

Interférences par division d'amplitude

On a vu dans le cas d'interférences créées par des sources non ponctuelles la difficulté d'observer réellement les interférences (problème de contraste). La particularité des interféromètres à division d'amplitude est de pouvoir permettre l'observation des franges dans le cas de sources étendues, et ainsi obtenir des figures d'interférences plus lumineuses.

Un exemple est l'interféromètre de MICHELSON : ce dispositif optique a été conçu par Albert Abraham MICHELSON pour réaliser une mesure de la vitesse de la lumière. Il réalise cette mesure en 1878.

Les principales utilisations du MICHELSON sont les suivantes :

- métrologie : mesure de micro-déplacements, d'indice de réfraction notamment de gaz, d'épaisseur de lames minces. Contrôle de surfaces, de planéité ...
- spectrométrie : mesure de longueurs d'ondes, d'écarts de doublets

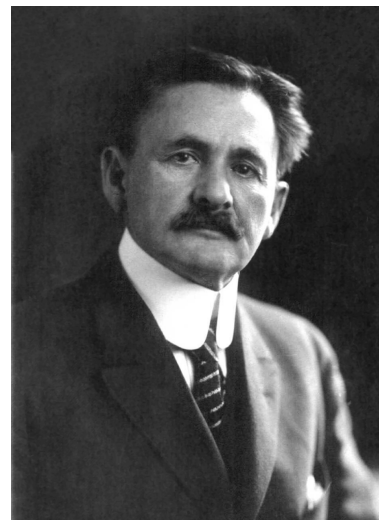


FIGURE 1 – A. MICHELSON

L'interféromètre de MICHELSON est un interféromètre à division d'amplitude : les rayons issus des sources S_1 et S_2 proviennent du même rayon venant de S .

A. Présentation de l'interféromètre de MICHELSON

A.1 Dispositif

L'interféromètre de MICHELSON est constitué de 3 éléments optiques de qualité :

- un miroir $\mathcal{M}_1$ fixe,
- un miroir $\mathcal{M}_2$ mobile, ce qui permettra de faire varier la différence de marche,
- une lame séparatrice $\mathcal{S}$ dont une des faces est légèrement métallisée associée à une lame compensatrice $\mathcal{C}$.

Sur le montage ci-dessous (figure 2), on observe que les possibilités de réglages (et donc de déréglage) sont très grandes.

- les vis (SC_a) et (SC_b) servent à régler le parallélisme des la séparatrice $\mathcal{S}$ et de la compensatrice $\mathcal{C}$.
- les vis de réglages (F_i) et (G_i) sont utilisées pour régler l'orientation relative des miroirs $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$.
- enfin, la vis (A) permet de déplacer le miroir $\mathcal{M}_2$. On dit qu'on chariote le miroir $\mathcal{M}_2$. De plus, un vernier permet de repérer précisément (résolution de 0,1mm) la position de $\mathcal{M}_2$.

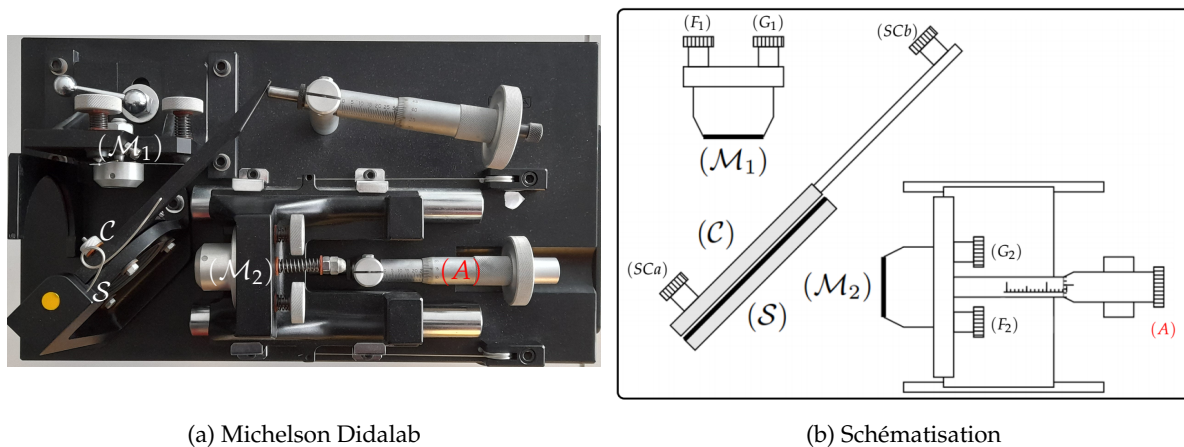
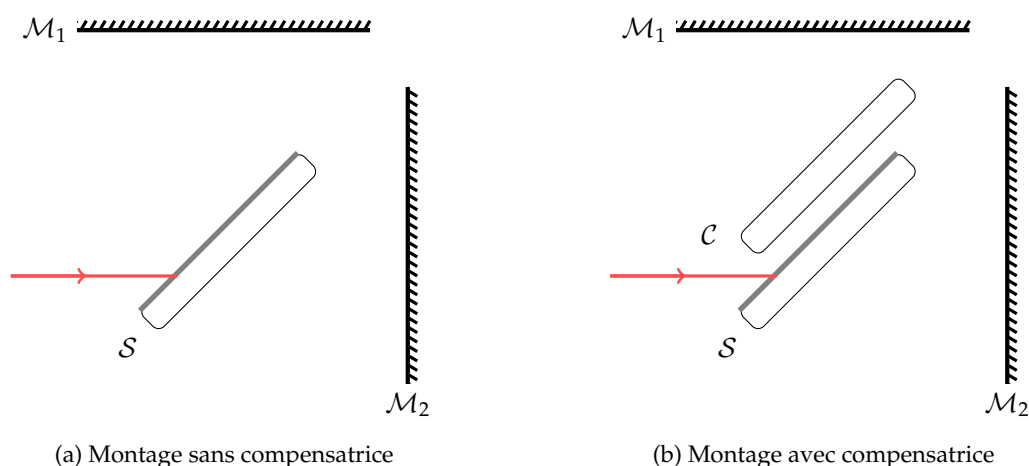


