

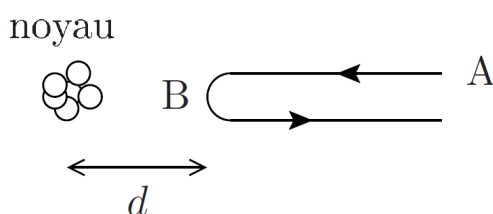
TD M4.2 - Mouvement des particules chargées

Table des matières

1	Expérience de RUTHERFORD	1
2	Accélération d'un électron, limite relativiste	1
3	Déviations dans un champ électrique transverse	1
4	Spectrographe	2
5	Séparation isotopique	3
6	Cyclotron	4

1 Expérience de RUTHERFORD

Une fine feuille d'or ($Z = 79$) est bombardée par des particules α , c'est-à-dire des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}^{2+}$. Ces particules sont projetées avec une énergie cinétique $E_0 = 10 \text{ MeV}$. On constate qu'une faible partie des particules incidentes est renvoyée dans la direction opposée, à cause de leur *rebond* sur les noyaux d'or. Données : $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2.\text{C}^{-2}$, la masse d'un nucléon $m = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.



1.1. En traduisant la conservation de l'énergie mécanique entre la position initiale A des particules α et leur position d'approche minimale B, exprimer la distance d'approche minimale d du noyau en fonction des données.

1.2. Calculer d .

2 Accélération d'un électron, limite relativiste

Un électron de vitesse initiale nulle est accéléré dans le vide par un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme. On note U la différence de potentiel entre la position initiale et la position où la vitesse acquise est v .

Données : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ et $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

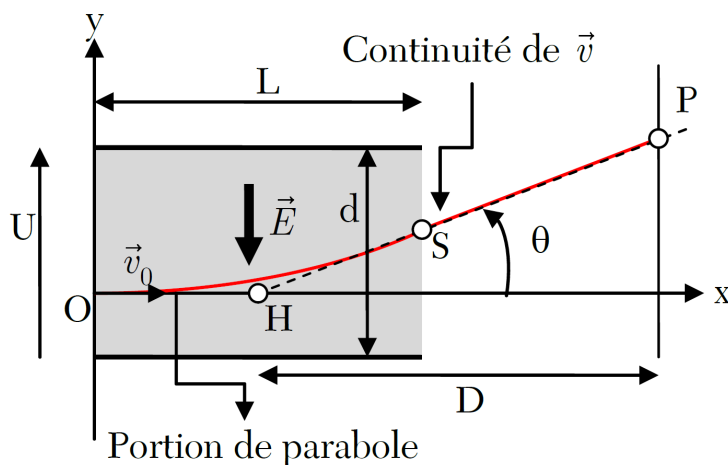
2.1. Faire un schéma du dispositif

2.2. Exprimer la vitesse v en fonction des données.

2.3. En déduire la valeur limite U_{lim} de la tension accélératrice telle que l'électron reste non relativiste, c'est-à-dire telle que la vitesse v soit inférieure à 10% de la célérité c de la lumière dans le vide.

3 Déviation dans un champ électrique transverse

Considérons une particule ¹ de masse m et de charge q (on prendra $q = -e < 0$ en considérant un faisceau d'électrons) traversant l'espace entre les armatures métalliques d'un condensateur plan, soumis à la différence de potentiel $U > 0$ (voir figure ci-dessous).



La particule préalablement accélérée pénètre en O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$. On note d l'espacement entre les armatures de longueur L et D la distance entre le milieu d'une armature et l'écran placé perpendiculairement à l'axe (Ox) que le faisceau d'électrons vient frapper en P .

On suppose le champ $\vec{E}$ uniforme dans l'espace entre les armatures et nul ailleurs.

On rappelle que dans ces conditions $\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{u}_y$ entre les armatures du condensateur.

