandeur scalaire pouvant prendre des valeurs positives ou négatives.

La charge est **quantifiée**

$$q = Ze$$

où Z est un entier relatif et

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

le coulomb (symbole C) étant l'unité de la charge.

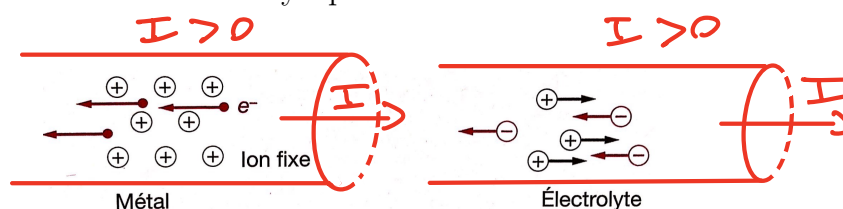
Propriétés de la charge électrique

La charge est une grandeur **conservative** : la charge totale d'un système fermé est constante au cours du temps.

La charge totale d'un système ne dépend pas du référentiel dans lequel on la mesure (principe d'**invariance** de la charge).

3.2 Nature du courant électrique

La matière est composée de particules, dont certaines portent une charge électrique. Dans un métal par exemple, les atomes du réseau cristallin mettent en commun des électrons, si bien qu'un matériau globalement neutre électriquement est en réalité constitué d'électrons portant la charge négative $-e$ et d'ions chargés positivement (les atomes ayant perdu un électron). Alors que dans un fil métallique ce sont les seuls électrons qui sont mobiles, car les ions restent fixes, c'est le mouvement simultané des anions et des cations qui est responsable de la conduction du courant dans une solution électrolytique :



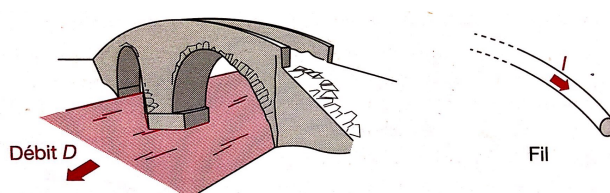
Nature du courant électrique

Quel que soit le matériau dans lequel il circule, **un courant électrique est lié à un déplacement d'ensemble de particules chargées.**

3.3 Débit de charge : intensité

Pour décrire quantitativement l'importance du courant électrique parcourant un fil, on peut procéder par analogie avec la manière dont on mesure le débit d'une rivière. Dans ce cas, on définit le nombre de mètres cube d'eau qui passent par seconde en un lieu précis, par exemple sous un pont. Si D est le débit orienté de l'amont vers l'aval, le volume V_{ol} d'eau qui s'écoule pendant une durée T , l'unité de D étant $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, est donné par :

$$D = \frac{V_{ol}}{T}$$



On raisonne de même dans le cas du courant électrique, mais c'est ici un débit de charge électrique qu'il faut prendre en compte. Pour ce faire, on définit une section du fil (l'équivalent du pont) et on effectue le rapport entre la quantité de charge Q qui traverse cette section et la durée T du décompte. L'intensité I du courant est alors le débit de charge électrique, c'est-à-dire le rapport :

$$I = \frac{Q}{T}$$

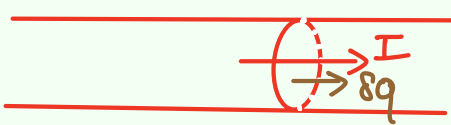
Mais un certain nombre de précisions doivent être apportées : il faut en effet être attentif au sens de parcours des particules et au signe de leur charge. Ainsi, une précaution indispensable est l'orientation du conducteur, qui correspond à ce qu'on appelle le **sens conventionnel du courant**. Ce sens est précisé par une flèche (voir figure). Dès lors, les particules qui traversent la section dans le sens retenu voient leur charge électrique comptée avec son signe (+ s'il s'agit

d'un cation, — s'il s'agit d'un anion ou d'un électron). En revanche, les particules dont le sens de déplacement est l'inverse de celui choisi pour l'orientation doivent être comptées avec l'opposé de leur charge.