FIGURE 2 – Interféromètre de MICHELSON

A.2 Rôle de la compensatrice

Intéressons-nous au parcours d'un rayon lumineux issu d'une source S et comparons le nombre de fois où chaque rayon traverse la séparatrice (sans compensatrice) et le nombre de fois où le rayon traverse la séparatrice et/ou la compensatrice (avec compensatrice).

FIGURE 3 – Rôle de la compensatrice C

Le rôle de la compensatrice est donc d'annuler la différence de marche due aux traversées de la séparatrice entre le rayon se réfléchissant sur le miroir M_1 et le rayon se réfléchissant sur le miroir M_2 .

Pour que cela fonctionne, il faut, comme sur le schéma que les deux lames soient parfaitement parallèles, de même épaisseur et de même indice.

A.3 Schéma simplifié - schéma replié

En admettant que l'ensemble compensatrice-séparatrice (SC) soit correctement réglé, on peut utiliser le schéma simplifié de la figure 4a. On verra qu'il est souvent très pratique d'utiliser un schéma replié (figure 4b), sur lequel on place l'image M'_2 du miroir M_2 par la séparatrice SC .

A.4 Réglages possibles

L'interféromètre de MICHELSON peut être réglées dans deux configurations différentes, caractérisées par les orientations relatives des miroirs M_1 et M_2 .

Si les miroirs M_1 et M_2 sont parfaitement orthogonaux, la configuration est dite **en lame d'air à face parallèles**. La lame d'air apparaît entre les miroirs M_1 et M'_2 , qui sont parfaitement parallèles si M_1

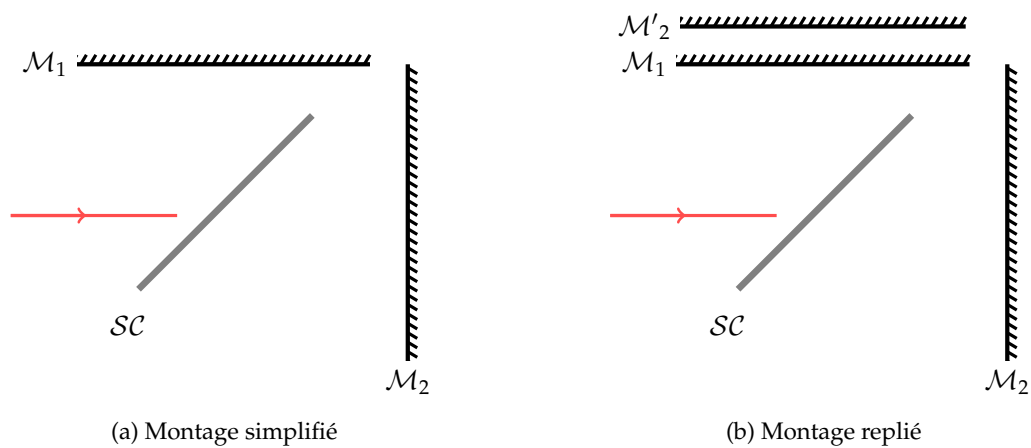


FIGURE 4 – Schémas usuels

et $\mathcal{M}_2$ sont rigoureusement orthogonaux.

En revanche, si les miroirs $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ sont désorthogonalisés, alors $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}'_2$ sont décalés d'un angle α , formant ainsi un coin d'air. Cette configuration porte le nom de **coin d'air**.

