

Croisement de deux variables catégorielles

1 Proportions et pourcentages (rappels)

Définition : proportion

On considère une population A d'effectif a et une sous population B de A d'effectif b .

La **proportion** de B par rapport à A est le nombre réel $\frac{b}{a}$.

Remarques

On parle aussi de fréquence.

Une proportion peut s'exprimer sous la forme d'une fraction ou d'un pourcentage.

Exemple

Jean-Kevin étudie une population de 120 oiseaux. Parmi ces derniers, 30 sont des mâles.

La proportion de mâle est de $\frac{30}{120}$ soit $\frac{1}{4}$ après simplification. On peut également exprimer cette proportion en pourcentage : $\frac{30}{120} \times 100 = 25$. Autrement dit, 25% des oiseaux étudiés par Jean-Kevin sont des mâles.

Propriété

Soient A, B et C trois ensembles tels que A soit inclus dans B et B inclus dans C. On notera $A \subset B \subset C$.

On note p_1 la proportion de A dans B et p_2 la proportion de B dans C.

La proportion de A dans C est $p_1 \times p_2$.

Exemple

On reprend les données de l'exemple précédent. Parmi les 30 mâles, 20% sont des mésanges.

La proportion de mésanges parmi tous les oiseaux observés est de $25\% \times 20\% = \frac{25}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{1}{20} = 5\%$.

Parmi tous les oiseaux observés par Jean-Kevin, 5% sont des mésanges mâles.

Pour connaître le nombre de mésanges mâles : $120 \times \frac{1}{20} = 6$. Il a donc observé 6 mésanges mâles.

2 Tableaux croisés

Définition : tableau croisé d'effectifs

On considère une population A. On s'intéresse à deux caractères de cette population. Lorsque l'on regroupe toutes ces informations dans un même tableau, on parle de **tableau croisé d'effectifs** ou bien de **tableau à deux entrées**.

Exemple

On s'intéresse aux élèves inscrits à l'UNSS d'un collège. On note cette population A. On s'intéresse particulièrement aux caractères suivants :

- le type de sport pratiqué (futsal, volley-ball, step, gymnastique)
- le sexe des élèves (féminin, masculin)

	Futsal : FS	Volley-Ball : V	Step : S	Gymnastique : G	Total
Sexe féminin : F	25	125	105	5	260
Sexe masculin : M	15	90	130	5	240
Total	40	215	235	10	500

Définition : Cardinal

On considère une population A. On considère un caractère F de cette population. On appelle **cardinal** de F le nombre d'individus ayant le caractère F dans la population A. On note ce nombre $Card(F)$.

Exemple

Dans notre exemple précédent, $Card(FS) = 25$ et $Card(M) = 240$.

Définition : Fréquence marginale

La **fréquence marginale** est une fréquence d'une sous population au sein d'une population.

Exemple

Dans l'exemple précédent, on souhaite calculer la fréquence marginale f de F parmi tous les élèves inscrits.

$$f = \frac{Card(F)}{Card(A)} = \frac{25}{500} = \frac{1}{20} = 0,05.$$

Définition : Fréquence conditionnelle

On considère deux variables A et B étudiées sur un même ensemble E.

On appelle **fréquence conditionnelle** de B dans A le nombre noté $f_A(B)$ défini par :

$$f_A(B) = \frac{\text{Card}(A \cap B)}{\text{Card}(A)}$$

Exemple

On souhaite connaître la fréquence conditionnelle de S dans la variable F.

Cela signifie que l'on souhaite connaître la fréquence d'élèves pratiquant le step parmi les filles.

$$f_F(S) = \frac{\text{Card}(F \cap S)}{\text{Card}(F)} = \frac{105}{260} \approx 0,40$$

Il y a donc environ 40% des élèves qui font du step parmi les filles de l'UNSS.

