

Modèle scalaire des ondes lumineuses

En première année, les conditions de validité de l'optique géométrique a été introduite : il faut en effet que la dimension caractéristique des instruments soit très grande devant la longueur d'onde de la lumière $D \gg \lambda$.

Cette année, on va se placer dans le cas où cette condition n'est plus valide. La résolution des problèmes implique le caractère ondulatoire de la lumière déjà évoqué en électromagnétisme. On parle d'optique ondulatoire (ou d'optique physique).

Si des notions étudiées en électromagnétisme comme l'OPPM seront réutilisées, comprendre les phénomènes optiques en termes ondulatoires demandera d'aller plus loin dans cette description : quelle est l'onde émise par une source lumineuse réelle ? qu'est-ce qu'un détecteur (œil, caméra, etc.) perçoit de cette onde ? quel est l'effet d'obstacles placés sur son chemin, par exemple une lentille ?

Finalement, ce cours d'optique permettra de tisser un lien entre l'optique géométrique et l'électromagnétisme.

A. Vibration lumineuses

A.1 Nature de l'onde lumineuse

Comme vu précédemment, la lumière est une onde électromagnétique. Cette onde lumineuse est naturellement non polarisée. En effet, la direction de polarisation (direction du champ électrique) varie constamment de manière totalement aléatoire.

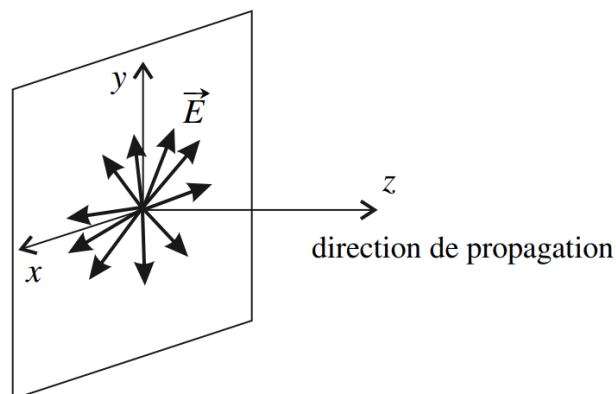


FIGURE 1 – Onde lumineuse

A.2 Vibration lumineuse monochromatique

Comme la direction de polarisation change constamment, on attribue à l'onde lumineuse une vibration lumineuse $s(M, t)$, qui représente une des composantes du champ électrique suivant une direction orthogonale à la direction de propagation.

Définition O1.1 - Vibration (ou onde) scalaire

Le modèle scalaire consiste à décrire l'onde lumineuse par un champ scalaire $s(M, t)$ appelé onde scalaire ou vibration scalaire.

Cette vibration lumineuse $s(M, t)$ se propage à la vitesse v , liée à l'indice optique du milieu de propagation n et à la vitesse de la lumière dans le vide c :

$$v = \frac{c}{n}$$

Remarque

L'introduction de cette vibration lumineuse a été effectuée par le français Augustin FRESNEL au début du XIXème, soit une cinquantaine d'années avant les travaux de MAXWELL sur la mise en équation de l'électromagnétisme.

La vibration lumineuse monochromatique est une vibration idéale purement sinusoïdale de pulsation ω (de fréquence ν) identique quelque soit le milieu de propagation.

Définition O1.2 - Vibration scalaire monochromatique

On appelle vibration monochromatique une onde sinusoïdale purement théorique de la forme

$$s(M, t) = S_0(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

Dans cette expression, $S_0(M)$ est l'amplitude de la vibration au point M, $\varphi(M)$ (ou φ_M) est le retard de phase au point M.

On peut évidemment définir une grandeur complexe associée : $\underline{s}(M, t) = S_0(M) \exp(i(\omega t - \varphi(M)))$

Cette vibration peut aussi être caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide λ_0 .

