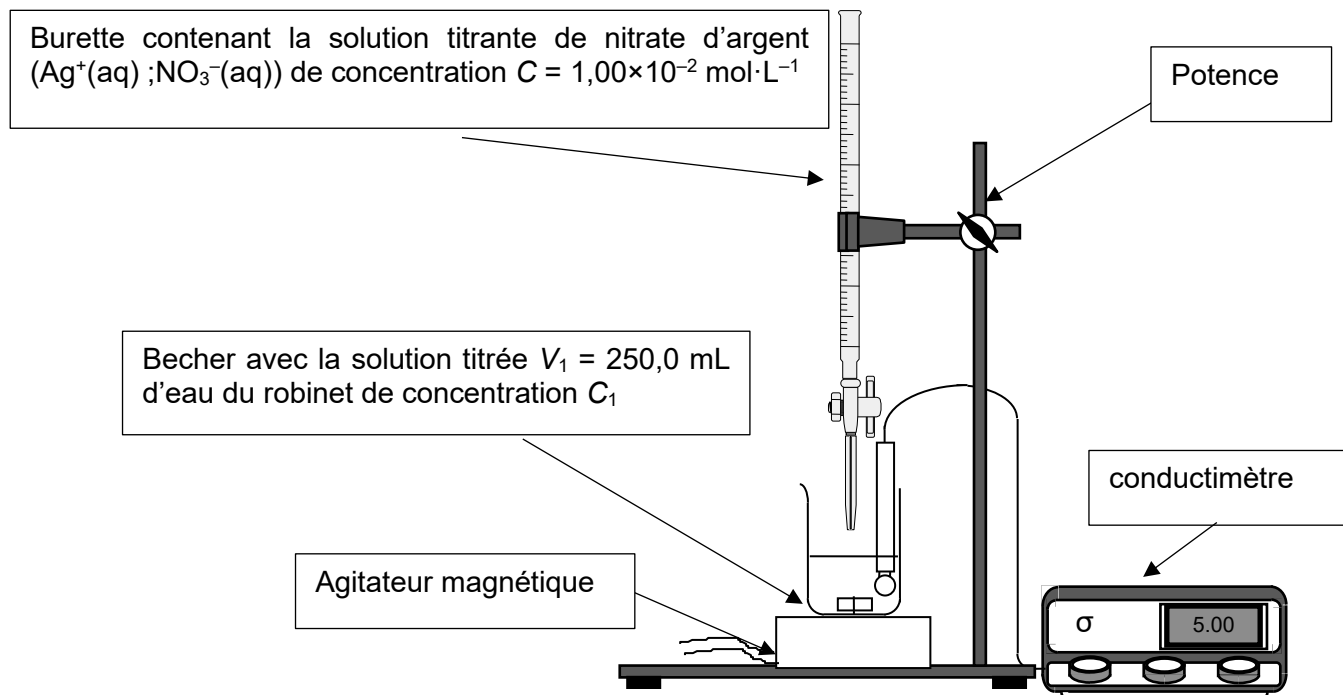


Exercice 1 – Le kéfir de fruit (9 points)

1. Détermination de la concentration des ions chlorure présents dans l'eau du robinet

Q1.



Q2.

4 $V_1 = 250.0$ # Volume de solution titrée en mL5 $C = 1\text{E}-2$ # Concentration de la solution titrante en mol/L

Q3. À l'équivalence les réactifs sont mélangés dans les proportions stœchiométriques de l'équation support du titrage donc $n(\text{Ag}^+)_{\text{versée}} = n(\text{Cl}^-)_{\text{initiale}}$

$$C \cdot V_E = C_1 \cdot V_1$$

$$\text{ainsi } V_E = \frac{C_1 \cdot V_1}{C}$$

7 $V_E = C_1 \cdot V_1 / C$ # Calcul du volume à l'équivalence en mL

Q4.

Pour $V = 0$, il n'y a pas encore de AgCl formé donc $n_{\text{produit}} = 0 \text{ mol}$.

Pour $V = V_E$, d'après l'équation support du titrage, il s'est formé autant de AgCl(s) que l'on a versé de Ag^+ donc $n_{\text{produit}} = C \cdot V_E$

Pour $V = V_{\text{max}}$, au-delà de l'équivalence les ions chlorure ont été totalement consommés, il ne se forme pas plus de AgCl(s) . Il y a toujours $n_{\text{produit}} = C \cdot V_E$

Il faut penser à convertir les volumes de mL en L en multipliant par 10^{-3} .