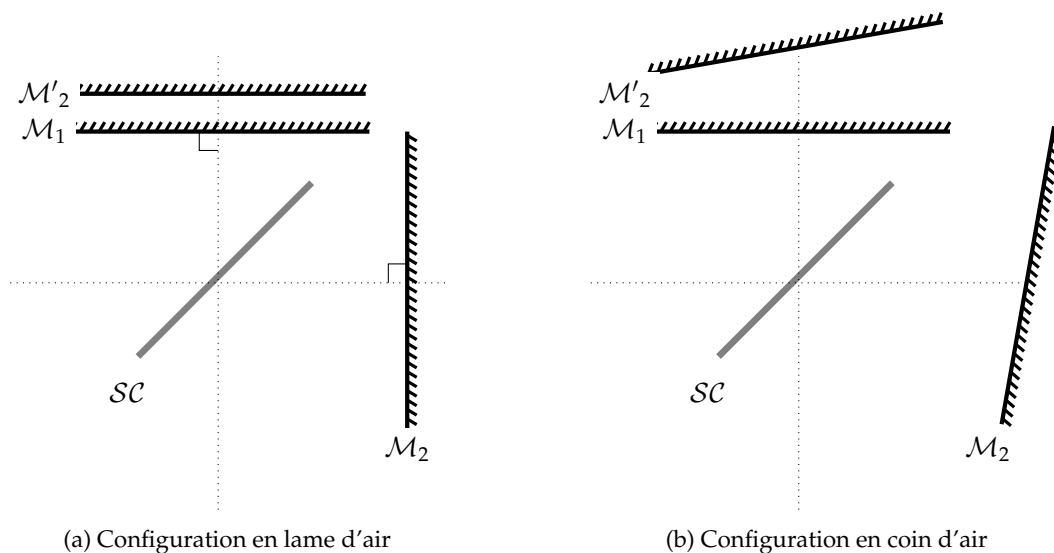


FIGURE 5 – Les deux configurations du MICHELSON

B. Montage en lame d'air

L'interféromètre de MICHELSON est réglé en lame d'air ($\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ sont parfaitement orthogonaux) et on l'éclaire avec une source monochromatique non ponctuelle. On note e l'écart de position entre les miroirs $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}'_2$; on appelle e épaisseur de la lame d'air.

B.1 Tracé des rayons

On s'intéresse à un rayon lumineux issu de la source Q et incliné de i par rapport à l'axe optique. Le rayon partant de Q est divisé en 2 par la séparatrice :

- le rayon 1 se réfléchit sur la séparatrice, puis sur $\mathcal{M}_1$, puis part à l'infini.
- le rayon 2 rencontre $\mathcal{M}_2$, puis se réfléchit sur la séparatrice et part à l'infini.

Les deux rayons issus du MICHELSON sont inclinés de i par rapport à l'axe optique de sortie. Ils se rencontrent donc à l'infini : on dit que les franges sont **localisées à l'infini**.

Pour observer la figure d'interférence, on place un écran dans le plan focal d'une lentille $\mathcal{L}$.