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

λ_0 (nm)	<400	500	550	590	630	> 750
ν (Hz)	$> 7,5 \times 10^{14}$	6×10^{14}	$5,5 \times 10^{14}$	$5,1 \times 10^{14}$	$4,8 \times 10^{14}$	$< 4,0 \times 10^{14}$
couleur	UV	bleu	vert	jaune-orangé	rouge	IR

TABLE 1 – Correspondance longueur d'onde dans le vide, fréquence et couleur

Remarque

Il est nécessaire de préciser "longueur d'onde dans le vide" car, contrairement à la fréquence ν , la longueur d'onde varie selon le milieu de propagation.

$$\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{c}{n\nu} \quad \text{ou encore} \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

B. Réception lumineuse ou capteur optique

B.1 Puissance reçue

Les récepteurs lumineux (œil, pellicule photographique, capteur CCD, photodiode, photorésistance...) sont sensibles à la puissance $\mathcal{P}$ (en W) qu'ils reçoivent. De plus, on se souvient que la puissance surfacique (en W.m^{-2}) transportée par une onde électromagnétique est donnée par le vecteur de POYNTING :

$$\vec{\Pi} = \epsilon_0 c E^2 \vec{u}_z$$

et, par définition, la vibration scalaire s et le champ électrique E sont proportionnels ; on en déduit que la puissance (surfacique) reçue par le capteur optique est :

$$\mathcal{P} \propto s^2$$

B.2 Temps de réponse τ

Le temps de réponse d'un capteur τ est une caractéristique primordiale lors du choix d'un capteur : il doit être inférieur au temps caractéristique du phénomène qu'il tente de mesurer.

Les capteurs optiques ont des temps de réponse qui s'étalent de 1 s à 10^{-6} s.

Récepteur	thermopile	œil	photorésistance	capteur CCD	photodiode
Temps de réponse τ (s)	1	10^{-1}	10^{-2}	$< 10^{-2}$	10^{-6}

TABLE 2 – Temps de réponse τ de capteurs optiques

La période T d'une onde optique étant de l'ordre de 10^{-14} s, aucun capteur n'est capable de suivre les variations instantanées du champ électromagnétique.

Propriété O1.1 - Impact du temps de réponse sur la puissance perçue

En raison de leurs temps de réponse τ long devant la période T des ondes lumineuses, les capteurs optiques ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils perçoivent.

Ainsi, la grandeur pertinente dans cette étude est bien la valeur moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ et non la grandeur instantanée $\mathcal{P}$:

$$\langle \mathcal{P} \rangle \propto \langle s^2 \rangle$$

B.3 Éclairement

Définition O1.3 - Éclairement (ou intensité lumineuse)

On appelle éclairement $\mathcal{E}$ (ou intensité lumineuse $\mathcal{I}$) la puissance surfacique moyenne reçue par un capteur. On le détermine grâce à la relation :

$$\mathcal{E}(\mathbf{M}) = K \langle s^2(\mathbf{M}, t) \rangle$$

Remarques

- ① Le facteur de proportionnalité K peut parfois être omis sans incidence sur la description physique des éclaircissements observés.
- ② En toute rigueur, l'intensité $\mathcal{I}$ est une puissance émise par unité de surface de la source dans une direction donnée et l'éclairement $\mathcal{E}$ une puissance reçue par unité de surface du capteur. Les deux grandeurs étant proportionnelles dans les cas usuels, on pourra utiliser indifféremment l'un ou l'autre terme.
- ③ Il est évidemment possible de travailler avec la notation complexe : $\langle s^2 \rangle = \frac{1}{2} \Re(\underline{s} \underline{s}^*)$

C. Émission lumineuse

C.1 Spectres des sources lumineuses

Les sources de lumière ne sont pas monochromatiques : un ensemble de longueur d'onde compose leur spectre.