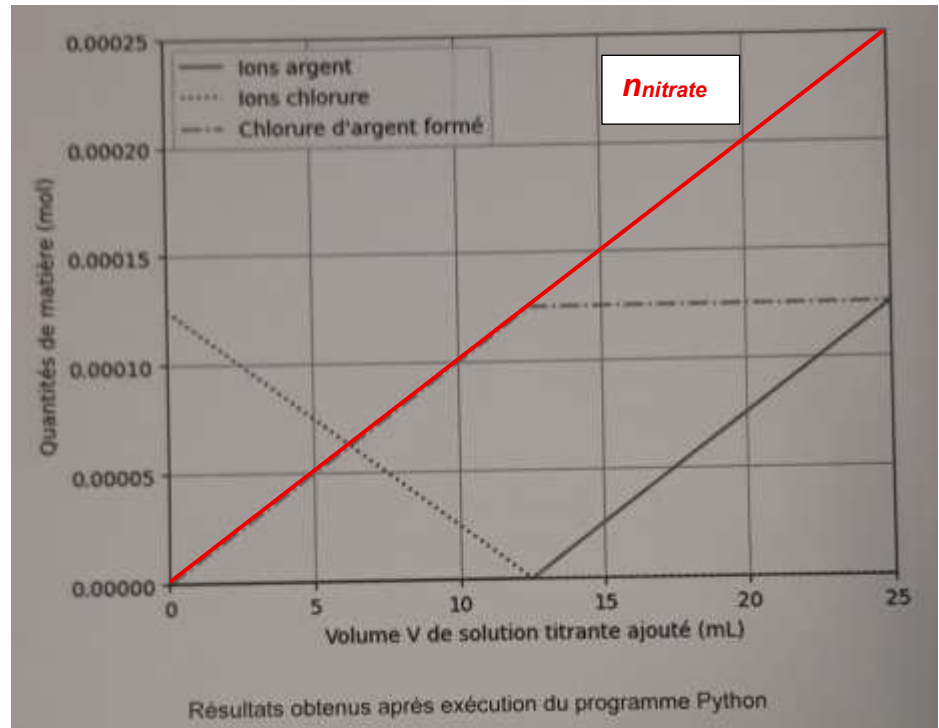
15 $n_{\text{produit}} = [0, C \cdot V_E \cdot 0.001, C \cdot V_E \cdot 0.001]$

Q5. Les ions nitrate sont spectateurs, leur quantité ne cesse d'augmenter $n = C \cdot V$
 $n = 1,00 \times 10^{-2} \times V \times 10^{-3}$

exemple
pour $V = 10 \text{ mL}$

$$n = 1,00 \times 10^{-2} \times 10 \times 10^{-3}$$

$$n = 0,0001 \text{ mol}$$



Q6. Le volume de solution titrante étant faible face au volume de solution titrée V_1 , on considère que le volume du milieu réactionnel est constant.

Avant l'équivalence :

À chaque fois qu'un ion Ag^+ est versé, il est immédiatement consommé et ne contribue pas à la variation de conductivité. Et il réagit avec un ion Cl^- qui est alors consommé.

De plus un ion nitrate est apporté et reste en solution sans réagir.

La quantité de matière d'ions chlorure diminue et la quantité de matière d'ions nitrate augmente.

Tout se passe comme si un ion nitrate remplaçait un ion chlorure.

Or la conductivité molaire ionique des ions nitrate est légèrement plus faible que celle des ions chlorure.

La conductivité diminue légèrement.

Au-delà de l'équivalence :

Il n'y a plus d'ions chlorure.

Les ions Ag^+ et NO_3^- sont ajoutés et ne réagissent plus. Il contribue à l'augmentation de la conductivité.