Dans l'exemple de la figure ou le fil est en cuivre, les porteurs de charges sont les électrons, une intensité positive signifie donc que les électrons se déplacent dans le sens inverse de la flèche.

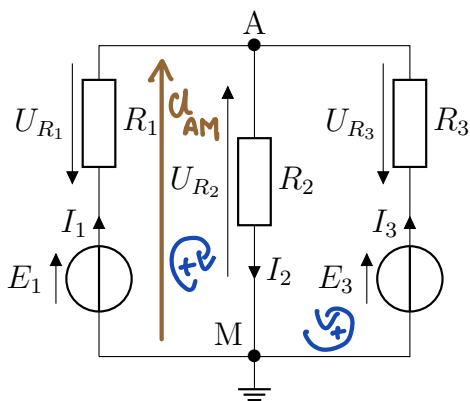
Intensité du courant en régime variable

D'une manière plus générale, en régime variable, si une charge élémentaire δq traverse une section orientée de fil (c'est-à-dire pour laquelle on a défini un sens conventionnel du courant) pendant l'intervalle de temps élémentaire dt entre t et $t + dt$, l'intensité traversant le fil à l'instant t s'exprime par :



$$i(t) = \frac{\delta q}{dt}$$

4 Conservation de la charge : Loi de nœuds



On se place en régime permanent, c'est-à-dire indépendant du temps. Considérons un petit cube virtuel centré autour du nœuds A dans le circuit ci-contre. La charge contenue dans ce cube ne varie pas au cours du temps (il ne peut pas y avoir accumulation de charges en A), donc il doit sortir autant de charges qu'il n'en rentrent par les trois portions de fil qui entourent A .

Loi des nœuds

La somme algébrique des courants arrivant à un nœud est nulle.

En A , la loi des nœuds donne :

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = I_1 + I_3$$

5 Différence de potentiel - Loi des mailles

Tension électrique

La différence de potentiel entre deux nœuds M et A est appelée tension et se note :

$$U_{AM} = V_A - V_M$$

Sur le circuit servant d'exemple, on peut remarquer que :

$$U_{AM} = V_A - V_M = U_{R_2}$$

Loi des mailles

Considérons l'association de n branches successives d'un circuit, commençant et se terminant sur un même nœud, sans repasser deux fois par le même point. Une telle association est appelée **maille**. Il est possible de donner une orientation arbitraire à une maille, matérialisée par une flèche. On associe alors à chaque tension U_k le long de la maille un coefficient ϵ_k , égal à 1 si la tension est orientée comme la maille, -1 sinon.

La loi d'additivité des tensions ou la loi des mailles, se met sous la forme :

$$\sum_{k=1}^n \epsilon_k U_k = 0$$

Dans l'exemple dans la maille de gauche on obtient : $E_1 - U_{R_1} - U_{R_2} = 0$

et dans celle de droite : $E_3 - U_{R_3} - U_{R_2} = 0$

Astuce

Une manière plus rapide pour exprimer une tension dans une maille en fonction des autres tensions de la maille est la suivante : On part du bas de la flèche de la tension considérée pour rejoindre la pointe de la flèche en parcourant la maille, les tensions traversées dans le sens du parcours sont comptées positivement et les autres négativement. Ce qui donne par exemple directement pour la maille de gauche :

$$E_1 = U_{R_1} + U_{R_2}$$

et dans celle de droite :

$$E_3 = U_{R_3} + U_{R_2}$$

6 ARQS : Approximation des régimes quasi-stationnaires

Les phénomènes électriques ont comme vitesse caractéristique c , célérité de la lumière (qui est une onde électromagnétique). Soit L la longueur d'une portion du circuit électrique, sur laquelle on se demande s'il est possible d'appliquer la théorie électrocinétique et T la période des phénomènes variables envisagés. La propagation d'onde se déplaçant à la vitesse c sur un trajet de longueur L met en jeu une durée