Lumière blanche

Les sources de lumière blanche émettent un **spectre continu contenant toutes les longueurs d'onde de la lumière visible**. Les ampoules à filament ou le soleil constituent des corps chauds qui émettent de l'énergie par rayonnement (voir modèle du corps noir T3 et MQ1). En revanche, les ampoules basse consommation commencent par émettre un spectre discret dont les radiations sont absorbées et réémises par un matériau fluorescent, appelé luminophore, ce qui donne au final un spectre continu.

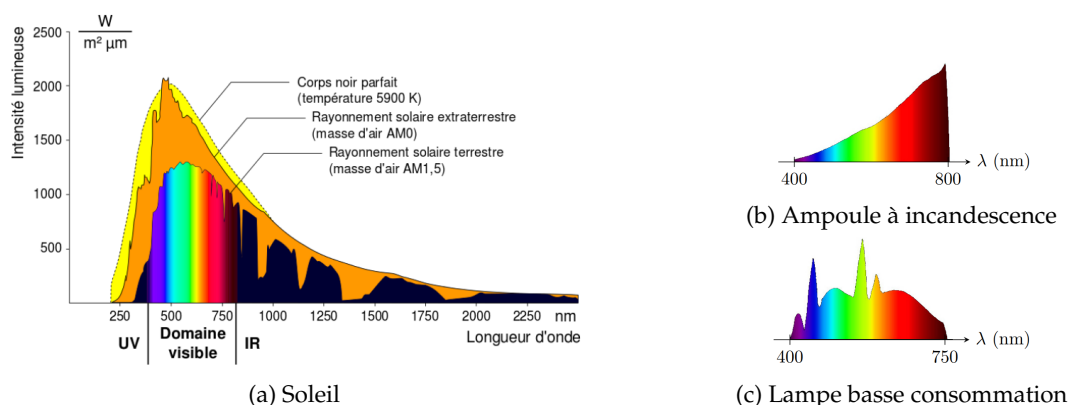


FIGURE 2 – Spectres continus

Lampe spectrale

Dans une lampe spectrale, l'émission de la lumière est liée à la désexcitation d'un gaz contenu dans l'ampoule : les photons émis ont donc des énergies bien déterminées (voir MQ1), et donc des longueurs d'ondes clairement définies, liées à la différence d'énergie entre niveaux des atomes du gaz.

Une lampe spectrale possède un spectre composé de pics fins appelés raies spectrales, caractéristiques de l'espèce chimique qu'elle contient. Ces raies spectrales ne sont pas parfaitement monochromatiques : elles possèdent une largeur de raie intrinsèque de l'ordre de quelques centièmes de nanomètre (0,01 nm). Dans les conditions usuelles, cette largeur de raie est principalement due à l'effet DOPPLER engendré par l'agitation thermique des atomes.

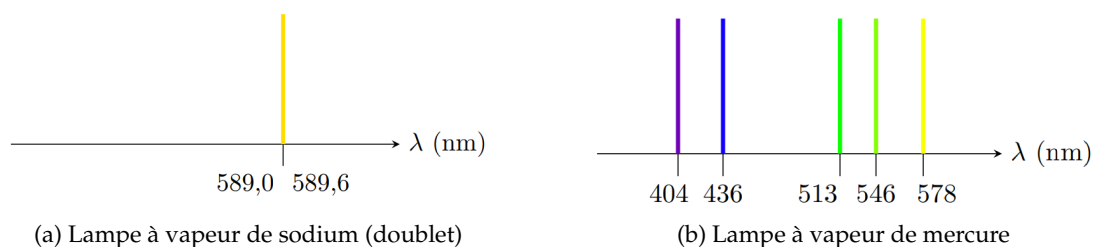


FIGURE 3 – Spectres de lampes spectrales

Laser

Un laser émet un spectre composé d'une unique raie, beaucoup plus fine que celle émise par une lampe spectrale. En première approche, cette raie peut être considérée comme **purement monochromatique**. Le laser rouge utilisé en TP pour longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$.