Nous allons chercher à exprimer la déviation y_S à la sortie du condensateur, puis à caractériser la trajectoire SP à l'extérieur des armatures pour trouver y_P , dans l'hypothèse où la particule ne rencontre pas une armature en sortie du condensateur.

3.1. Trouver les équations horaires du mouvement d'un électron entre les armatures (de O à S), $x(t)$ et $y(t)$, puis en déduire l'équation de la trajectoire $y(x)$ d'un électron dans cette zone.

3.2. En déduire les coordonnées du point S et l'expression de la pente de la tangente à la trajectoire en S : $\tan \theta = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=L}$.

3.3. Comment qualifier la trajectoire SP ? Déterminer son équation d'après ce qui précède.

3.4. Quelle est l'abscisse x_H du point d'intersection du prolongement de la droite SP avec l'axe (Ox) ? En déduire l'expression de x_P .

3.5. En déduire l'expression de l'ordonnée y_P de P qui est aussi appelée déviation du faisceau d'électrons.

3.6. Dans quel dispositif de mesure cette propriété de la déviation proportionnelle à U est-elle utilisée?

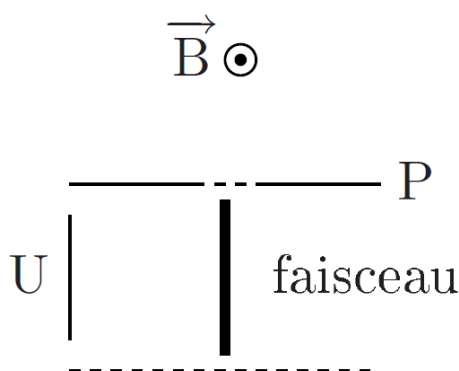
1. http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Charges/q_dans_E1.html

4 Spectrographe

Un faisceau de particules chargées est constitué des isotopes $^{39}\text{K}^+$ et $^{41}\text{K}^+$ du potassium, notés dans la suite respectivement (1) et (2). Ce faisceau a été accéléré à partir d'une vitesse initiale nulle des ions par une tension accélératrice $U > 0$. Il pénètre alors dans une zone de champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, orthogonal au faisceau. On note m la masse supposée commune du proton et du neutron. La masse de l'électron est négligée devant m . On rappelle que le rayon de courbure R_0 de la trajectoire d'une particule chargée de masse m_0 , de charge q et de vitesse v dans le champ magnétique de norme B est :

$$R_0 = \frac{m_0 v}{|q| B}$$

Données : $U = 10 \text{ kV}$, $B = 0,1 \text{ T}$, $m = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



4.1. Orienter correctement la flèche de la tension U .

4.2. Exprimer les vitesses v_1 et v_2 acquises respectivement par les isotopes (1) et (2) suite à l'accélération par la tension U .

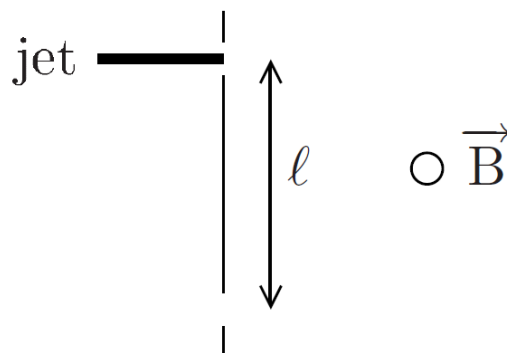
4.3. Dessiner l'allure des trajectoires $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ suivies par les isotopes.

4.4. On recueille les particules sur une plaque photographique P après qu'elles aient fait un demi-tour. Exprimer puis calculer la distance d entre les deux points d'impact observés.

5 Séparation isotopique

Un jet homocinétique est constitué des isotopes H_2^+ et D_2^+ de vitesse v_0 . Ce jet traverse une zone de champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent orthogonal au jet. Une ouverture est pratiquée dans le plan orthogonal au jet lorsqu'il pénètre dans la zone de champ, à une distance ℓ du point d'entrée.