Q7. On reprend le raisonnement précédent, à l'équivalence les réactifs sont mélangés dans les proportions stœchiométriques de l'équation support du titrage

$$\text{donc } n(\text{Ag}^+)_{\text{versée}} = n(\text{Cl}^-)_{\text{initiale}}$$

$$C \cdot V_E = C_1 \cdot V_1$$

$$C_1 = \frac{C \cdot V_E}{V_1}$$

La concentration en masse $C_{1m} = C_1 \cdot M(\text{Cl})$

(g/L = mol/L $\times$ g/mol)

$$C_{1m} = \frac{C \cdot V_E}{V_1} \cdot M(\text{Cl})$$

Sur la figure 2, on détermine les coordonnées du point d'intersection des deux droites modélisant l'évolution de la conductivité. On lit $V_E = 10,8 \text{ mL}$.

$$\frac{1E-2 \times 10.8}{250} \times 35.5$$

$$1.5336E-2$$

$$C_{1m} = \frac{1,00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 10,8 \text{ mL}}{250,0 \text{ mL}} \times 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 1,53 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

Cette concentration est largement inférieure à la teneur maximale de $2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ ainsi l'eau du robinet peut être utilisée pour réaliser du kéfir.

2. Évolution de la cinétique de la réaction de fermentation

Q8. L'équation de la réaction montre qu'il se forme du dioxyde de carbone gazeux. On aurait pu suivre la cinétique à l'aide d'un capteur de pression, la réaction se faisant dans un récipient clos.

Q9. Quantité de matière de glucose restante = quantité de matière initiale – quantité de matière consommée.

$$n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - n_{\text{glu}} \text{ consommée}$$

D'après l'équation de la réaction il se forme deux moles d'éthanol quand il disparaît une mole de glucose, ainsi $n_{\text{glu}} \text{ consommée} = \frac{n_{\text{éth}}}{2} \text{ formée}$

$$n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - \frac{n_{\text{éth}}}{2} \text{ formée}$$

$$\text{Comme } n = C \cdot V \text{ alors } n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - \frac{C_{\text{éth}}(t) \cdot V_{\text{Boisson}}}{2}$$

$$\text{Q10. } v_{\text{disp}} = -\frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt}$$

S'il s'agit d'une cinétique d'ordre 1, alors cette vitesse est proportionnelle à la concentration.

$$v_{\text{disp}} = k \cdot C_{\text{glu}}(t)$$

$$\text{On obtient alors } -\frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt} = k \cdot C_{\text{glu}}(t), \text{ ce qui revient bien à } \frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt} + k \cdot C_{\text{glu}}(t) = 0.$$

Q11. On introduit l'expression de la solution dans l'équation $\frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt} + k \cdot C_{\text{glu}}(t)$ et l'on doit vérifier que cela conduit à la valeur de zéro.

$$\frac{d(C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-k \cdot t})}{dt} + k \cdot C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-k \cdot t} = -k \cdot C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-k \cdot t} + k \cdot C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-k \cdot t} = 0$$

La solution proposée convient.

$$\text{Q12. } C_{\text{glu}}(t) = C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$\ln(C_{\text{glu}}(t)) = \ln(C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-k \cdot t})$$

$$\ln(C_{\text{glu}}(t)) = \ln(C_{\text{glu}}(0)) + \ln(e^{-k \cdot t})$$

$$\ln(C_{\text{glu}}(t)) = \ln(C_{\text{glu}}(0)) - k \cdot t$$

Il s'agit d'une fonction affine en accord avec la droite modélisée sur la figure 3.

$$\text{Q13. } \ln C_{\text{glu}} = -5,34 \times 10^{-6} \times t - 2,22$$

Par analogie avec $\ln(C_{\text{glu}}(t)) = \ln(C_{\text{glu}}(0)) - k \cdot t$, on en déduit que $\ln(C_{\text{glu}}(0)) = -2,22$

Ainsi $C_{\text{glu}}(0) = e^{-2,22}$.

$$C_{glu}(0) = \frac{n_{glu}(0)}{V_{Boisson}} = \frac{m_{glu}(0)}{V_{Boisson} \cdot M(C_6H_{12}O_6)} = \frac{m_{glu}(0)}{M(C_6H_{12}O_6) \cdot V_{Boisson}}$$

Donc $m_{glu}(0) = C_{glu}(0) \cdot V_{Boisson} \cdot M(C_6H_{12}O_6)$

On raisonne pour un volume de boisson de 1 L.

$$m_{glu}(0) = e^{-2,22} \times 1,00 \times 180,0 = 19,5 \text{ g}$$

$$e^{-2,22} \times 180 = 1.954963959E1$$

La masse de glucose réellement utilisée était égale à 20 g. Cette donnée ne comporte que peu de chiffres significatifs et est donc compatible avec la valeur de 19,5 g arrondie avec 2 C.S.