C.2 Modèle du train d'onde

C.2.1 Non-monochromaticité des sources

Comme évoqué dans la partie précédente, le spectre d'une onde lumineuse n'est pas parfaitement pur, même pour un laser ou si l'on isole une raie d'une lampe spectrale à l'aide d'un filtre coloré.

De plus, si l'onde n'est plus monochromatique, elle possède une largeur spectrale $\Delta\nu$ non-nulle. La vibration lumineuse n'est alors plus une onde plane progressive monochromatique (OPPM), mais un paquet d'onde que l'on peut caractériser par sa durée Δt .

De manière générale, l'analyse de FOURIER permet de relier la largeur spectrale $\Delta\nu$ d'un signal (qualitativement l'écart entre les fréquences maximale et minimale de son spectre) et l'échelle de temps Δt sur laquelle il varie :

$$\Delta\nu \cdot \Delta t \sim 1$$

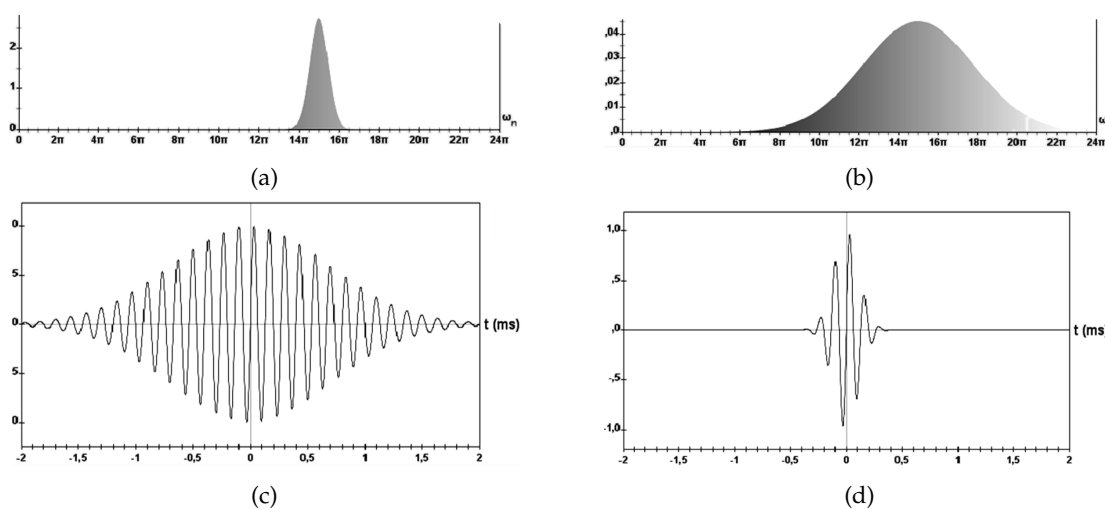


FIGURE 4 – Largeur spectrale et temps caractéristique

Plus une source est monochromatique ($\Delta\nu \rightarrow 0$), plus la durée du train d'onde δt émis augmente.

C.2.2 Train d'onde, longueur et temps de cohérence

Définitions O1.4 - Temps et longueur de cohérence d'une source

On appelle temps de cohérence τ_c d'une source lumineuse le temps caractéristique de variation des propriétés de l'onde lumineuse. Le temps de cohérence est relié à la largeur spectrale $\Delta\nu$ de la source par

$$\Delta\nu \cdot \tau_c \sim 1$$

On appelle longueur de cohérence (temporelle) L_c la longueur définie comme :

$$L_c = c\tau_c$$

Définition O1.5 - Train d'onde

Une onde lumineuse est modélisée par une succession de trains d'onde, tous de même durée τ_c , pendant lesquels l'onde est parfaitement sinusoïdale. L'onde a la même fréquence et la même amplitude dans tous les trains d'onde, mais il y a une discontinuité aléatoire de phase au passage d'un train d'onde à l'autre.