Données : $v_0 = 1000 \text{ m.s}^{-1}$, $m(\text{H}_2^+) = 3,35 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et $m(\text{D}_2^+) = 2 m(\text{H}_2^+)$



5.1. Quelle est l'orientation correcte pour le champ $\vec{B}$?

5.2. Montrer que $\frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{B}) = 0$ et en déduire que la trajectoire est plane.

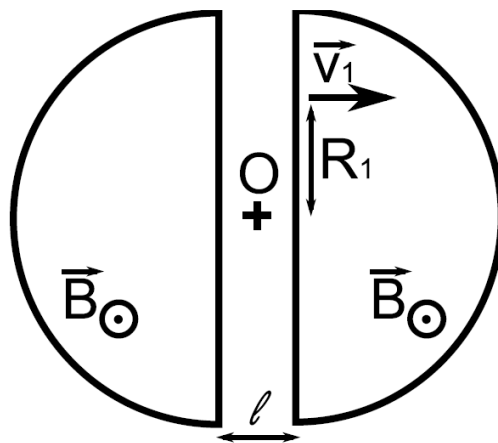
5.3. Montrer que le mouvement est uniforme (la norme de la vitesse reste constante au cours du temps).

5.4. En admettant que la trajectoire est circulaire, retrouver l'expression de son rayon R en fonction de la masse m de la particule, de sa charge e , de sa vitesse v_0 et de B .

5.5. En déduire l'intensité B du champ magnétique à appliquer pour que seuls les isotopes D_2^+ franchissent l'ouverture percée.

6 Cyclotron

Le cyclotron² est un accélérateur de particules, constitué de deux demi-cylindres métalliques D et D' appelés *dees*, d'axe vertical commun (Oz), placés dans le vide, et dans lesquels règne un champ magnéto-statique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$. Les deux demi-cylindres sont séparés d'une distance ℓ sur laquelle les particules sont accélérées grâce à une différence de potentiel sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$. Une particule de masse m et de charge $q > 0$ est injectée dans le dispositif au voisinage de O avec une vitesse $\vec{v}_1 = v_1\vec{u}_x$ une trajectoire circulaire centrée en O et de rayon R_1 . Le temps de passage d'un *dee* à l'autre est négligeable et l'étude se fait dans le cadre de la mécanique non relativiste.



2. <http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Charges/cyclotron.html>

6.1. Exprimer, en fonction de q , m et B , la fréquence f qu'il convient de donner à la tension accélératrice pour que les particules chargées soient effectivement accélérées chaque fois qu'elles traversent l'espace entre les deux *dees*. Application numérique : $m = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg, $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C et $B = 1$ T.

6.2. Sachant que la trajectoire d'une particule est formée d'une suite de demi-cercles centrés au voisinage de O, de rayons successifs $R_1, R_2, \dots, R_n$ reliés par des éléments de trajectoires rectilignes entre les *dees*, exprimer le rayon R_n en fonction de q , m , B , n , v_1 et U_m .

6.3. Des protons sont injectés sur une trajectoire de rayon $R_1 = 5,2 \cdot 10^{-8}$ m, dans un champ $B = 1$ T, le diamètre utile du cyclotron étant $D = 0,625$ m et la tension accélératrice étant d'amplitude $U_m = 2 \cdot 10^4$ V, calculer :

- la vitesse maximale atteinte par les protons sortant tangentiellement du cyclotron, ainsi que l'énergie cinétique acquise, exprimée en joules, puis en méga-électronvolts (MeV)
- le nombre de tours effectués par les particules dans l'appareil
- le temps de transit correspondant dans l'appareil noté Δt

6.4. On suppose que l'injection se fait en continue au centre de l'accélérateur. On constate cependant que les protons arrivent à la sortie par paquets séparés les uns des autres par le même intervalle de temps. Expliquer l'origine de ces paquets et calculer l'intervalle de temps séparant deux paquets de protons.