

# Probabilités

## I Vocabulaire

### Définition :

Une expérience aléatoire est une expérience dont les résultats sont connus sans que l'on puisse les prévoir à l'avance.

Une issue est un résultat possible d'une expérience aléatoire.

L'univers associé à une expérience aléatoire est l'ensemble des résultats possibles. Il est généralement noté  $\Omega$ .

Exemple : L'expérience aléatoire consistant à lancer un dé non truqué à six faces possède six issues : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On note  $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

### Définition :

Un évènement est un ensemble d'issues (résultats possibles) d'une expérience aléatoire.

Exemple : En lançant un dé non truqué à six faces, « Obtenir un chiffre pair » est un évènement regroupant 2, 4, 6 (les trois issues possibles).

### Définition :

L'**évènement contraire** d'un évènement A est **noté  $\bar{A}$**  (se lit A barre). C'est l'évènement qui rassemble toutes les issues qui ne composent pas l'évènement A.

Exemple : L'évènement contraire au précédent est « Obtenir un chiffre impair »

## II Notion de probabilité

### Définition :

La probabilité d'un évènement est « la chance » qu'il a de se produire.

La **probabilité** d'un évènement est un nombre toujours compris entre 0 et 1.

### Formule :

La probabilité d'un évènement A est  $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues possibles pour réaliser l'évènement A}}{\text{nombre total d'issues de l'expérience aléatoire}}$

Exemple : « Obtenir un chiffre inférieur ou égal à 2 » est un évènement regroupant 1 et 2 (les deux issues possibles). La probabilité de cet évènement est donc égale à  $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

### Propriété :

La probabilité de l'évènement contraire à un évènement  $A$  est :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Exemple : L'évènement contraire au précédent est « Obtenir un chiffre strictement supérieur à 2 ».

La probabilité de cet évènement contraire est donc égale à  $P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

### Remarques :

- Un évènement dont la probabilité est égale à 0 est appelé **évènement impossible**.
- Un évènement dont la probabilité est égale à 1 est appelé **évènement certain**.
- On parle d'**équiprobabilité** quand les issues ont toutes autant de chance de se produire.

### Application : Exercice 1

## III Expérience aléatoire à deux épreuves

Pour étudier une expérience aléatoire à deux épreuves, on crée un tableau à double entrée pour regrouper les résultats possibles.

### Exemple :

Clélia a dans son armoire 3 shorts bleus, 1 short rouge et 2 shorts verts.

Elle a également 2 tee-shirts bleus et 3 tee-shirts rouges.

Elle prend au hasard un short et un tee-shirt dans son armoire.

Quelle est la probabilité qu'elle soit habillée tout en bleu ?

| Tee-shirt \ Short | Bleu (B) |          | Rouge (R) |           | Rouge (R) |           |
|-------------------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                   | Bleu (B) | Bleu (B) | Rouge (R) | Rouge (R) | Rouge (R) | Rouge (R) |
| Bleu (B)          | (B ; B)  | (B ; B)  | (B ; R)   | (B ; R)   | (B ; R)   | (B ; R)   |
| Bleu (B)          | (B ; B)  | (B ; B)  | (B ; R)   | (B ; R)   | (B ; R)   | (B ; R)   |
| Bleu (B)          | (B ; B)  | (B ; B)  | (B ; R)   | (B ; R)   | (B ; R)   | (B ; R)   |
| Rouge (R)         | (R ; B)  | (R ; B)  | (R ; R)   | (R ; R)   | (R ; R)   | (R ; R)   |
| Vert (V)          | (V ; B)  | (V ; B)  | (V ; R)   | (V ; R)   | (V ; R)   | (V ; R)   |
| Vert (V)          | (V ; B)  | (V ; B)  | (V ; R)   | (V ; R)   | (V ; R)   | (V ; R)   |

Le tableau regroupe en tout 30 issues. 6 donne la possibilité à Clélia d'être habillée tout en bleu.

La probabilité qu'elle soit habillée tout en bleu est donc  $P(\text{bleu}) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

### Application : Exercice 2

# Probabilités (Exercices)

## Exercice 1

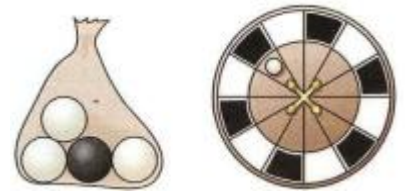
On considère une roue de loterie à sept secteurs de taille identique et aux couleurs de l'arc-en-ciel : rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo et violet. On fait tourner la roue et on s'intéresse à la couleur indiquée.

- 1/ Quelles sont les issues possibles ?
- 2/ Les issues sont-elles équiprobables ?
- 3/ Si l'aiguille tombe sur le jaune, l'orange ou le rouge, on gagne. Quelle est la probabilité de l'évènement « gagné » ?
- 4/ Quelle est la probabilité de l'évènement contraire ?



## Exercice 2

Un sac contient trois boules blanches et une boule noire. Une roulette comporte six cases blanches et six cases noires.



On tire au hasard une boule du sac et on note sa couleur. Puis on lance au hasard cette boule sur la roulette et on note la couleur de la case sur laquelle elle s'arrête. Par exemple, l'issue (B ; N) signifie que l'on a lancé une boule blanche et qu'elle s'est arrêtée sur une case noire.

- 1/ Créer un tableau à double entrée regroupant les résultats de cette expérience aléatoire.
- 2/ Calculer la probabilité de chaque issue.
- 3/ Calculer la probabilité que la boule tirée s'arrête sur une case de même couleur que la boule.

## Exercice 3

Une expérience aléatoire consiste, à jeter :

- Un dé ordinaire à six faces
- Un jeton dont les faces sont marquées 1 et 2.

Le résultat de l'expérience est la somme du nombre indiqué sur le dé et du nombre obtenu sur le jeton.

- 1/ Créer un tableau à double entrée regroupant les résultats de cette expérience aléatoire
- 2/ Quelle est la probabilité d'avoir un résultat égal à 2 ?
- 3/ Quelles sont les deux manières d'obtenir un résultat égal à 5 ?
- 4/ Quelle est la probabilité d'obtenir un 5 ?

## Exercice 4

Pour un tirage au sort, on a placé dans une urne 25 boules de même taille, les unes blanches, les autres noires. La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32.

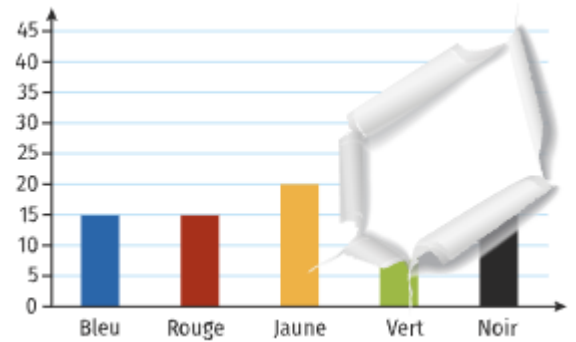
1/ Quelles sont les boules les plus nombreuses dans l'urne : les blanches ou les noires ? Expliquer.

2/ Combien y a-t-il de boules blanches ?

## Exercice 5

Un dé cubique a six faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

1/ On jette ce dé 120 fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le diagramme suivant donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces 120 lancers.



a/ Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire sachant qu'elle est le double de celle de la couleur jaune.

b/ Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur verte

2/ On suppose que le dé est équilibré

a/ Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?

b/ Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ?

c/ Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1 et les probabilités trouvées à la question 2.