

œ Baccalauréat STL Biotechnologies œ

Métropole – La Réunion – 7 juin 2021

A. P. M. E. P.

**Exercice 3 commun à tous les candidats**

**4 points**

Vous traiterez 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées.

**Pour les questions 1 et 2, on considère la fonction suivante :**

Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par :

$$g(x) = (2x - 1) e^{-x}.$$

**Question 1 :** Calculer  $g(0)$ .

**Question 2 :**

On admet que la fonction  $g$  est dérivable sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  et on note  $g'$  sa fonction dérivée.

a. Montrer que, pour tout réel  $x$  appartenant à  $[0 ; +\infty[$ ,  $g'(x) = (-2x + 3) e^{-x}$ .

b. Justifier que  $g(x) < 2e^{-\frac{3}{2}}$  pour  $x > \frac{3}{2}$ .

**Question 3 :**

Sachant que  $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ , exprimer  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$  en fonction de  $\sqrt{5}$ .

**Question 4 :**

On considère l'intégrale  $I$  suivante :  $I = \int_0^2 (2x - 1) dx$ .

Montrer que  $I = 2$ .

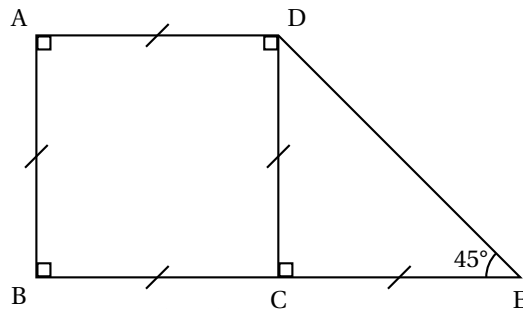
**Question 5 :**

Simplifier le nombre suivant en détaillant les calculs :

$$A = 5 \ln(e^3) - 4 \ln\left(\frac{1}{e^2}\right).$$

**Question 6 :**

ABCD est un carré de côté 3 cm et DCE est un triangle rectangle et isocèle en C.



Donner la valeur du produit scalaire  $\vec{EB} \cdot \vec{ED}$ .

∞ Baccalauréat STL Biotechnologies ∞

Nouvelle-Calédonie – 26 octobre 2022

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats**

**(physique-chimie et mathématiques)**

Partie B : (mathématiques, 2 points)

On note  $C(t)$  la concentration en ions hydroxyde, exprimée en mol/L, à l'instant  $t$ , exprimé en seconde et  $C_0$  la concentration en ions hydroxyde à l'instant  $t = 0$ .

Dans les conditions décrites dans la partie A,  $C_0 = 0,016$  mol/L et  $k_1 = 0,017$  S<sup>-1</sup>.

La fonction  $C$  est donc solution de l'équation différentielle (E) suivante :

$$y' = -k_1 y \quad (E)$$

- Vérifier que la fonction  $C$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $C(t) = C_0 e^{-k_1 t}$  est une solution de (E).  
Montrer que  $C(0) = C_0$ .  
On admet que  $C$  est la seule solution de (E) qui vérifie  $C(0) = C_0$ .
- Déterminer par le calcul le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$ .  
On donnera la valeur exacte, puis l'arrondi à la seconde.  
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**EXERCICE 3 commun à tous les candidats (4 points) (mathématiques)**

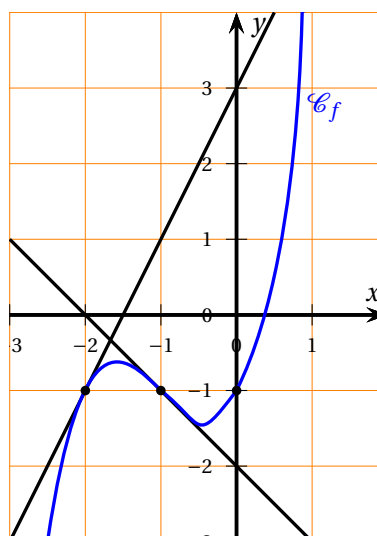
**Vous traiterez 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées.**

Écrire sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la bonne , réponse.

Aucune justification n'est attendue.

**Question 1**

On donne ci-dessous un tracé de la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  :  
 $f'(-2) =$



- 0
- 2
- 1
- 2,25

**Question 2**

Écrire sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la bonne , réponse.

**Aucune justification n'est attendue.**

On considère l'équation  $\ln(x) = 7$ .