Q14. $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$ et d'après la modélisation précédentes $k = 5,34 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{5,34 \times 10^{-6}} = 1,30 \times 10^5 \text{ s} = 36,1 \text{ h}$$

$$\frac{\ln(2)}{5,34E-6} = 1.298028428E5$$

Rep/3600

$$3.605634522E1$$

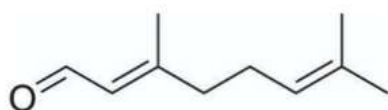
La recette indique qu'il faut laisser fermenter durant au moins 24h.

Au bout de 36h, la boisson contiendra deux fois moins de sucre qu'initialement.

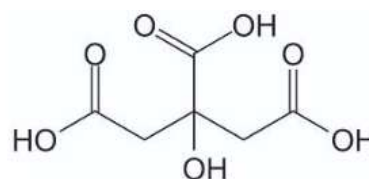
Au bout de 72h, la boisson ne contiendra plus qu'un quart de la quantité de sucre initiale.

La recette pourrait peut-être préciser : « Consommer dans les 3 jours pour conserver un gout sucré agréable ».

3. Arôme de la boisson végétale de kéfir



Citral



Acide citrique

Figure 4. Formules topologiques du citral et de l'acide citrique

Données :

➤ données de spectroscopie infrarouge :

Liaison	O–H	C–H	C=C	C=O
Nombre d'onde (en cm^{-1})	3200 – 3700	2850 – 3100	1620 – 1680	1650 – 1730
Allure de la bande caractéristique	Forte et large	Forte	Faible et fine	Forte et fine

Q15. Le spectre B montre une bande forte et large entre 3200-3400 cm^{-1} qui caractérise la présence de liaisons O–H. Or seule la molécule d'acide citrique contient ces liaisons.

On en déduit que le spectre B correspond à l'acide citrique et que le spectre A correspond au citral.

- données de solubilité de différents composés présents dans le citron :

Espèce chimique	Solubilité dans l'eau	Solubilité dans l'acétate d'éthyle	Solubilité dans le cyclohexane
Limonène	Faible	Convenable	Grande
Citral	Très faible	Convenable	Grande
Acide citrique	Grande	Grande	Nulle

- miscibilité des différents solvants avec l'eau :

acétate d'éthyle	cyclohexane
faible	nulle

Q16. Le solvant extracteur doit être non miscible avec la solution aqueuse de kéfir, afin de distinguer deux phases et de pouvoir les séparer dans une ampoule à décanter.

Ainsi on élimine l'eau.

Seul l'acétate d'éthyle est capable de solubiliser les 3 espèces et il est faiblement miscible.

Le cyclohexane ne peut pas extraire l'acide citrique.

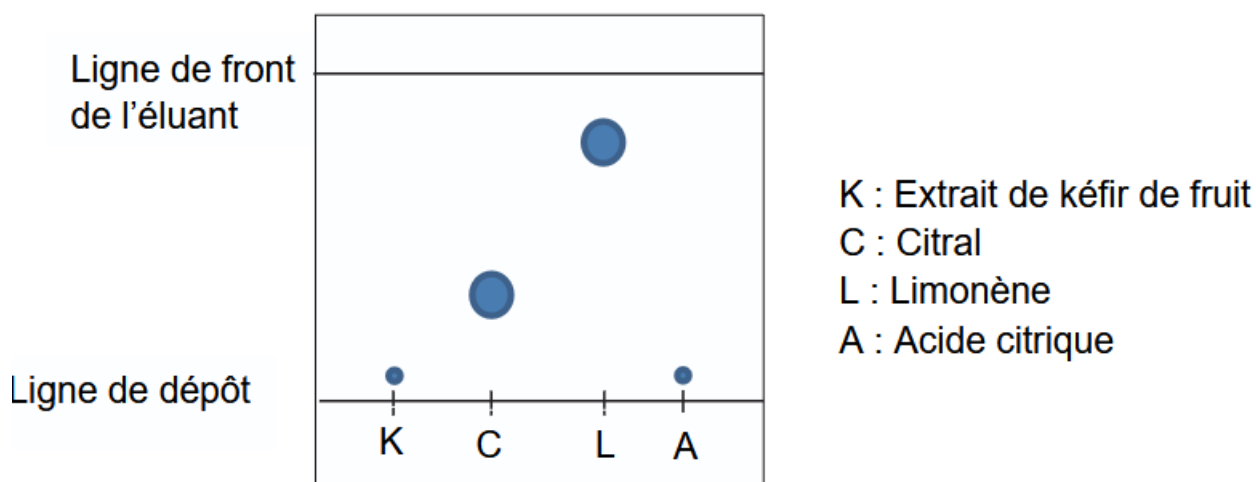


Figure 6. Schéma du chromatogramme obtenu

Q17. Lors d'une chromatographie une espèce migre toujours à la même hauteur.

