

Rappels d'électrocinétique (MPSI)

Les lois de l'électrocinétique rappelées dans ce document sont applicables dans l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaire (ARQS) : la fréquence f des signaux utilisés est telle que $f \ll \frac{c}{D}$ avec D la dimension du circuit et c la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide. Pratiquement, pour des circuits de l'ordre du mètre ($D \approx 1$ m), cette approximation est bonne pour des fréquences f inférieures à 100 MHz.

A. Définitions et lois de KIRCHHOFF

A.1 Définitions

Un nœud est un point commun à au moins trois dipôles. Une branche est une portion de circuit qui relie deux nœuds consécutifs.

Des dipôles sont en série s'ils sont dans la même branche : ils sont donc parcourus par le même courant.

Des dipôles sont en parallèle (ou dérivation) s'ils sont reliés aux deux mêmes nœuds : la tension à leurs bornes est donc la même.

A.2 Intensité du courant et tension

L'intensité i du courant est le débit de charges électriques à travers la section du conducteur. Si, pendant le temps dt (en seconde s), la charge électrique qui traverse la section du conducteur est dq (en Coulomb C), l'intensité i du courant, exprimée en Ampère A est défini par la relation (1).

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

L'intensité du courant i est donc mesurée en un point d'une branche, par un ampèremètre placé en série.

La tension u_{AB} représentée par une flèche de A vers B est la différence de potentiel V en volt (V) entre le point A et la point B.

$$u_{AB} = V_A - V_B \quad (2)$$

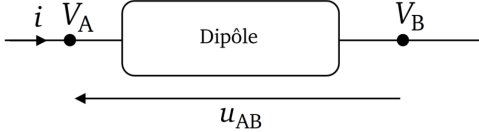
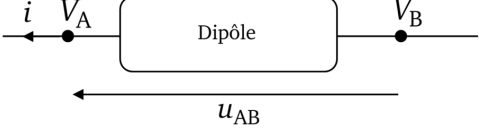
A.3 Lois de KIRCHHOFF

Loi des noeuds	Loi des mailles
La somme algébrique des courants qui arrivent à un noeud est nulle : $\sum i_k = 0$	La somme algébrique des tensions sur une maille est nulle : $\sum u_k = 0$

B. Les principaux dipôles

B.1 Conventions récepteur et générateur

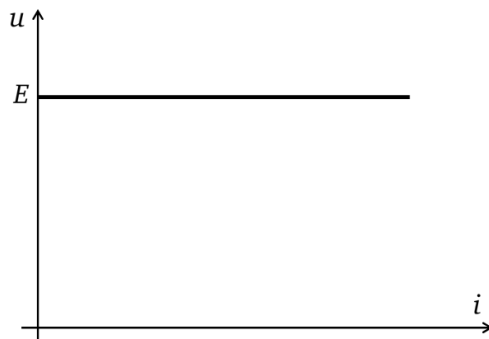
La puissance électrique p est le produit de la tension par l'intensité du courant : $p = ui$.

Convention récepteur	Convention générateur
La flèche de tension et la flèche de courant sont de sens opposés. p est la puissance <i>reçue</i> par le dipôle. 	La flèche de tension et la flèche de courant sont de sens identiques. p est la puissance <i>fournie</i> par le dipôle. 

B.2 Sources de tension et de courant

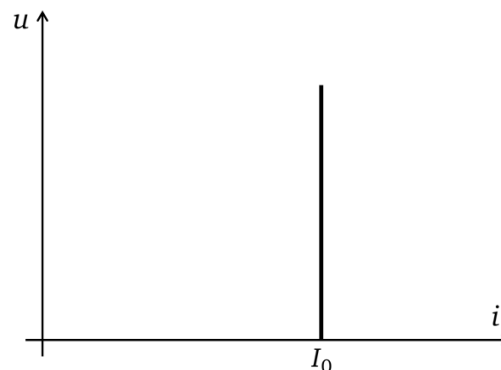
Source idéale de tension

Un générateur parfait de tension engendre une tension constante à ses bornes.