Croisement de deux variables catégorielles

Exercice n°1

Pour la fabrication d'un composant de smartphone, un contrôle de qualité est effectué, mais sa fiabilité n'est pas totale : dans 2% des cas il accepte un composant défectueux et dans 1% des cas il rejette un composant conforme. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

	Conforme	Défectueux	Total
Accepté			1 510
Rejeté			1 240
Total			2 750

1. Compléter le tableau ci-dessous.
2. Déterminer la fréquence marginale dont les composants sont acceptés.
3. Déterminons la fréquence marginale dont les composants sont conformes.
4. Déterminer la fréquence conditionnelle dont le composant est rejeté parmi les composants conformes.
5. Déterminer la fréquence conditionnelle dont les composants sont conformes parmi les rejetés.

Exercice n°2 Voici la répartition des employés dans une usine :

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200

1. Quel est le pourcentage de femmes dans cette entreprise ?
2. Quel est le pourcentage de femmes cadres dans cette entreprise ?
3. Parmi les ouvriers, quel est le pourcentage d'hommes ?
4. Parmi les hommes, quel est le pourcentage d'ouvriers ?

Exercice n°3

Jean-Kevin possède une grande collection de Pokémon qu'il souhaite trier. Pour cela, il les classe par type (eau, feu, plante et électrique). Il distingue également les chromatiques (ayant une couleur différente de la normale) de ceux qui ne le sont pas. Il utilise un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1		Eau	Feu	Plante	Électrique	Total
2	Non chromatiques	23	11	8	25	
3	Chromatiques	8	9	3	4	
4	Total					
5	Fréquences marginales (en %)					

1. Quelle formule Jean-Kevin doit-il saisir dans la cellule B4 pour pouvoir ensuite l'étirer vers la droite ?

2. Quelle formule Jean-Kevin doit-il saisir dans la cellule F2 pour pouvoir ensuite l'étirer vers le bas ?
3. Quelle formule Jean-Kevin doit-il saisir dans la cellule B5 pour pouvoir ensuite l'étirer vers la droite ?
4. Sans faire de calcul, quelle valeur sera affichée dans la cellule F5 ?
5. Donner le pourcentage de Pokémon eau possédés par Jean-Kevin.
6. Donner, sous forme décimale, la fréquence de Pokémon de type plante et chromatiques.
7. Est-il vrai que plus de 30% des Pokémon de la collection de Jean-Kevin sont des Pokémon électriques ?

Exercice n°4

Dans la ville de Jean-Kevin, on sait que 456 personnes sont inscrites dans une bibliothèques. De plus :

- Un quart des adhérents prennent des livres
 - Parmi les personnes qui prennent des livres, les deux tiers sont des femmes
 - Il y a 85 adhérents qui ne prennent pas de livre et qui sont des femmes
1. Regrouper ces données dans un tableau croisé.
 2. Quel est le pourcentage d'hommes adhérents ?
 3. L'année précédente, il y avait 25% d'adhérents de moins. Combien y avait-il d'adhérents dans cette bibliothèque l'an dernier ?

Exercice n°5 Voici les ventes de Février dans un magasin d'informatique :

Dire si les phrases suivantes sont vraies ou fausses.

1. Alban réalise plus de 60% de ses ventes grâce aux logiciels.
2. Moins de 5% des ventes de logiciels ont été réalisés par Ethan.
3. Moins de 20% des ventes d'ordinateurs sont faites par Alban ou Elyna.
4. Elyse est responsable de plus du quart des ventes.

	Impression	Logiciel	Ordinateur
Elyna	5	12	2
Ethan	6	5	6
Jean-Kevin	6	9	5
Alban	6	15	3
Elyse	13	8	7

Exercice n°6

Une entreprise compte 259 personnes dont 116 femmes. Un sondage a été effectué auprès des employés pour déterminer la quantité approximative de cigarettes fumées par jour. Voici les résultats :

- 25% des hommes fument moins de 5 cigarettes
- 25% des personnes fument entre 5 et 20 cigarettes
- 20% des femmes fument moins de 5 cigarettes
- 40% des femmes fument plus de 20 cigarettes

Peut-on affirmer que parmi les personnes fumant moins de 5 cigarettes, environ la moitié sont des femmes ?