$$\tau = \frac{L}{c}$$

Définition d'un régime quasi-stationnaire

Le régime sera dit **lentement variable (quasi-stationnaire ou quasi-permanent)** si on peut négliger la durée $\tau = \frac{L}{c}$ devant la période T des grandeurs électriques, soit :

$$\tau = \frac{L}{c} \ll T \Leftrightarrow L \ll cT = \lambda$$

ou encore la dimension caractéristique L du circuit est très petite devant la longueur d'onde λ des signaux électriques qui se propagent à la vitesse de la lumière c .

Ainsi, on pourra considérer que dans la branche AM du circuit, que le courant $i_2(t)$ est le même en tout point de la branche car la durée caractéristique de propagation est négligeable devant la période de $i_2(t)$.

Conséquences de l'ARQS

Les propriétés (loi des nœuds et loi des mailles) obtenues en régime permanent (encore appelé régime stationnaire) restent valables dans l'ARQS.

Application : Pour un circuit tel que $L = 0,1\text{ m}$, quelle doit être la fréquence f à ne pas dépasser pour rester dans l'ARQS ?

On doit avoir $L \ll cT = \frac{c}{f}$

$$\Leftrightarrow f \ll \frac{c}{L} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^{-1}} = 3 \cdot 10^9 \text{ Hz} \text{ si } f < 3 \cdot 10^7 \text{ Hz} \text{ cette condition est vérifiée.}$$

7 Dipôles usuels en régime variable

Définition du régime variable

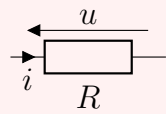
Par régime variable, on entend **régime dépendant du temps**.

Convention d'écriture

En régime variable les grandeurs électriques instantanées sont notées avec des lettres **minuscules**. On omet souvent volontairement d'écrire (t) pour alléger l'écriture. Ainsi, $u(t)$ sera notée u par exemple.

7.1 Résistance

Propriétés d'une résistance



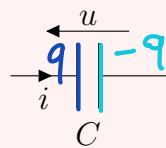
La résistance R s'exprime en ohms (symbole Ω), **en convention récepteur**, la relation entre la tension à ses bornes et le courant la traversant est :

$$u = Ri \quad (\Leftrightarrow) \quad i = \frac{1}{R} \times u.$$

On peut aussi écrire $i = Gu$ où $G = 1/R$ est la conductance exprimée en Siemens (symbole : S).

7.2 Condensateur

Propriétés d'un condensateur



On note $q(t)$ la charge de la plaque sur laquelle arrive le courant $i(t)$ **en convention récepteur**. Un condensateur est un composant constitué de deux armatures métalliques séparées par un isolant électrique. Lorsqu'une tension $u(t)$ est appliquée entre les armatures, il apparaît des charges opposées, $q(t)$ et $-q(t)$ proportionnelles à $u(t)$:

$$q(t) = Cu(t)$$

La capacité C du condensateur s'exprime en farads (symbole F = C.m⁻¹) et ne dépend que de la géométrie du composant et des caractéristiques de son isolant.

La charge δq traversant la section de fil arrivant sur la plaque de gauche est égale à la variation de la charge dq de la charge de cette plaque par conservation de la charge, ainsi :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

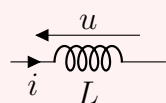
Ainsi, on peut voir le condensateur comme un réservoir de charge qui se remplit quand $i > 0$ ou se vide quand $i < 0$.

On peut également remarquer qu'en régime permanent $u = \text{constante}$, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

$$\frac{du}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad i = 0$$

7.3 Bobine

Propriétés d'une bobine



Un enroulement de spires conductrices constitue une bobine. Le phénomène d'auto-induction, qui rend compte du comportement d'une bobine en régime variable, sera étudié en détail dans la seconde partie de l'année (cours sur l'induction magnétique). Il suffit d'admettre ici qu'**en convention récepteur**, une bobine idéale est décrite par :

$$u = L \frac{di}{dt}$$

L'inductance L s'exprime en henry (H) dans le système d'unités internationales.