L'extrait de kéfir ne montre qu'une seule tache, il ne contient qu'une seule espèce chimique.

Cette tache est à la même hauteur que celle de l'acide citrique donc le kéfir en contient.

Ainsi le gout acidulé est dû à la présence d'acide citrique.

Merci de nous signaler la présence éventuelle d'erreurs à labolycee@labolycee.org

Exercice 2 – La yaourtière (5,5 points)

1. Fabrication des yaourts dans la yaourtière

Q1. Montrer que la valeur de l'énergie thermique $Q_{\text{chauffage}}$ qui doit être transférée au système {S} lors de l'étape A est voisine de $9,2 \times 10^4$ J.

D'après le premier principe, $\Delta U = W + Q$. Or le système n'échange pas d'énergie sous forme de travail donc $\Delta U = Q$.

$$Q_{\text{chauffage}} = C \cdot \Delta T = C \cdot (\theta_{\text{fab}} - \theta_{\text{amb}})$$

$$Q_{\text{chauffage}} = 4,0 \times 10^3 \times (43 - 20) \quad \text{pour une différence de température inutile de convertir en kelvins}$$

$$Q_{\text{chauffage}} = 9,2 \times 10^4 \text{ J}$$

Q2. Calculer la durée Δt_A de l'étape A, en supposant que, pendant cette étape, 85 % de l'énergie électrique consommée par la yaourtière est fournie par transfert thermique au système {S}. En déduire que la durée Δt_B de l'étape B est de l'ordre de 7 heures et 50 minutes.

$$Q_{\text{chauffage}} = \phi \cdot \Delta t_A \quad \text{alors} \quad \Delta t_A = \frac{Q_{\text{chauffage}}}{\phi}$$

$$\text{Avec } \phi = \frac{85}{100} \cdot P_A \quad \text{ainsi} \quad \Delta t_A = \frac{Q_{\text{chauffage}}}{0,85 \cdot P_A}$$

$$\Delta t_A = \frac{9,2 \times 10^4}{0,85 \times 150} = 7,2 \times 10^2 \text{ s} = 12 \text{ min}$$

Le sujet indique que la phase de chauffage dure 8 heures, il y a $\Delta t_A = 12$ minutes pour la phase A et $\Delta t_B = 7\text{h}48\text{min}$ pour la phase B. Cette dernière durée est bien de l'ordre de 7 heures et 50 minutes.

1 kWh électrique	1 L de lait	2 g de ferments lactiques	1 pot de yaourt nature de grande distribution et de qualité comparable à celui fait maison
0,20 €	1,05 €	0,64 €	0,35 €

Q3. Estimer le prix de fabrication d'un yaourt fait maison. Discuter si l'argument lié au coût des yaourts maison est vérifié.

Il faut acheter 700 mL = 0,700 L de lait $\rightarrow$ coût = $0,700 \times 1,05 \text{ €} = 0,735 \text{ €} = 0,74 \text{ €}$

2 g de ferments lactiques $\rightarrow$ coût = 0,64 €

Il faut chauffer pendant la phase A,

$$E_A = P_A \cdot \Delta t_A$$

$$E_A = 150 \times 721,56 = 1,08 \times 10^5 \text{ J} = 1,08 \times 10^2 \text{ kJ} = 3,00 \times 10^{-2} \text{ kWh}$$

Puis chauffer pendant la phase B,

$$E_B = P_B \cdot \Delta t_B$$

$$E_B = 20 \times (7 \times 60 \times 60 + 48 \times 60) = 5,6 \times 10^5 \text{ J} = 5,6 \times 10^2 \text{ kJ} = 0,156 \text{ kWh}$$

On a donc une énergie de 0,186 kWh, ce qui coûte $0,186 \times 0,20 = 3,7 \times 10^{-2} \text{ €} = 3,7 \text{ centimes} = 4 \text{ centimes}$

Avec 700 mL de lait, on a préparé 7 yaourts.