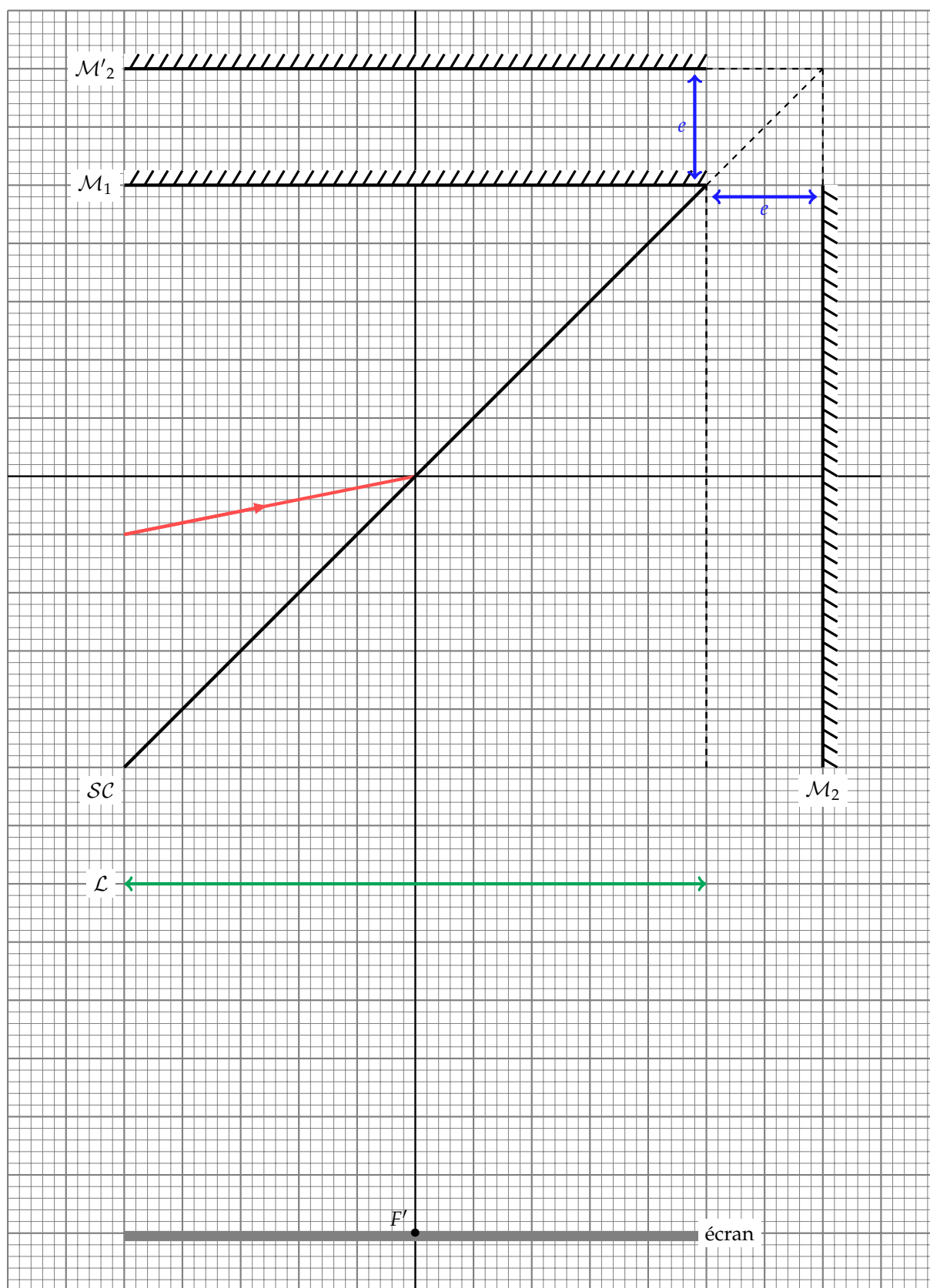


FIGURE 6 – Tracé des rayons en lame d'air

On observe que le rayon issu de la réflexion sur M_2 semble provenir de la réflexion du rayon incident sur M'_2 : il est donc plus facile d'utiliser M'_2 et M_1 pour tracer les rayons.

B.2 Calcul de la différence de marche

Deux méthodes existent pour déterminer la différence de marche $\delta(M)$. Les deux méthodes de calcul impliquent l'utilisation de l'image $\mathcal{M}'_2$ du miroir $\mathcal{M}_2$ par l'association séparatrice-compensatrice : on travaille donc avec le schéma replié.

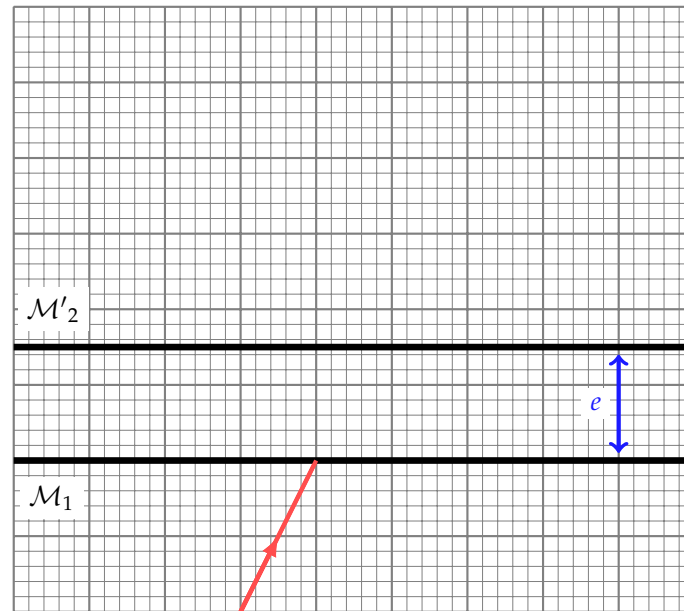


FIGURE 7 – Anneaux d'égal inclinaison pour différentes valeurs de e

- Méthode 1**

Si la source était placée au niveau du point d'observation situé à l'infini, alors d'après le théorème de MALUS K et H seraient sur le même plan d'onde. D'après le principe du retour inverse, on en déduit

$$(HM) = (KM)$$

Ainsi,

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = [(SI) + (IJK) + (KM)] - [(SI) + (IH) + (HA)] = (IJK) - (IH)$$

Expression de (IJK) en fonction de e et i : $\cos i = \frac{e}{IJ}$ d'où $(IJK) = \frac{2e}{\cos i}$

