

## Codage de l'information

---

### Bases et changements de base

## 1 Exercices

### 1.1 Bases de numération

**Exercice 2-1** De la base  $b$  vers la base 10

1. Quelle est la valeur, exprimée en base 10, du nombre s'écrivant  $\overline{AB012}_{12}$  en base 12 ?
2. Quelle est la valeur, exprimée en base 10, du nombre s'écrivant  $\overline{AB012}_7$  en base 7 ?
3. Quelle est la valeur, exprimée en base 10, du nombre s'écrivant  $\overline{64012}_7$  en base 7 ?
4. Quelle est la valeur, exprimée en base 10, du nombre s'écrivant  $\overline{AB2}_{75}$  en base 75 ?
5. Est-ce que 15787 est un multiple de 7 ?

**Exercice 2-2** De la base 10 vers la base  $b$

1. Convertir ces nombres en base 3 :  $\overline{235}_{10}$ ,  $\overline{8080}_{10}$ ,  $\overline{2325}_{10}$
2. Convertir ces nombres en base 8 :  $\overline{235}_{10}$ ,  $\overline{8080}_{10}$ ,  $\overline{2325}_{10}$
3. Convertir ces nombres en base 17 :  $\overline{235}_{10}$ ,  $\overline{8080}_{10}$ ,  $\overline{2325}_{10}$

*Auto-étude : des sites web vous permettent de convertir un nombre d'une base à une autre (googlez "conversion base"); c'est pratique pour vérifier vos calculs*

**Exercice 2-3** Aliens

1. Combien font  $6 \times 6$  si  $5 \times 5$  font 21 ?
2. Combien font  $6 \times 6$  si  $5 \times 5$  font 22 ?
3. Sur Alpha du Centaure,  $61 \times 43$  font 3613. Combien les Centauriens ont-ils de doigts, de tentacules ?
4. Sur Frolix VIII,  $8 \times 8$  font 42. Est-ce que les Frolixiens sont aussi symétriques et harmonieux que les humains ?

**Exercice 2-4** Conversions binaires

1. Convertir le nombre 797 en base 2, 8 et 16.
2. Quel est le nombre entier dont l'écriture en base 16 est  $\overline{793}_{16}$  ?
3. Écrire en base 16 le nombre dont l'écriture en base 4 est  $\overline{2231201}_4$  sans le convertir en base 10.

4. Écrire en base 2 le nombre dont l'écriture en base 16 est  $\overline{A2B1}_{16}$  sans le convertir en base 10.

**Exercice 2-5** Parler binaire couramment

On rappelle (voir cours), la valeur des premières puissances de 2 :

Puissance	Valeur	Puissance	Valeur
$2^0$	1	$2^6$	64
$2^1$	2	$2^7$	128
$2^2$	4	$2^8$	256
$2^3$	8	$2^9$	512
$2^4$	16	$2^{10}$	1024
$2^5$	32	$2^{11}$	2048

1. Comment s'écrivent 256, 512 et 1024 en binaire ?
2. Comment s'écrivent 7, 31, 127 et 511 en binaire ?

Sans poser de calculs, donner le résultat des opérations suivantes (d'abord en binaire, puis en base 10) :

1.  $511-8$
2.  $127-24$
3.  $512+48$

**Exercice 2-6** Question de cours

Soit  $b \geq 2$  un entier.

**Question 1** Quels sont les nombres entiers naturels dont l'écriture en base  $b$  comprend  $n$  chiffres au maximum ? Combien y en a-t-il ?

**Question 2** Même question pour les entiers dont l'écriture en base  $b$  possède exactement  $n$  chiffres.

**Exercice 2-7** Propriétés intrinsèques des nombres

*Certaines propriétés des nombres sont indépendantes de la base utilisée pour les représenter*  
En base 10, le nombre 1331 est le cube de 11.

**Question 1**

Vérifiez si cela est également vrai pour la base 16.

**Question 2** Montrez que pour toute base  $b > 3$ , le nombre  $\overline{1331}_b$  est un cube.

**Exercice 2-8**

Soit  $x$  le nombre entier naturel dont l'écriture binaire est  $\overline{10\dots 01}_2$  ( $n$  chiffres 0 encadrés par deux 1,  $n$  étant non nul). Comment s'écrivent  $x^2$  et  $x^3$  en base 2 ?

**Exercice 2-9** Miroirs

Dans le système de numération de base  $b$ , on considère deux entiers naturels non nuls  $c$  et  $d$  différents de 1 et de  $b$  qui vérifient  $c + d = b + 1$ , avec  $b \geq 3$ .

**Question 1** Quel encadrement des valeurs de  $c$  et  $d$  peut-on proposer ? Que sont  $c$  et  $d$  ?

**Question 2** Prouvez que les nombres  $n = c(b - 1)$  et  $m = d(b - 1)$  s'écrivent avec les mêmes chiffres mais disposés en ordre inverse.

**Question 3** Comment s'écrit la somme  $n + m$  en base  $b$  ?

## 1.2 Représentation des entiers

### Exercice 2-10 *Taille d'un entier*

Le plus grand nombre premier<sup>1</sup> connu ce jour (10 septembre 2025) est le 51-ème nombre premier de Mersenne

$$N = 2^{82589933} - 1.$$

**Question 1** Comment s'écrit ce nombre en base 2 ?

**Question 2** Combien de chiffres comprend l'écriture de ce nombre en base 10 ?

**Question 3** Quelle est la taille de ce nombre (en Mo) représenté en binaire ? en BCD ?

### Exercice 2-11

Python, à l'inverse de beaucoup de langages, permet de représenter des entiers dont la seule limite est fixée par les capacités mémoires de la machine.

**Question 1** En supposant qu'un entier est stocké sur le nombre minimal de bits, de combien de bits sera composé un entier occupant 1 Go de mémoire ?

**Question 2** Quel est le plus grand entier qu'on peut représenter sur ce nombre de bits ?

**Question 3** De combien de chiffres est composé cet entier en décimal ?

### Exercice 2-12 *Représentation binaire des entiers signés*

**Question 1** Représentez le nombre  $-103_{10}$  en binaire sur 8 bits dans le codage signe-valeur absolue et en complément à deux.

**Question 2** Suivant la représentation, quel est l'entier codé sur 8 bits par  $11011001_2$  ?

**Question 3** Suivant la représentation, quel est l'entier codé sur 9 bits par  $011011001_2$  ?

**Question 4** Lorsque le codage s'effectue sur  $n$  bits, quels sont les entiers que l'on peut représenter avec le codage signe-valeur absolue ? avec le codage en complément à deux ?

### Exercice 2-13 *Additions et multiplications*

**Question 1** Construisez les tables d'addition et de multiplication en base 2, puis effectuez les opérations  $\overline{111010}_2 + \overline{1001}_2$  et  $\overline{110010}_2 \times \overline{1001}_2$ .

### Exercice 2-14 *Codage BCD*

Codez en BCD les entiers 123 et 78. Puis effectuez en BCD l'addition  $123 + 78$ .

---

1. découvert le 07/12/2018, source : <http://primes.utm.edu/largest.html>