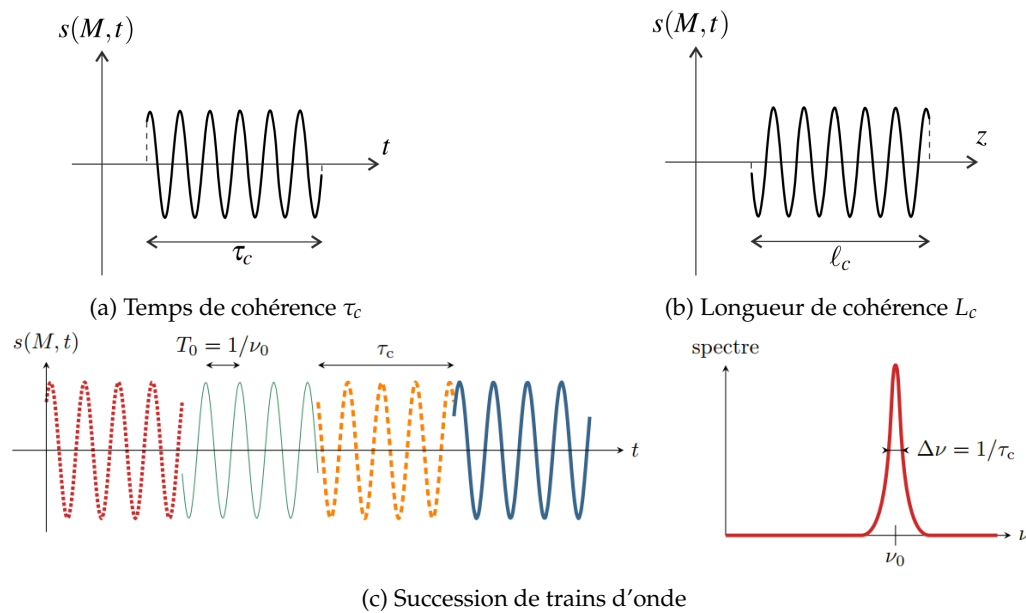


FIGURE 5 – Modèle du train d'onde

C.3 Largeur(s) spectrale(s) $\Delta\nu$ et $\Delta\lambda$

En optique, l'usage est de décrire les spectres en longueur d'onde plutôt qu'en fréquence : il faut donc relier la largeur en longueur d'onde $\Delta\lambda$ à la largeur en fréquence $\Delta\nu$.

C.3.1 Relation $\Delta\nu$ - $\Delta\lambda$

Considérons une raie de largeur en fréquence $\Delta\nu$ centrée sur la fréquence ν_0 . Compte tenu des ordres de grandeur classiques en optique, $\Delta\nu \ll \nu_0$. On cherche à relier $\Delta\nu$ et $\Delta\lambda$.

On peut utiliser la dérivation de $\nu = \frac{c}{\lambda}$: $\frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$, donc en passant aux variations $\Delta\lambda \sim \Delta\nu \frac{\lambda_0^2}{c} \sim \frac{\lambda_0^2}{L_c}$.

On peut aussi déterminer les limites de longueur d'onde et faire un développement limité :

$$\begin{aligned} \lambda_{\max} &= \frac{c}{\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}} \\ \lambda_{\min} &= \frac{c}{\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}} \\ \Delta\lambda &= \lambda_{\max} - \lambda_{\min} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{c}{\nu_0} \left(\left(1 - \frac{\Delta\nu}{2\nu_0}\right)^{-1} - \left(1 + \frac{\Delta\nu}{2\nu_0}\right)^{-1} \right) \\ &\sim \frac{c}{\nu_0} \left(1 + \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} - \left(1 - \frac{\Delta\nu}{2\nu_0}\right) \right) \\ \Delta\lambda &\sim c \frac{\Delta\nu}{\nu_0^2} \end{aligned}$$