On peut également remarquer qu'en régime permanent

$$i = I = \text{constante}$$

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u = 0$$

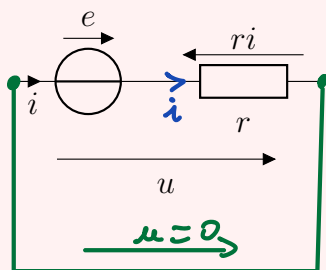
, la bobine est

équivalente à un interrupteur fermé (ou un fil).

Le qualificatif idéal précise l'absence de prise en compte d'éléments d'imperfection, en premier lieu desquels figure l'existence d'une résistance électrique du fil bobiné. En pratique, la modélisation d'une bobine réelle est fréquemment composée d'une inductance L mise en série avec une résistance r .

7.4 Source de tension réelle - représentation de Thévenin

Propriétés d'une source de tension réelle



En convention générateur, un générateur réel de tension peut être schématisé par un générateur idéal de tension e (tension à vide du générateur réel) en série avec une résistance r (résistance interne du générateur réel), ce qui donne :

$$u = e - ri$$

Ce schéma s'appelle représentation de Thévenin du générateur réel.

Lorsque le générateur est **à vide** ($i = 0$), on voit que $u = e$.

Lorsque le générateur est **en court-circuit**, on a $i = i_{cc} = \frac{e}{r}$.

$$\hookrightarrow u = e - ri = 0 \Rightarrow ri = e$$

Travail à effectuer : Sur la caractéristique de la générateur idéal de la figure 1, tracer la caractéristique statique du générateur réel :

$$u = E - rI$$

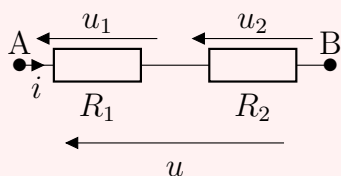
$$\Rightarrow rI = E - u \Rightarrow$$

$$I = \frac{E}{r} - \frac{U}{r} = I_{cc} - \frac{U}{r}$$

8 Association de résistances

8.1 Résistances en série - diviseur de tension

Formule du diviseur de tension



On considère deux résistances en série R_1 et R_2 entre deux nœuds A et B , on montre que :

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \text{ et } u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

Les deux résistances en série sont équivalentes à une résistance R_{eq} telle que :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

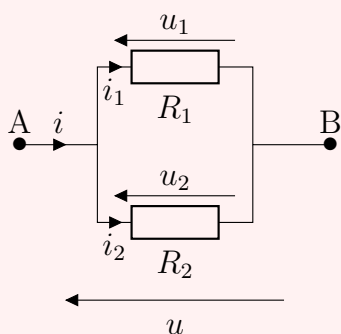
Démonstration : On a $u = u_1 + u_2$ avec $u_1 = R_1 i$ (1)
 $\Rightarrow u = R_1 i + R_2 i$ $u_2 = R_2 i$ (2)
 $\Rightarrow u = (R_1 + R_2) i$
 $\Rightarrow i = \frac{u}{R_1 + R_2}$

alors (1) $\Rightarrow u_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times u$

(2) $\Rightarrow u_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times u$

8.2 Résistances en parallèle - diviseur d'intensité

Formule du diviseur d'intensité



On considère deux résistances en parallèle $R_1 = \frac{1}{G_1}$ et $R_2 = \frac{1}{G_2}$ entre deux nœuds A et B . On montre que :

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \text{ et } i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Les deux conductances en parallèles sont équivalentes à une conductance G_{eq} telle que :