Source idéale de courant

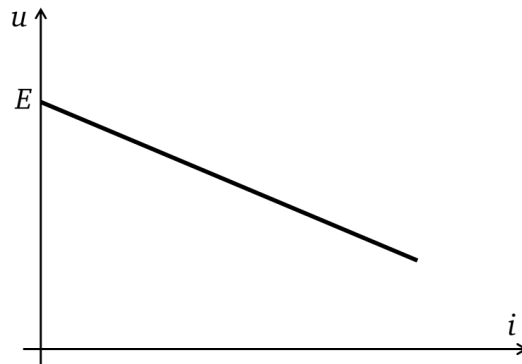
Un générateur parfait de courant distille un courant d'intensité constante.



De telles modélisations sont idéales : elles seraient en effet capables de fournir une puissance infinie, chose irréalisable.

Dans le cas du générateur réel de tension, la tension délivrée chute quand le courant demandé par la charge branchée sur le générateur augmente. On a alors une caractéristique identique à celle présentée ci-dessous, modélisable par la loi : $u = E - ri$ où E est la tension à vide et r la résistance interne du générateur. On parle

alors de générateur de THÉVENIN. On peut aussi définir l'intensité de court-circuit $I_0 = \frac{E}{r}$. Les générateurs de résistance interne relativement faible (50Ω classiquement) sont classés comme générateur de tension, si r est grand, on parle de générateur de courant.



B.3 Les trois dipôles passifs

	Résistor	Condensateur idéal	Bobine idéale
Grandeur caractéristique	Résistance R en Ohm (Ω)	Capacité C en Farad (F)	Inductance en Henry (H)
Schéma			
Relation $u - i$	$u = Ri$	$i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$
Équivalent en continu	idem	$i = 0$: coupe-circuit	$u = 0$: fil
Puissance	Ri^2	$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu^2 \right)$	$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right)$

C. Régime sinusoïdal

En régime sinusoïdal, les signaux (tension et intensité) sont de la forme : $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi_x)$. On rappelle que X_m est l'amplitude, ω la pulsation et φ_x la phase à l'origine.

C.1 Notation complexe

A la grandeur $x(t)$, on associe la grandeur complexe $\underline{x}(t)$ telle que : $\underline{x}(t) = X_m \cdot \exp j(\omega t + \varphi_x) = \underline{X}_m \cdot \exp j\omega t$.

$\underline{X}_m = X_m \exp j\varphi_x$ est l'amplitude complexe de la grandeur considérée. Elle contient toutes les informations sur $x(t)$ puisque son module est l'amplitude X_m et son argument la phase à l'origine φ_x .

Un des avantages de l'utilisation de la notation complexe est la facilité de réaliser des dérivations et des intégrations :

- dériver une grandeur par rapport au temps, c'est multiplier par $j\omega$,
- intégrer une grandeur par rapport au temps, c'est diviser par $j\omega$.

On pourra ainsi transformer des équations différentielles en équations complexes.

C.2 Impédance

L'impédance complexe $\underline{Z}$ d'un dipôle est le rapport de la tension complexe aux bornes du dipôle $\underline{u}$ sur l'intensité complexe $\underline{i}$ qui le traverse :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$$

Z , le module de $\underline{Z}$, est appelé impédance et s'exprime en Ohm (Ω). C'est le rapport de U_m sur I_m (ou des valeurs efficaces) :

$$Z = |\underline{Z}| = \frac{U_m}{I_m}$$

$$\varphi = \arg(\underline{Z}) = \varphi_u - \varphi_i$$

Tout dipôle possède une impédance qui peut se mettre sous la forme : $\underline{Z} = R + jX$ où R est appelé résistance et X est la réactance.

On définit l'admittance $\underline{Y}$ telle que : $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$.

