Variations globales – Fiche de cours

1. Fonctions dérivées

a. Définition

Soit une fonction f(x) définie sur un intervalle I ; si f est dérivable en I, on note f′(x) sa dérivée

b. Dérivée usuelles

Soit la fonction définie par f(x) =k $\Rightarrow$ f′(x)=0
Soit la fonction définie par f(x) =x $\Rightarrow$ f′(x)=1
Soit la fonction définie par f(x) =x^2 $\Rightarrow$ f′(x)=2x
Soit la fonction définie par f(x) =x^3 $\Rightarrow$ f′(x)=$3x^2$

c. Dérivée d'une somme, de *kf* et des polynômes

La dérivée de la somme est égale à la somme des dérivées :

$$(u+v)' = u' + v'$$

La dérivée de *kf* vaut : $(kf)' = kf'$
La dérivée des polynômes usuels :

Soit la fonction définie par f(x) =ax+b $\Rightarrow$ f′(x)=a
Soit la fonction définie par f(x) =ax^2+bx+c $\Rightarrow$ f′(x)=2ax+b
Soit la fonction définie par f(x) =ax^3+bx^2+cx+d $\Rightarrow$ f′(x)=$3ax^2+2bx+c$

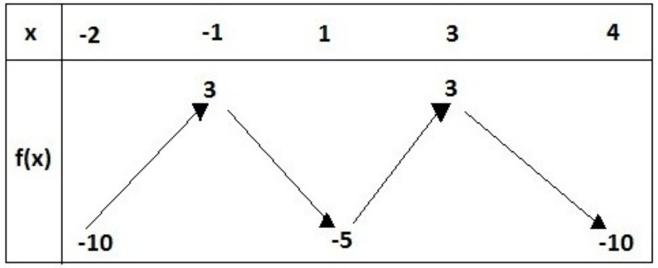
d. Sens de variation d'une fonction

L'étude du signe du nombre dérivé permet de connaître les variations d'une fonction :

- Si f'>0 sur I $\Leftrightarrow$ f est croissante sur I
- Si f'=0 sur I $\Leftrightarrow$ f est constante sur I
- Si f'<0 sur I $\Leftrightarrow$ f est décroissante sur I

e. Tableau de variation, extremum

On peut résumer les variations d'une fonction dans un tableau pour étudier la présence de maximum / minimum (extremum) :



Variations globales – Exercices – Devoirs

Exercice 1

Dans chacune des questions suivantes, f est une fonction qui admet un nombre dérivé f '(x) pour tout nombre réel x.

Si f(x) = – 3, alors :	f '(x) = 3	f '(x) = 0	f '(x) = – 3
Si f(x) = 3x – 2, alors :	f '(x) = 3 – 2	f '(x) = 1	f '(x) = 3
Si f(x) = x^2 + 2x + 3, alors :	f '(x) = 2x + 3	f '(x) = 2x + 5	f '(x) = 2x + 2
Si f(x) = $3x^2$ – 4x + 1, alors :	f '(x) = 3x – 4	f '(x) = 6x – 3	f '(x) = 6x – 4

Exercice 2

Déterminer l'expression des fonctions dérivées

1. $f(x)=-2x^2-x$
2. $f(x)=25$
3. $f(x)=x^2+2x+3$
4. $f(x)=x^3$

Exercice 3

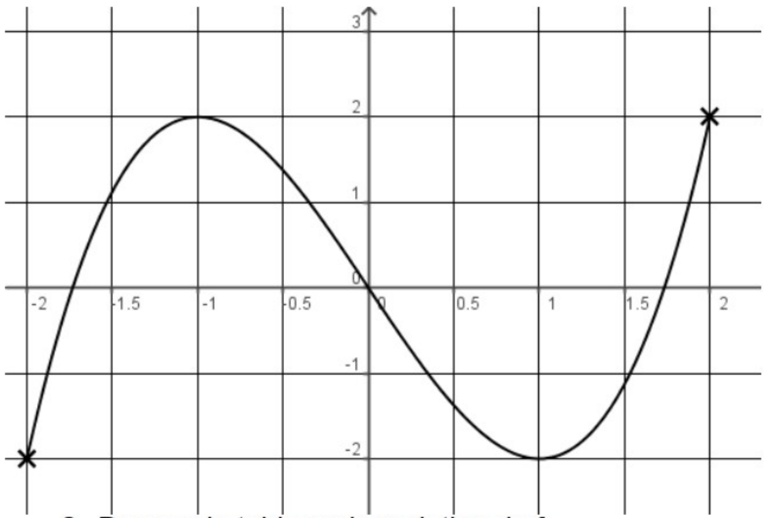
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-3x-3$

On note C_f sa représentation graphique.