On divise par 7 on obtient alors $(0,74 \text{ €} + 0,64 \text{ €} + 0,04 \text{ €}) / 7 = 1,42 \text{ €} / 7 = 0,20 \text{ €}$ par yaourt.

On réalise une économie de 15 centimes.

En pourcentage cela représente $(15/35) = 0,43 = 43\%$ donc oui l'argument lié au coût est vérifié.

2. Refroidissement des yaourts dans le réfrigérateur

Q4. Nommer les trois modes de transfert thermique permettant le refroidissement du système {P}.

Le système peut céder de la chaleur sous forme de rayonnement, par convection et par conduction.

Q5. Calculer la valeur du flux thermique initial Φ_0 cédé par le système {P} à l'instant initial $t = 0$ et indiquer, en justifiant, comment varie le flux thermique au cours du temps.

$$\Phi = h \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\text{réfri}})$$

$$\Phi_0 = h \cdot S \cdot (\theta_0 - \theta_{\text{réfri}})$$

$$\Phi_0 = 10 \times 0,019 \times (30 - 4,0) = 4,94 \text{ W} = 4,9 \text{ W}$$

La température θ du système diminue une fois placé dans le réfrigérateur, ainsi la différence de température $(\theta - \theta_{\text{réfri}})$ est moins en moins grande donc le flux Φ diminue.

Q6. Indiquer la température du système {P} après un temps très long. Montrer que la valeur de l'énergie thermique perdue par le système {P} durant la phase de refroidissement est voisine de 12 kJ.

Après un temps très long le système atteint l'équilibre thermique, il est à la température du réfrigérateur $\theta = \theta_{\text{réfri}} = 4,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

D'après le premier principe, $\Delta U = W + Q$. Or le système n'échange pas d'énergie sous forme de travail donc $\Delta U = Q$

$$\Delta U = Q = m \cdot c_Y \cdot (\theta_{\text{réfri}} - \theta_0)$$

$$\Delta U = 0,19 \times 2,5 \times 10^3 \times (4,0 - 30) = -1,2 \times 10^4 \text{ J} = -12 \times 10^3 \text{ J} = -12 \text{ kJ.}$$

$\Delta U < 0$ le système a perdu de l'énergie, et on retrouve bien la valeur de 12 kJ.

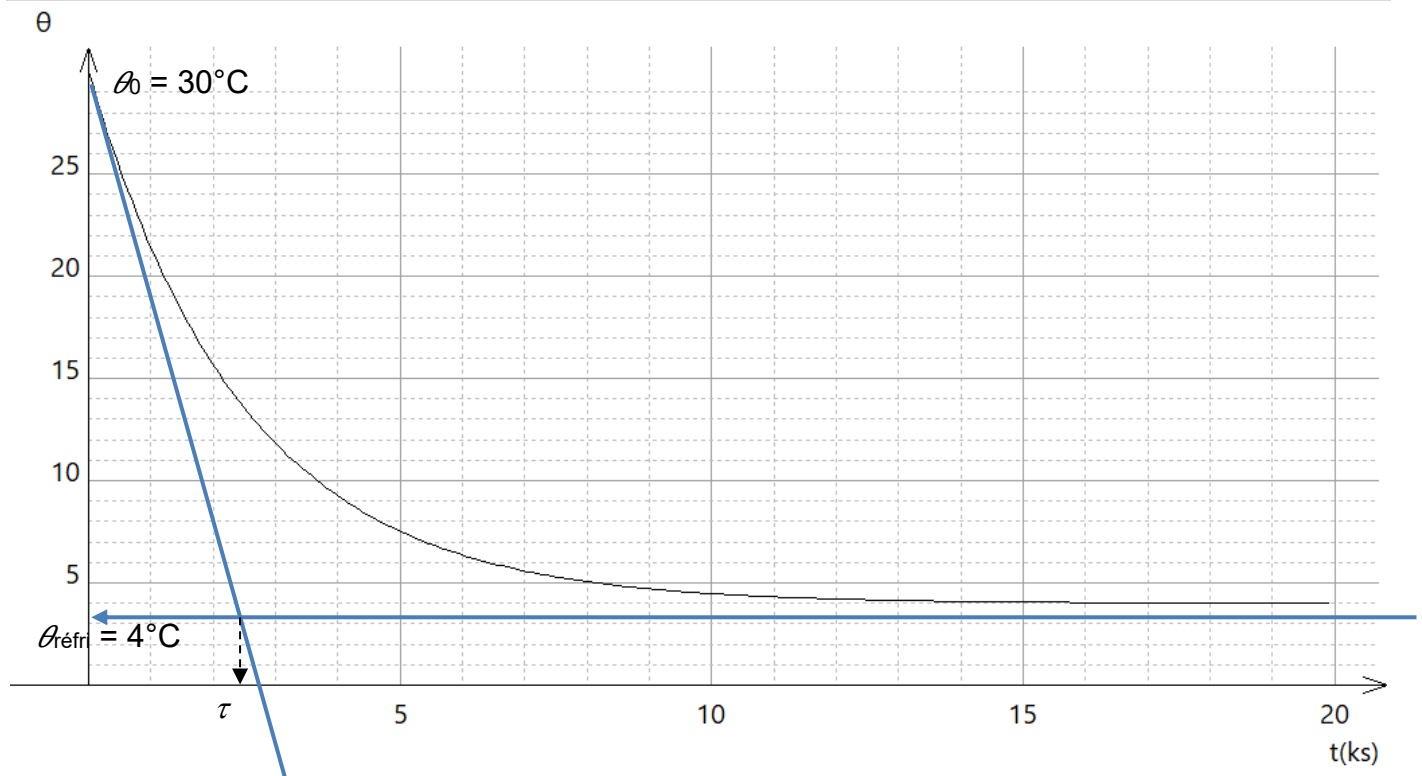
Q7. Calculer la durée Δt_0 qui serait nécessaire pour effectuer un transfert thermique de 12 kJ à la puissance Φ_0 .