Expression de (IH) en fonction de e et i

Dans le triangle IKH :

$$\sin i = \frac{IH}{IK} \quad \text{donc} \quad IK = \frac{IH}{\sin i}$$

Dans le triangle IJP :

$$\tan i = \frac{IP}{e} \quad \text{donc} \quad IK = 2IP = 2e \tan i$$

Identification :

$$(IH) = 2e \tan i \sin i = 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} = 2e \frac{1 - \cos^2 i}{\cos i}.$$

Conclusion :

$$\delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e \frac{1 - \cos^2 i}{\cos i} = \frac{2e}{\cos i} - \frac{2e}{\cos i} + 2e \cos i = 2e \cos i$$

- Méthode 2**

Une autre vision de la situation amène à considérer les images S_1 et S_2 d'un point-source S à travers les miroirs M_2' et M_1 .

La distance séparant les deux sources est $S_1S_2 = 2e$, avec e l'épaisseur de la lame d'air. Il devient alors assez aisé d'exprimer la différence de marche : c'est la distance S_2N , N projeté de S_1 sur le rayon 2.

On a $\cos i = S_2N / S_1S_2$. Soit $S_2N = 2e \cos i$. $\delta(M) = 2e \cos i$

Résultat O4.1 - Différence de marche en lame d'air

En configuration lame d'air d'épaisseur e , la direction d'observation i s'identifie à l'angle d'incidence des rayons sur les miroirs.

La différence de marche à l'infini ne dépend que de l'angle i et de l'épaisseur e et vaut

$$\delta(M) = 2e \cos i$$

Remarques

- On remarque que si l'angle d'incidence des rayons est nul ($i = 0$), alors la différence de marche δ vaut $2e$ et les rayons sont projetés à l'infini, parallèles à l'axe optique ; toute l'intensité lumineuse est focalisée dans le foyer image F' de la lentille $\mathcal{L}$.
- Quand l'épaisseur de la lame d'air vaut 0 ($e = 0$), on dit que l'interféromètre est réglé au **contact optique**. La différence de marche $\delta(M)$ est alors nulle quelque soit le point M : l'intensité lumineuse est alors uniforme sur l'écran : on parle de **teinte plate**.

La figure d'interférence est observée dans le plan focal d'une lentille $\mathcal{L}$, comme le montre la figure 6. Sur un écran placé dans le plan focal, on repère la position d'un point M par sa distance avec le foyer F' : $r = F'M$.

On a $\tan i = \frac{r}{f'}$.

Dans la pratique, l'angle i est toujours petit (conditions de GAUSS), et on peut faire le DL à l'ordre 2 :

$$\tan i \approx i = \frac{r}{f'} \quad \text{et} \quad \cos i \approx 1 - \frac{i^2}{2}$$

On obtient donc que

$$\delta(M) = 2e \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2} \right) \quad \text{et} \quad p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2} \right)$$

B.3 Analyse de la figure d'interférence

Sur l'écran, lorsque l'interféromètre est correctement réglé, on peut observer les figures d'interférences (figure 8) obtenues pour différentes valeurs de e .

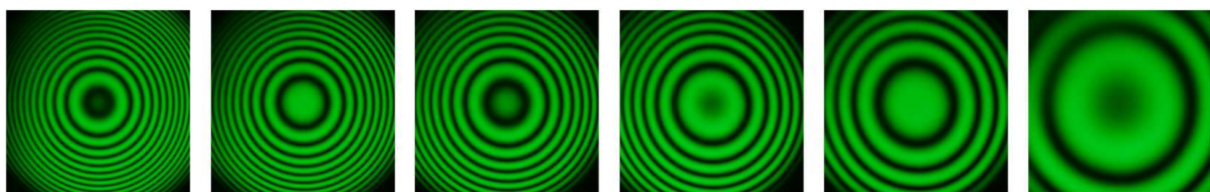


FIGURE 8 – Anneaux d'égale inclinaison pour différentes valeurs de e

B.3.1 Propriétés générales

L'intensité lumineuse est toujours donnée par la formule de FRESNEL :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) = 2I_0 (1 + \cos 2\pi p)$$

On observe des franges circulaires. Les franges sont définies par les lieux où la différence de marche $\delta(M)$ est constante, ce qui se traduit dans ce cas par un angle $i = \text{cst}$. Ainsi, tous les rayons ayant la même inclinaison par rapport à l'axe optique possèdent la même différence de marche, qui correspond à $r = \text{cst}$: on observe donc des anneaux qui portent le nom d'**anneaux d'égale inclinaison**.

Au centre de la figure d'interférence, $r = 0$ et $i = 0$. La différence de marche vaut alors $\delta = 2e$. En s'éloignant du centre, r augmente, et la différence de marche diminue. Il en va de même pour l'ordre d'interférence p .