C.3 Cas des dipôles passifs

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Impédance	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Z}_L = jL\omega$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$
Impédance Z (Ω)	$Z_R = R$	$Z_L = L\omega$	$Z_C = \frac{1}{C\omega}$
Déphasage φ	$\varphi = 0$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
$\omega \rightarrow 0$	Le comportement d'un résistor ne dépend pas de la fréquence	$Z_L \rightarrow 0$ C'est un fil	$Z_C \rightarrow \infty$ C'est un interrupteur ouvert
$\omega \rightarrow \infty$		$Z_L \rightarrow \infty$ C'est un interrupteur ouvert	$Z_C \rightarrow 0$ C'est un fil
$P = UI \cos \varphi$	$P = UI = RI^2$	$P = 0$	$P = 0$

C.4 Association d'impédances

Série	Dérivation
$\underline{Z}_{eq} = \sum \underline{Z}_i$	$\underline{Y}_{eq} = \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \sum \underline{Y}_i = \sum \frac{1}{\underline{Z}_i}$
$\underline{R}_{eq} = \sum \underline{R}_i$	$\frac{1}{\underline{R}_{eq}} = \sum \frac{1}{\underline{R}_i}$
$\underline{L}_{eq} = \sum \underline{L}_i$	$\frac{1}{\underline{L}_{eq}} = \sum \frac{1}{\underline{L}_i}$
$\frac{1}{\underline{C}_{eq}} = \sum \frac{1}{\underline{C}_i}$	$\underline{C}_{eq} = \sum \underline{C}_i$

C.5 Puissance

Un dipôle d'impédance Z consomme une puissance moyenne appelée puissance active $P = UI \cos \varphi$. P s'exprime en Watt (W)

U et I sont les valeurs efficaces des tension et courant, lues au multimètre : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ et $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.

D. Théorèmes généraux

Ils découlent des lois de KIRCHHOFF, et en sont une émanation plus pratique à utiliser dans certains cas.

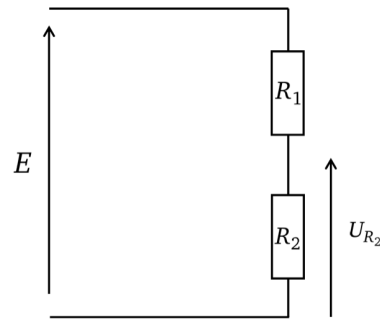
Ces théorèmes sont évidemment utilisables avec des grandeurs sinusoïdales pour peu qu'on utilise les grandeurs complexes (et non les modules).

D.1 Diviseur de tension et de courant

Le diviseur de tension est à utiliser dans le cas où des dipôles sont placés en série, c'est-à-dire parcouru par le même courant. Il permet d'exprimer rapidement la tension aux bornes d'un des dipôles.

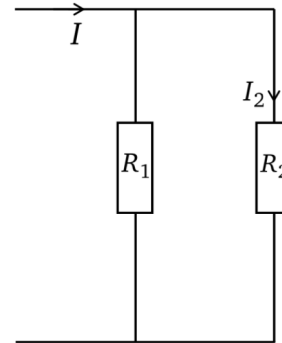
Dans le cas particulier de deux résistances placées en série et en notant E la tension aux bornes de l'ensemble, $U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$.

Dans le cas général, $U_{R_1} = \frac{R_1}{\sum R_i} E$.



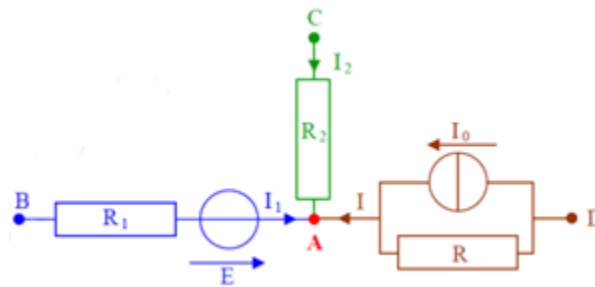
Le diviseur de courant s'obtient en remplaçant série par dérivation, tension par courant et résistance par conductance : $I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I$.

En fonction des résistances (et pour deux branches uniquement), $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$.



D.2 Théorème de MILLMAN

Il permet d'exprimer rapidement le potentiel d'un nœud. On le voit parfois sous le nom de « loi des nœuds en terme de potentiel ».



Le potentiel V_A s'exprime :
$$V_A = \frac{\frac{V_B + E}{R_1} + \frac{V_C}{R_2} + \frac{V_D}{R} + I_0}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}}$$

E. Régimes transitoire et forcé

Des exemples seront étudiés en TD et en TP.

F. Filtrage

Des exemples seront étudiés dans les chapitres suivants, en TD et en TP.