$$\phi_0 = \frac{Q}{\Delta t_0} \text{ donc } \Delta t_0 = \frac{Q}{\phi_0}$$

$$\Delta t_0 = \frac{12 \times 10^3 \text{ J}}{4,94 \text{ W}} = 2,5 \times 10^3 \text{ s} = 40 \text{ min}$$

$\frac{12E3}{4,94}$	
	$2.429149798E3$
Rep/60	$4.048582996E1$

Q8. Tracer l'allure de l'évolution de la température θ en fonction du temps en indiquant les températures initiale et finale ; faire apparaître une méthode graphique de détermination du temps caractéristique τ .



On trace la tangente, à la date $t = 0$ s, à la courbe représentative de la température. Elle coupe l'asymptote horizontale $\theta_{\text{refri}} = 4^\circ\text{C}$ à la date $t = \tau$.

Q9. Comparer la valeur de τ à celle de Δt_0 obtenue en Q7. Commenter.

$$\tau = \frac{m \cdot c_Y}{h \cdot S}$$

$$\tau = \frac{0,19 \times 2,5 \times 10^3}{10 \times 0,019} = 2,5 \times 10^3 \text{ s}$$

On a trouvé précédemment qu'il fallait $\Delta t_0 = 2,5 \times 10^3$ s pour que l'équilibre thermique soit atteint. Les deux valeurs sont égales. Mais comparer ces deux valeurs n'a pas beaucoup de signification. Car ce n'est qu'au bout d'une durée égale à 5τ que le système atteint l'équilibre thermique, soit $1,25 \times 10^4$ s.

C'est cette dernière valeur qui devrait être comparée à Δt_0 .

Cette correction est réalisée sans l'aide d'intelligence artificielle, elle peut cependant contenir des erreurs. Merci de nous les signaler à labolycee@labolycee.org

Exercice 3 – Le satellite TESS (5,5 points)

Q1. $\vec{F} = \frac{G \cdot M_E \cdot M_2}{R_2^2} \cdot \vec{u}_N$

Q2. Appliquons la 2^{ème} loi de Newton au système {exoplanète 2} de masse M_2 dans le référentiel lié à l'étoile E supposé galiléen associé au repère de Frenet $(P, \vec{u}_N, \vec{u}_T)$:

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_E \cdot M_2}{R_2^2} \cdot \vec{u}_N = M_2 \cdot \vec{a}_2 \text{ soit } \boxed{\vec{a}_2 = \frac{G \cdot M_E}{R_2^2} \cdot \vec{u}_N}$$

Dans le repère de Frenet, l'accélération s'écrit : $\vec{a}_2 = \frac{v_2^2}{R_2} \cdot \vec{u}_N + \frac{dv_2}{dt} \cdot \vec{u}_T$

Par identification des deux expressions de $\vec{a}_2$ selon $\vec{u}_N$ on obtient :

$$\frac{v_2^2}{R_2} = \frac{G \cdot M_E}{R_2^2} \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_E}{R_2}}$$

Q3. Le mouvement de l'exoplanète étant uniforme, $v_2 = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot R_2}{T_2}$ pour une révolution complète.