La frange observée au centre ne semble pas forcément brillante ou sombre. On note $p_{\max}$ l'ordre d'interférence au centre : $p_{\max} = \frac{2e}{\lambda}$, et $p_{\max}$ n'a pas de raison particulière d'être entier (frange brillante) ou demi-entier (frange sombre).

Propriétés O4.1 - lame d'air

- En lame d'air, les franges sont circulaires : on observe les **anneaux d'égal inclinaison**.
- Contrairement au trou d'YOUNG, l'ordre d'interférence est maximal au centre et diminue quand on s'éloigne du centre.
- Cet ordre d'interférence au centre $p_{\max}$ n'est pas forcément entier ou demi-entier : la frange au centre peut donc être brillante, sombre ou intermédiaire.

B.3.2 Calcul du rayon des anneaux

Pour le calcul du rayon des anneaux, on se place dans le cas où l'ordre au centre $p_{\max}$ est entier : on a donc une frange brillante.

Le $k^{\text{ème}}$ anneau brillant est repéré par son rayon r_k , que l'on cherche à exprimer. Il correspond à l'ordre $p = p_{\max} - k$ car l'ordre p diminue quand on s'éloigne du centre.

Propriétés O4.2 - lame d'air

- Le rayon des anneaux r_k varie en $\sqrt{k}$: plus on s'éloigne du centre, plus les anneaux ont des rayons proches. Ainsi, les anneaux se resserrent vers l'extérieur.
- Le rayon des anneaux r_k est proportionnel à f' : le rayon des anneaux sera d'autant plus grand que la distance focale de la lentille sera importante.
- Le rayon des anneaux r_k varie en $\sqrt{\lambda}$: le rayon des anneaux sera d'autant plus grand que la longueur d'onde est grande. Chaque vibration monochromatique crée son propre système d'interférences, d'où un problème de brouillage des franges (incohérence temporelle).
- Le rayon des anneaux r_k est inversement proportionnel à $\sqrt{e}$: le rayon du $k^{\text{ème}}$ anneau brillant augmente quand la distance e entre les miroirs diminue ; il y a alors de moins en moins d'anneaux visibles sur l'écran. Quand $e = 0$, on est au **contact optique** ; on a un éclaircissement uniforme de l'écran appelé « **teinte plate** ».

B.4 Cohérence(s)

Le fait que la source soit étendue n'engendre pas de problème de cohérence spatiale (problème de contraste). C'est même l'atout principal de l'interféromètre de MICHELSON : la source pouvant être étendue, la figure d'interférences est donc particulièrement lumineuse.

Le schéma de la figure 9 montre bien que, bien que la source soit étendue, tous les rayons inclinés de i par rapport à l'axe optique :

- possèdent la même différence de marche entre les rayons qui se réfléchissent sur $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$.
- ressortent de l'interféromètre avec la même inclinaison i et donc convergent au même endroit M dans le plan focal de la lentille $\mathcal{L}$.

En revanche, l'interféromètre de MICHELSON est sujet au problème de cohérence temporelle, du à la non-monochromaticité des sources. On en fera l'étude en TD et TP : on déterminera notamment l'écart existant entre les deux raies orange d'une lampe au sodium.