Résultat O1.1 - Largeur spectrale $\Delta\lambda$ et longueur de cohérence L_c

La largeur en longueur d'une raie spectrale est reliée à sa largeur en fréquence et donc au temps de cohérence τ_c ou à la longueur de cohérence L_c :

$$\Delta\lambda \sim \frac{\lambda_0^2}{L_c}$$

Cette relation contient l'idée que plus la source est monochromatique ($\Delta\lambda \rightarrow 0$), plus la longueur des trains d'onde émis augmente ($L_c \rightarrow \infty$)

C.3.2 Quelques exemples

Il est important de savoir déterminer la longueur de cohérence d'une source à partir de la largeur spectrale $\Delta\lambda$ ou $\Delta\nu$, puisque L_c sera une grandeur importante dans les chapitres suivants.

Source	Lampe blanche	Doublet Na	Raie spectrale	Laser
Longueur de cohérence L_c	0,1 μm	0,1 mm	1 mm	1 m
Temps de cohérence τ_c (s)	10^{-16}	10^{-13}	10^{-12}	10^{-19}
$\Delta\lambda$ (m)	10^{-6}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-13}
$\Delta\nu$ (Hz)	10^{15}	10^{-12}	10^{11}	10^8

TABLE 3 – Longueur, temps de cohérence et largeur spectrale de quelques sources

Il existe des lasers stabilisés donc la longueur de cohérence L_c approche les 100 m.

D. Surfaces d'onde et rayons lumineux

D.1 Surfaces d'onde

On appelle surface d'onde ou front d'onde une surface continue de l'espace sur laquelle la vibration lumineuse est uniforme à tout instant.

A t donné, on cherche à caractériser l'ensemble des points M tels que la vibration est uniforme, c'est-à-dire $s(M, t) = \text{cste}$: ces points appartiennent à une surface d'onde ou front d'onde. Sur cette surface, la phase de la vibration est constante, c'est pourquoi on parle aussi de surface équi-phase.

Si les surfaces d'onde sont des sphères concentriques, l'onde est dite sphérique ; s'il s'agit de plans parallèles elle est dite plane. On remarque sur la figure, que, loin d'une source ponctuelle et localement, les surfaces d'onde peuvent être assimilées à des plans d'onde.

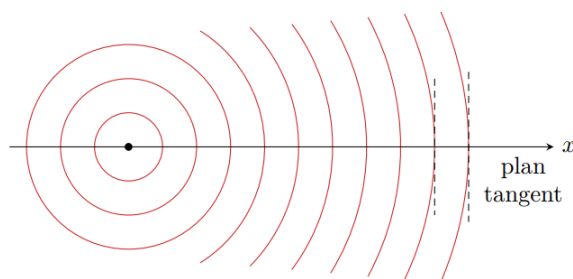


FIGURE 6 – Surfaces d'onde

D.2 Rayons lumineux

En optique géométrique, un rayon lumineux est une ligne le long de laquelle la lumière se propage. Un rayon lumineux est une modélisation : on ne peut pas produire ni même isoler un seul rayon lumineux, mais seulement des faisceaux composés d'une infinité de rayons lumineux. Une source ponctuelle émet des rayons lumineux dans toutes les directions.

Du point de vue de l'électromagnétisme, dire que la lumière « se propage le long des rayons lumineux » signifie que l'énergie lumineuse (électromagnétique) suit les rayons lumineux. En fait, les rayons lumineux sont les lignes de champ (en moyenne temporelle) du vecteur de POYNTING.

D.3 Théorème de MALUS

Quand on compare les aspects ondulatoire (surface d'onde) et géométrique (rayons lumineux) notamment sur les exemples de la figure 7, leurs positions relatives sont particulières et données par le théo-

rème de MALUS.

Théorème O1.1 - Théorème de MALUS

Les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde.

