Version "brouillon"

$40\,cm = 0{,}4\,m$

Exercice 1

1) a) $U_1 = 1 + 0{,}4 = \boxed{1{,}4}$

b) on calcule $U_2 = 1{,}4 + 0{,}4 = 1{,}8 \rightarrow \boxed{1{,}80\,m}$

2) suite arithmétique de raison 0,4 et de premier terme $U_0 = 1$

3) $U_n = U_0 + (n - 0) \times \text{raison} = \boxed{1 + 0{,}4n}$

4) on résout $1 + 0{,}4n = 9 \rightarrow 0{,}4n = 8 \rightarrow n = \frac{8}{0{,}4} = \boxed{20}$

↳ au bout de 20 années, le murier atteindra 9m.

Partie B

1) suite géométrique de raison 2 (car on double)
avec un premier terme égal à $V_0 = 2$

2) a) On part de 2 nouvelles branches
→ 1 an après, 4 nouvelles branches
2 ans après, 8 nouvelles branches
3 ans après, 16 nouvelles branches
soit un total de $2 + 4 + 8 + 16 = \boxed{30}$ nouvelles branches

b) 4094 représente le nombre total de nouvelles branches produites après 10 ans.

Exercice 2

1 a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 5-5 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4-(-1) \\ 0-5 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} = 4 \times 5 + 0 \times (-5) = \boxed{20}$

2 a $AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$

$= \sqrt{25 \times 2}$

$= \sqrt{25} \times \sqrt{2}$

$= \boxed{5 \times \sqrt{2}}$

b) on a $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

c) on utilise cette égalité et les résultats précédents

$$\underbrace{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}_{20} = \underbrace{AB}_{4}\times\underbrace{AC}_{5\sqrt{2}}\times\cos(\widehat{BAC})$$

$\to \quad 20 = 4\times 5\sqrt{2}\times\cos(\widehat{BAC})$

$\to \quad 20 = 20\sqrt{2}\cos(\widehat{BAC}) \to \cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\cancel{20}}{\cancel{20}\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

on a donc $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \to \boxed{\widehat{BAC} = 45°} = \boxed{\dfrac{\pi}{4}}$

Exercice 3

1) a) $f(1) = \boxed{20}$

b) $f'(1) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{10-20}{3-1} = \dfrac{-10}{2} = \boxed{-5}$

c) $y = f'(1)\times(x-1) + f(1)$

$= -5(x-1) + 20$

$= -5x + 5 + 20 \to \boxed{y = -5x + 25}$

2) a) on applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ avec $u(x) = 4x^2 + 7x + 9$

$u'(x) = 8x + 7$

et $v(x) = x$

$v'(x) = 1$

$$\to f'(x) = \frac{\overset{u'}{(8x+7)}\times\overset{v}{x} - \overset{u}{(4x^2+7x+9)}\times\overset{v'}{1}}{\underset{v^2}{x^2}}$$

$$= \frac{8x^2 + 7x - 4x^2 - 7x - 9}{x^2} = \frac{4x^2 - 9}{x^2} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$$

b) c)

x	0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$	0	$+$	
$2x+3$		$+$		$+$	
x^2		$+$		$+$	
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variation de f		$\searrow$		$\nearrow$	

on résout $2x - 3 = 0$

$\to x = \dfrac{3}{2}$

3) on doit avoir $f'(x) = 3 \to \dfrac{(2x-3)(2x+3)}{x^2} = 3$

$\to (2x-3)(2x+3) = 3x^2 \to 4x^2 - 9 = 3x^2$

$\to x^2 = 9$

on obtient donc $\cancel{x = -3}$ ou $\boxed{x = 3}$ → la tangente en 3 répond à la question.

$\notin]0;+\infty[$