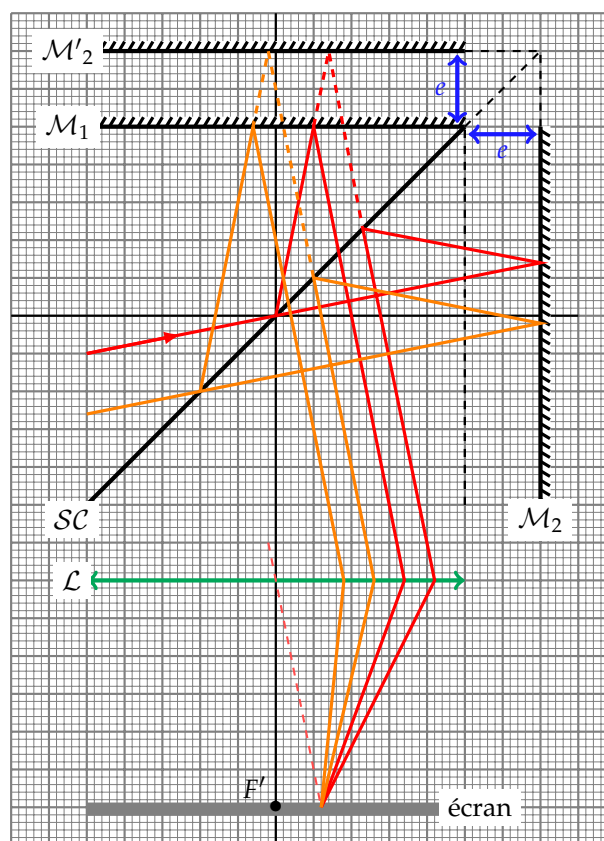


FIGURE 9 – Source élargie

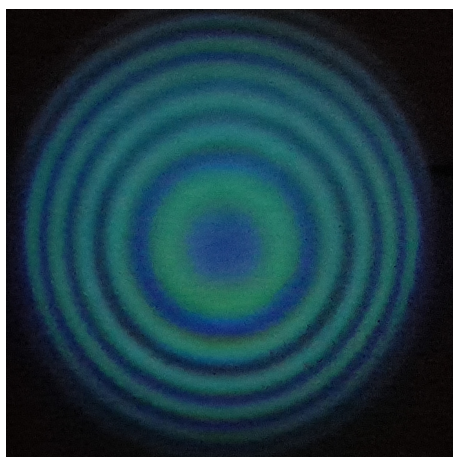


FIGURE 10 – Anneaux d'égal inclinaison et source au mercure

On observe sur la figure 10 que les différentes raies qui constituent le spectre de la source au mercure, de longueurs d'onde différentes créent chacune leurs systèmes d'anneaux. On voit notamment apparaître des anneaux bleus et verts.

C. Montage en coin d'air

C.1 Positionnement des miroirs

L'interféromètre de MICHELSON est réglé en coin d'air ($\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ ne sont pas parfaitement orthogonaux); il existe un angle α , faible, entre $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}'_2$, appelé angle du coin d'air. Dans la pratique, on désaligne souvent les miroirs à partir du contact optique.

On repère la position d'un point M sur le miroir $\mathcal{M}_1$ par son abscisse X .

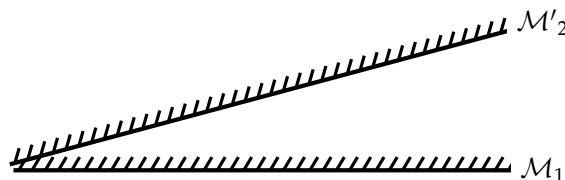


FIGURE 11 – Coin d'air d'angle α

On éclaire avec une source monochromatique non ponctuelle formant un faisceau de lumière parallèle : $i = 0$ pour tous les rayons du faisceau. Pour réaliser un faisceau de lumière parallèle, on positionne la source S au foyer objet F d'une lentille d'entrée.

C.2 Différence de marche et figure d'interférence

C.2.1 Expression de la différence de marche

L'interféromètre est éclairé en lumière parallèle à l'axe optique : $i = 0$ et donc $\delta(M) = 2e$.

L'épaisseur e n'est pas constante et dépend de l'abscisse X . En effet, $\tan \alpha = \frac{e}{X} \approx \alpha$, donc $e(X) = \alpha X$.

Ainsi, la différence de marche est $\delta(M) = 2e(X) = 2\alpha X$.

Résultat O4.2 - Différence de marche en coin d'air

En configuration coin d'air d'angle α , la différence de marche δ dépend de la position du point M sur le miroir et de l'angle du coin d'air α .

$$\delta(M) = \alpha X$$

C.2.2 Figure d'interférences

On rappelle que l'éclairement de la figure d'interférence est donné par la formule de FRESNEL :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) = 2I_0 \left(1 + \cos 2\pi \frac{2\alpha X}{\lambda_0} \right)$$

Les zones d'éclairement constant (franges) sont données par une différence de marche δ constante, qui correspondent donc à $X = \text{cst}$.

On observe donc des franges rectilignes d'interférences. Elles portent le nom de **franges d'égale épaisseur** car, sur une frange ($X = \text{cst}$), l'épaisseur $e(X)$ est constante.

Les franges sont parallèles au coin d'air. Quand la source est suffisamment monochromatique, on observe des franges rectilignes régulières. C'est le cas avec une lampe aux vapeurs de sodium (Figure 12a).

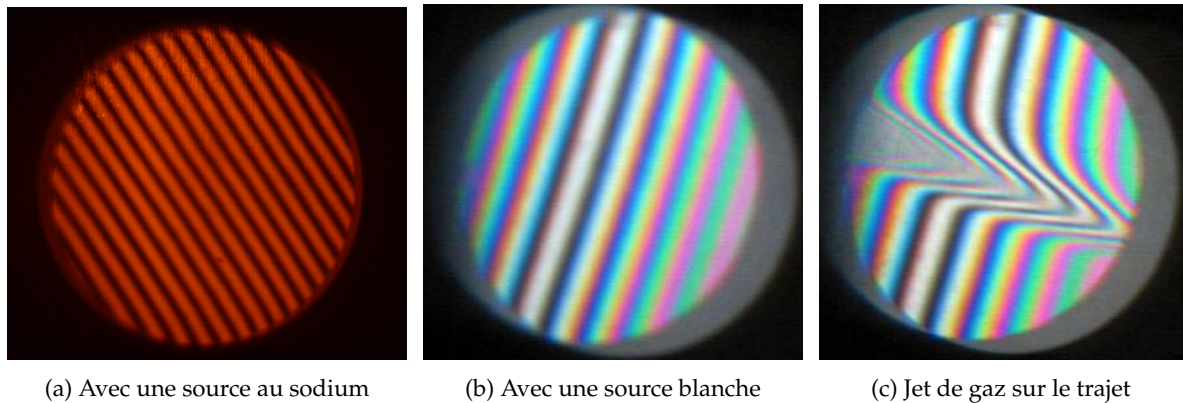


FIGURE 12 – Franges d'épaisseur

On peut sur cette figure définir et déterminer un interfrange i .