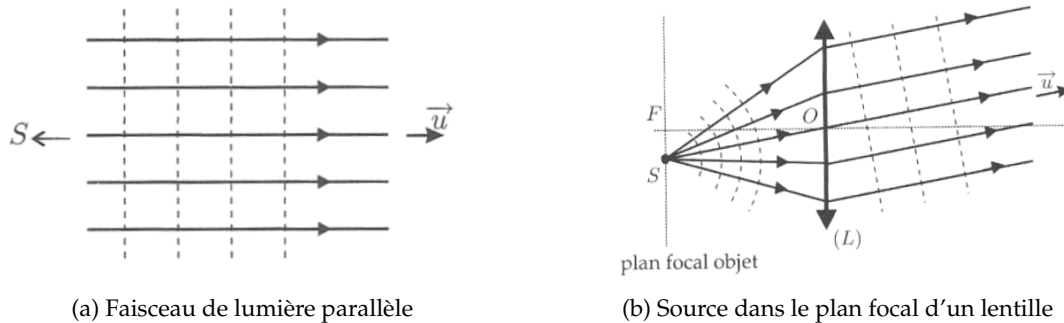


FIGURE 7 – Illustrations du théorème de MALUS

E. Retard de phase et chemin optique

E.1 Définition

On s'intéresse à une vibration lumineuse qui se propage le long d'un rayon lumineux de S à M en passant par P. Le rayon n'est pas rectiligne car, a priori, le milieu n'est pas homogène ($n \neq \text{cte}$).

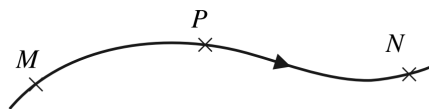


FIGURE 8 – Rayon et chemin optique

Définition O1.6 - Chemin optique

On appelle chemin optique parcouru par la lumière entre les points S et M, la grandeur (SM) telle que

$$(SM) = c \cdot t_{SM}$$

où t_{SM} est le temps mis par la lumière pour atteindre M en partant de S. On remarque que le chemin optique (SM) est homogène à une longueur et s'exprime donc en m.

Le chemin optique (SM) est la distance que parcourrait la lumière si elle se propageait à la vitesse $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

E.2 Détermination de chemins optiques

E.2.1 Cas du milieu homogène d'indice n

Dans le cas d'un milieu homogène d'indice n , on a

$$t_{SM} = \frac{SM}{v} = \frac{SM}{\frac{c}{n}} = n \frac{SM}{c} \quad \text{or} \quad (SM) = c \cdot t_{SM} \quad \text{ainsi,} \quad (SM) = c.n. \frac{SM}{c} = n.SM$$

Propriété O1.2 - Chemin optique en milieu homogène d'indice n

Le chemin optique (SM) le long d'un rayon lumineux est le produit de l'indice optique du milieu n par la distance SM :

$$(SM) = n SM$$

E.2.2 Succession de milieux homogènes

On considère un milieu constitué d'une succession de milieux homogènes, d'indices respectifs n_1 , n_2 et n_3 . On cherche à déterminer le chemin optique (MN).

Il est clair que le temps de parcours t_{MN} vaut $t_{MN} = t_{MI} + t_{IJ} + t_{JN}$. Ainsi, un raisonnement identique à celui de la partie précédente, effectué dans chaque milieu, permet d'énoncer que :

$$\begin{aligned} (MN) &= (MI) + (IJ) + (JN) \\ &= n_1 MI + n_2 IJ + n_3 JN \end{aligned}$$

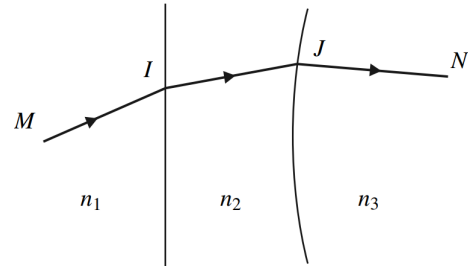


FIGURE 9 – Inhomogénéité

E.3 Retard de phase

On cherche dans cette partie, à relier l'expression de la vibration lumineuse en M avec celle de la source en S. La vibration en M à l'instant t est la vibration qu'il y avait en S à l'instant $t - t_{SM}$. Si les ondes sont identiques, c'est que leur phase sont identiques :

$$\begin{aligned} \omega t - \varphi_M &= \omega(t - t_{SM}) - \varphi_S \\ \varphi_M &= \omega t_{SM} + \varphi_S \\ \varphi_M &= \omega \frac{(SM)}{c} + \varphi_S \quad \text{or} \quad \frac{\omega}{c} = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \\ \varphi_M &= \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM) \end{aligned}$$