En égalant avec l'expression de v_2 trouvée en Q3 : $\sqrt{\frac{G \cdot M_E}{R_2}} = \frac{2\pi \cdot R_2}{T_2}$

Élevons au carré : $\frac{G \cdot M_E}{R_2} = \frac{4\pi^2 \cdot R_2^2}{T_2^2} \Leftrightarrow M_E = \frac{4\pi^2 \cdot R_2^3}{G \cdot T_2^2}$ CQFD

Q4. Faisons l'application numérique avec R_2 en m et T_2 en s :

$$M_E = \frac{4\pi^2 \times (1,08 \times 10^7 \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (11,4 \times 24 \times 3600)^2} = 7,69 \times 10^{29} \text{ kg}$$

Cette valeur est très proche des $7,68 \times 10^{29}$ kg indiqués dans l'énoncé.

Q5. En appliquant la 3^{ème} loi de Kepler aux 2 exoplanètes : $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Leftrightarrow T_1 = \sqrt{\frac{T_2^2 \cdot R_1^3}{R_2^3}}$

Soit en gardant T_2 en jours, R_1 et R_2 en km $T_1 = \sqrt{\frac{11,4^2 \times (6,77 \times 10^6)^3}{(1,08 \times 10^7)^3}} = 5,66 \text{ jours}$



Handwritten calculation of T_1 in days using a calculator. The display shows the formula $\sqrt{\frac{11.4^2 \times 6.77E6^3}{1.08E7^3}}$ and the result $5.657860315E0$.

2. Mesure expérimentale de la période de révolution T_1 de l'exoplanète 1

Q6. D'après la relation $\Delta P_{\text{lum}} = \left(\frac{r_1}{r_E}\right)^2$, plus la taille (liée à r_1) de l'exoplanète est élevée et plus la diminution ΔP_{lum} est élevée car r_1 est au numérateur.

Rq : de manière quantitative, on pourrait dire que quand la taille de l'exoplanète double, la diminution ΔP_{lum} est multipliée par 4.

Q7. Par lecture graphique, $\Delta P_{\text{lum}} = 0,004$

$$\Delta P_{\text{lum}} = \left(\frac{r_1}{r_E}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{r_1}{r_E} = \sqrt{\Delta P_{\text{lum}}} \Leftrightarrow r_1 = r_E \cdot \sqrt{\Delta P_{\text{lum}}}$$

$$\text{Soit } r_1 = 2,63 \times 10^5 \times \sqrt{0,004} = 16633 \text{ km} \approx 1,7 \times 10^4 \text{ km}$$

Cette valeur est égale aux $1,7 \times 10^4$ km attendus.

Q8. En utilisant la figure 3, on en déduit que l'angle α est balayé en 0,8 h.

$$\text{En utilisant la figure 2 : } \sin \alpha = \frac{r_1 + r_E}{R_1}$$

$$\text{Avec l'approximation des petits angles : } \alpha \approx \sin \alpha = \frac{r_1 + r_E}{R_1}$$

Pour faire une révolution complète, l'exoplanète doit balayer un angle égal à 2π

Par proportionnalité :

0,8 h	$\alpha = \frac{r_1 + r_E}{R_1}$	$T_1 = \frac{0,8 \times 2\pi \times R_1}{r_1 + r_E}$ soit $T_1 = \frac{0,8 \times 2\pi \times 6,77 \times 10^6}{1,7 \times 10^4 + 2,63 \times 10^5} = 120 \text{ h} = 5,1 \text{ jours}$
T_1	2π	

Cette valeur est assez proche des 5,66 jours trouvés grâce à la 3^{ème} loi de Kepler en Q5.

$\frac{0.8 \times 2\pi \times 6.77E6}{1.7E4 + 2.63E5}$	
	1.215347558E2
Rep/24	5.063948158E0

Merci de nous signaler la présence éventuelle d'erreurs à labolycee@labolycee.org