La position des franges brillantes est déterminée par $\delta = m\lambda$, soit $2\alpha X_m = m\lambda$.
Ainsi,

$$X_m = m \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

L'interfrange est donc

$$i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Résultat O4.3 - Interfrange i du coin d'air

En configuration coin d'air d'angle α , on peut définir un interfrange i sur la figure d'interférence :

$$i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Remarques

- L'interfrange augmente avec la longueur d'onde λ_0 et diminue avec l'angle α .
- Pour que le phénomène d'interférences soit visible, il faut que l'interfrange i soit supérieur à 1 mm. En prenant comme longueur d'onde 500 nm, on peut calculer l'ordre de grandeur de l'angle du coin d'air α . On trouve un angle valant approximativement 1 mrad.

C.2.3 Cohérence temporelle

Sur la figure 12b, on observe les franges du coin d'air réalisés en source blanche. L'ordre $p = 0$ est le même pour toutes les longueurs d'onde ; on observe donc un maximum d'intensité pour toutes les longueurs d'onde et la frange est de la couleur de la source, ici blanche.

Dès l'ordre $p = 1$, chaque longueur d'onde crée son propre système de franges, qui se superpose à celui des autres radiations. En lumière blanche, on observe des irisations appelées teintes de NEWTON.

La dernière figure (12c) montre l'impact d'un jet de gaz en provenance d'un briquet : localement, l'indice optique n du milieu est modifié, impactant la différence de marche δ et donc la forme des franges.

C.3 Localisation des franges et visualisation

Les franges du coin d'air sont **localisées aux alentours des miroirs**. Volontairement, le programme ne demande pas de déterminer précisément le lieu de localisation des franges. Pour le déterminer, il faut

tracer les deux rayons qui émergent des miroirs et trouver le lieu où ils se rencontrent.

Du fait de cette localisation, deux options existent pour observer la figure d'interférence :

- on peut donc les observer directement sur les miroirs, en prenant soin de limiter l'intensité lumineuse qui pénètre dans l'interféromètre. Il est impossible d'y effectuer des mesures.
- on peut aussi réaliser l'image du miroir M_1 (ou M'_2) sur un écran à l'aide d'une lentille de projection. Outre le fait que des mesures sont possibles, un autre avantage est que cette image de la figure d'interférence est possiblement agrandie ($\gamma = 6 - 7$ classiquement).

D. Bilan

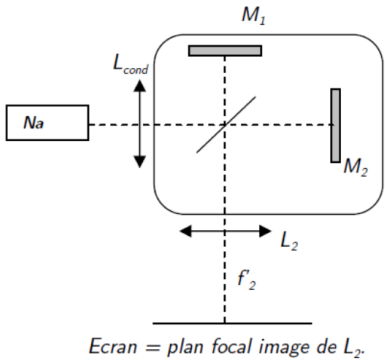
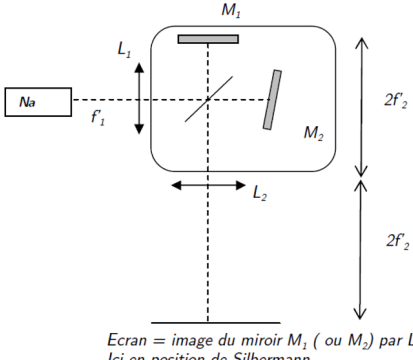
	Montage en lame d'air	Montage en coin d'air
Figure d'interférence	Anneaux d'égale inclinaison	Franges rectilignes du coin d'air
Localisation des franges	Localisées à l'infini	Localisées au voisinage des miroirs
Conditions d'éclairage	Rayons inclinés, donc source pas dans le plan focal d'une lentille d'entrée. Source possiblement étendue condensée sur M_2 .	Source de faible ouverture dans le plan focal d'une lentille d'entrée
Conditions d'observation	A l'infini, donc dans le plan focal d'une lentille de sortie	Sur les miroirs ou sur l'image des miroirs par une lentille de sortie
Schéma	 <i>Ecran = plan focal image de L_2.</i>	 <i>Ecran = image du miroir M_1 (ou M_2) par L_2. Ici en position de Silbermann.</i>

TABLE 1 – Bilan