Résultat O1.2 - Retard de phase

L'expression de la vibration lumineuse en un point M, $s(M, t) = S_0(M) \cos(\omega t - \varphi_M)$ fait apparaître le retard de phase φ_M qui est directement lié au chemin optique entre la source S et le point M :

$$\varphi_M = \varphi_S + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)$$

Remarque

En plus du déphasage lié à la propagation, la lumière subit un déphasage supplémentaire de π dans les situations suivantes :

- lorsque le rayon lumineux subit une réflexion sur une surface métallique ;
- lorsque le rayon subit une réflexion sur un milieu plus réfringent, c'est-à-dire sur un dioptre séparant le milieu de propagation d'indice n d'un milieu d'indice $n' > n$;
- lorsque le rayon passe par un point de convergence (par exemple au point A' de la figure 10).

Pour conserver la relation entre la phase et le chemin optique, on ajoute $\frac{\lambda_0}{2}$ au chemin optique chaque fois qu'une de ces situations se présente. Par exemple, si la lumière, se propageant dans un milieu homogène d'indice n , passe par M, se réfléchit en I sur un métal puis arrive en N :

$$(MN) = nMI + \frac{\lambda_0}{2} + nIN$$

F. Stigmatisme

Un système optique est rigoureusement **stigmatique** pour un couple de points A et A' si tout rayon lumineux passant par A passe par A' après avoir traversé le système optique. On dit que **A et A' sont conjugués** par rapport au système optique. L'image d'un point est un point.

Propriété O1.3 - Conjugaison et chemin optique

Lorsque deux points A et A' sont conjugués par un système optique, le chemin optique (AA') est le même le long de tous les rayons allant de A à A'.

Dans l'exemple de la figure 10, le chemin optique suivant le rayon 1 est rigoureusement identique à celui suivant le rayon 2.

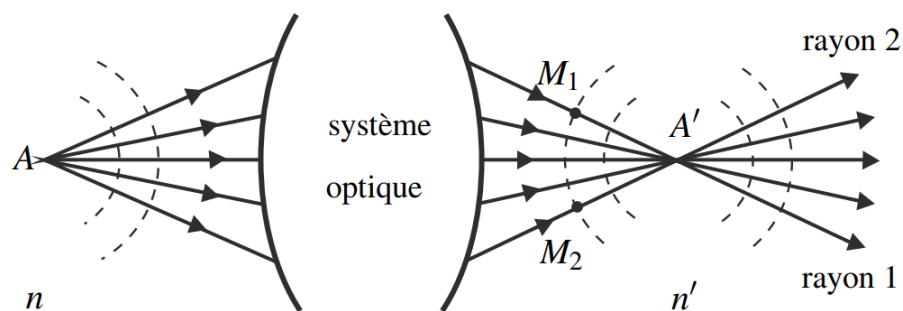


FIGURE 10 – Stigmatisme et conjugaison

Il est toutefois très délicat de se placer dans des conditions de stigmatisme rigoureux : on parle alors de stigmatisme approché : l'image d'un point est alors une petite tache centrée en A'.

Pour que le stigmatisme approché soit effectif, il faut se placer dans les conditions de GAUSS ; les rayons pénétrant dans le système optique sont alors **paraxiaux** :

- Les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique (on place tous les éléments d'un montage à la même hauteur)
- Les rayons passent par le centre du système optique (on place un diaphragme).