$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

Les deux résistances en parallèles sont équivalentes à une résistance R_{eq} telle que :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Démonstration : loi d'ohm $u_1 = R_1 i_1 \Leftrightarrow i_1 = \frac{1}{R_1} u_1 = G_1 u_1$ (1)
 $u_2 = R_2 i_2 \Leftrightarrow i_2 = \frac{1}{R_2} u_2 = G_2 u_2$ (2)

loi des nœuds : $i = i_1 + i_2 = G_1 u + G_2 u$ car $u_1 = u_2 = u$
 $= (G_1 + G_2) u$ car les résistances sont en //.
 $\Rightarrow u = \frac{i}{G_1 + G_2}$

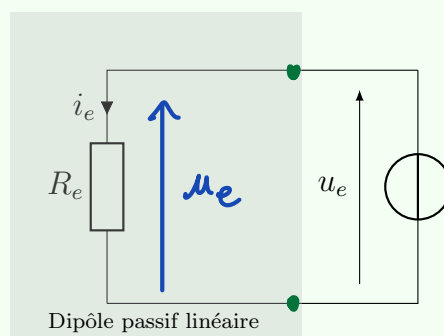
Alors (1) $\Rightarrow i_1 = G_1 u = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{\frac{1}{R_1} \times R_1 R_2}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \times R_1 R_2} \times i$
 $= \frac{R_2}{R_2 + R_1} \times i$

9 Résistance d'entrée et de sortie

Certains appareils plus complexes comme un générateur de fonctions, un oscilloscope ou un multimètre se branchent sur un circuit électrique par deux fils comme un dipôle ordinaire. Du point de vue du circuit, un tel appareil peut se comporter comme un dipôle actif (cas du générateur de fonctions) ou un dipôle passif (cas de l'oscilloscope ou du multimètre). La connaissance de sa résistance de sortie dans le premier cas, ou de sa résistance d'entrée dans le second cas, permet de prévoir l'influence de l'appareil sur le circuit. Les valeurs de ces grandeurs sont précisées dans les notices fournies par les constructeurs.

9.1 Résistance d'entrée d'un dipôle passif

Définition de la résistance d'entrée d'un dipôle passif



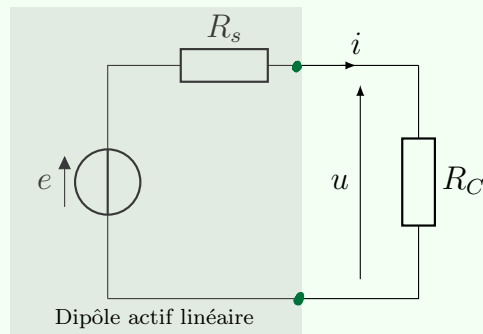
Un appareil se comportant vis-à-vis du circuit comme un dipôle passif (c'est-à-dire qui recueille un signal délivré par le circuit) est caractérisé par sa résistance d'entrée définie par :

$$R_e = \frac{u_e}{i_e}$$

où u_e est la tension entre les fils de connexion de l'appareil et i_e l'intensité du courant dans ces fils, prise en convention récepteur du point de vue de l'appareil. Ce rapport est bien homogène à une résistance. Pour le circuit, l'appareil est équivalent à une résistance R_e .

9.2 Résistance de sortie d'un dipôle actif linéaire

Définition de la résistance de sortie d'un dipôle actif linéaire



Un appareil se comportant vis-à-vis du circuit comme un dipôle actif linéaire est modélisable, par un générateur de Thévenin présentant une certaine résistance interne. Cette résistance interne est appelée résistance de sortie de l'appareil et notée R_s .