1. Calculer la dérivée f' de f.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.
4. Tracer T et Cf dans le même repère.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur [– 2 ; 2] par la courbe donnée ci-dessous.



2. Dresser le tableau de variation de f.
3. En déduire le signe de f '(x) en fonction de x.
4. Déterminer un intervalle où : f(x) > 0 et f '(x) < 0.
5. Déterminer un intervalle où : f(x) < 0 et f '(x) < 0.

Exercice 5

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes :

$f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ $\quad$ $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$

$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 1$

Exercice 6

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

a. $f(x) = -3x + 7$

b. $g(x) = 2x^2 - 5x + 3$

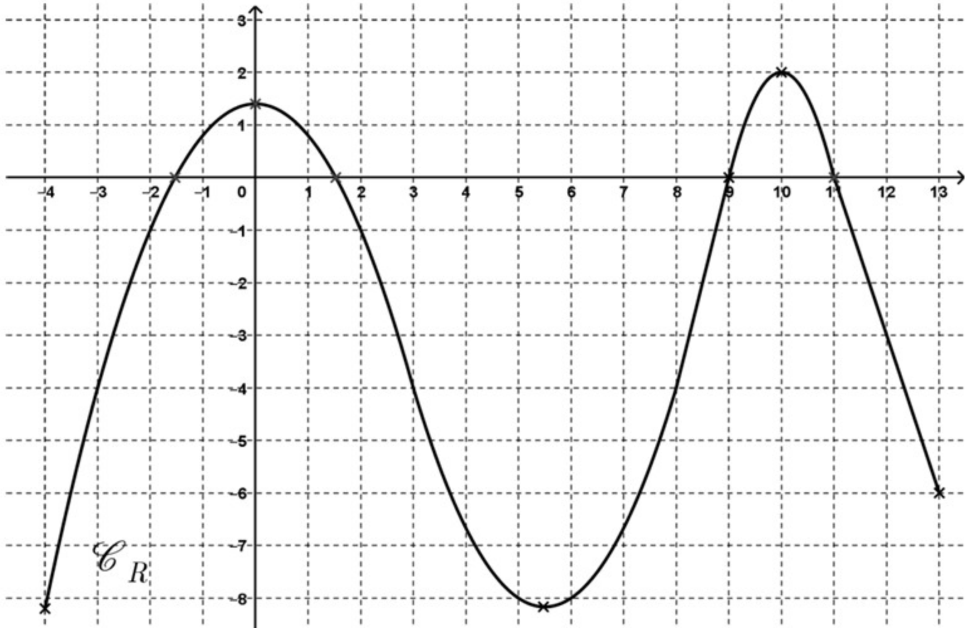
c. $h(x) = -2x^3 + 4x^2 + x - 1{,}5$

d. $k(x) = \frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{7}x + \frac{4}{9}$

e. $b(q) = 5{,}2q + \sqrt{3} - 5q^2$

Exercice 7

On considère la fonction $f(x)$ définie et dérivable sur [-4 ; 13] et dont on donne une représentation graphique :



1. Etablir le tableau de variations de $f(x)$ sur [-4 ; 13]
2. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ ', fonction dérivée de R, sur [-4 ; 13]

Exercice 8

On considère la fonction $f(x)$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 18$$

1. Justifier que pour tout réel x, $f'(x) = 3(x+4)(x-2)$
2a. Etablir le tableau de signes de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2b.En déduire le tableau de variations de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 9

On considère la fonction $C(x)$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par :

$$C(x) = -\frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3x - 1$$

1. Justifier que pour tout réel x $C'(x) = (x+3)(1-2x)$
2a. Etablir le tableau de signes de $C'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2b. En déduire le tableau de variations de $C(x)$ sur $\mathbb{R}$.