10 Puissance instantanée

10.1 Expression de la puissance instantanée

Définition de la puissance instantanée aux bornes d'un dipôle

La puissance instantanée $\mathcal{P}(t)$ aux bornes d'une dipôle est définie par :

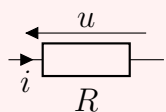
$$\mathcal{P}(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Cette puissance algébrique est :

- La puissance **reçue** par le dipôle de la part du reste du circuit lorsque u et i sont **en convention récepteur**
- La puissance **cédée** par le dipôle au reste du circuit lorsque u et i sont **en convention générateur**

10.2 Puissance aux bornes d'une résistance

Effet Joule



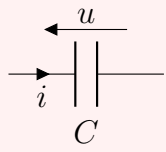
La puissance instantanée $\mathcal{P}_R(t)$ reçue par une résistance R (convention récepteur) vaut :

$$\mathcal{P}_R(t) = u(t) \cdot i(t) \stackrel{u= Ri}{=} Ri^2(t) \stackrel{i= u/R}{=} \frac{u^2(t)}{R}$$

La résistance R étant positive, $\mathcal{P}_R(t)$ est toujours positive : la résistance ne peut que recevoir de l'énergie de la part du circuit. Cette énergie est transformée en énergie thermique, ce qui se traduit par l'échauffement du composant. **Ce phénomène porte le nom d'effet Joule.**

10.3 Puissance aux bornes d'un condensateur

Puissance aux bornes d'un condensateur



La puissance instantanée $\mathcal{P}_C(t)$ reçue par un condensateur de capacité C (convention récepteur) vaut :

$$\mathcal{P}_C(t) = u(t) \cdot i(t) = Cu(t) \frac{du(t)}{dt} \stackrel{\text{car } \frac{d}{dt}(u^2(t)) = 2u(t) \times \frac{du}{dt}}{=} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu^2(t) \right)$$

Cette puissance peut être aussi bien positive que négative.

Energie électrostatique

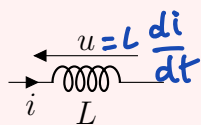
On interprète l'échange d'énergie entre le circuit et le condensateur de la manière suivante : le condensateur stocke à l'instant t l'**énergie électrostatique** :

$$\mathcal{E}_{elec}(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t)$$

Si $\mathcal{P}_C(t) > 0$, le condensateur reçoit de l'énergie qu'il stocke et si $\mathcal{P}_C(t) < 0$, le condensateur délivre au circuit de l'énergie stockée. Il est important de retenir qu'un condensateur ne consomme en moyenne aucune énergie : l'énergie stockée peut être restituée.

10.4 Puissance aux bornes d'une bobine

Puissance aux bornes d'une bobine



La puissance instantanée $\mathcal{P}_L(t)$ reçue par une bobine d'inductance L (convention récepteur) vaut :

$$\mathcal{P}_L(t) = u(t) \cdot i(t) = Li(t) \frac{di(t)}{dt} \stackrel{\frac{d}{dt}(i^2(t)) = 2i(t) \times \frac{di}{dt}}{=} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) \right)$$

Cette puissance peut être aussi bien positive que négative.

Energie magnétique

On interprète l'échange d'énergie entre le circuit et la bobine de la manière suivante : la bobine stocke à l'instant t **énergie magnétique** :

$$\mathcal{E}_{mag}(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

Si $\mathcal{P}_L(t) > 0$, la bobine reçoit de l'énergie qu'elle stocke et si $\mathcal{P}_L(t) < 0$, la bobine délivre au circuit de l'énergie stockée. Il est important de retenir qu'une bobine ne consomme en moyenne aucune énergie : l'énergie stockée peut être restituée.

Rappel : $(f \circ g)' = f' \circ g \times g'$

$$g : t \rightarrow u(t) \quad \text{donc} \quad g' : t \rightarrow u'(t)$$

$$f : x \rightarrow x^2$$

$$f' : x \rightarrow 2x$$

$$\text{et } f' \circ g = 2u(t).$$

$$\text{donc } \frac{1}{2} \times \frac{d}{dt}(u^2(t)) = 2u(t) \times \frac{du}{dt} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{u^2(t)}{2}\right) = u(t) \times \frac{du}{dt}.$$