Cette équation admet pour solution :

- a.  $\ln(7)$
- b.  $\ln(e^7)$
- c.  $e^7$
- d.  $\frac{1}{7}$

**Question 3**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = xe^{2x}$ .

Déterminer  $f'(x)$ , où  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

**Justifier la réponse.**

**Question 4**

Soit ABCD un carré de côté 4 cm. Calculer le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

**Justifier la réponse.**

**Question 5**

On considère l'équation différentielle suivante :

$$v' = -4,5v + 6,3 \quad (E)$$

Déterminer la fonction  $v$  solution de l'équation (E) et vérifiant la condition initiale  $v(0) = 0$ .

**Justifier la réponse.**

**Question 6**

Afin d'étudier l'évolution d'une population de bactéries à l'intérieur d'une boîte fermée, on considère la fonction  $f$  définie pour tout  $t \geq 0$  par

$$f(t) = \frac{100}{1 + e^{-1,3t}}$$

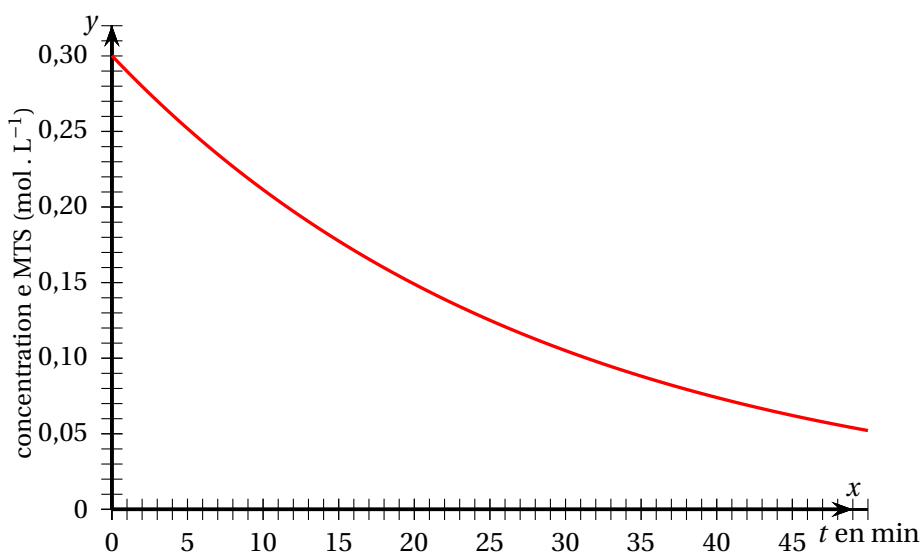
où  $f(t)$  désigne le nombre de bactéries (exprimé en millier) à l'instant  $t$  (exprimé en heure).

Le programme en Python ci-contre affiche la valeur de  $t$  (arrondie à l'unité) à partir de laquelle le nombre de bactéries à l'intérieur de l'enceinte dépasse 99 000. Quelle est la valeur affichée lorsqu'on exécute ce programme?

```
from math import exp
T=0
while 100/(1+exp(-1,3*T)) <= 99 :
    T = T+1
print (T)
```

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)**  
**(physique et mathématiques)**

On suit par un procédé adapté l'évolution de la concentration en MTS au cours du temps.  
 On obtient ainsi le graphe suivant :



*D'après concours Centrale-Supélec 2016*

- Déterminer le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$  dans ces conditions expérimentales en expliquant votre démarche.
- On rappelle que  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$  avec  $k$  la constante de vitesse de la réaction.  
 Déterminer la valeur de  $k$  dont on précisera l'unité.
- Déterminer graphiquement la valeur de la vitesse de disparition du MTS à l'instant  $t = 10$  min.
- La vitesse de disparition du MTS est de  $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  à  $t = 1$  min et de  $3,5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  à  $t = 30$  min.  
 Conclure en discutant de l'évolution au cours du temps de la vitesse de disparition du MTS lorsque la concentration évolue.

On modélise la concentration en MTS exprimée en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$  en fonction du temps  $t$  exprimé en minute, par la fonction  $C$ , définie sur l'intervalle  $[0; 50]$  par :

$$C(t) = 0,30 e^{-0,035t}.$$

- On note  $C'$  la fonction dérivée de la fonction  $C$  sur l'intervalle  $[0; 50]$ .  
 Déterminer l'expression de  $C'$  pour  $t$  appartenant à  $[0; 50]$ .

6. On rappelle que la vitesse de disparition de MTS est égale à l'opposé de la fonction dérivée. On note  $C''$  la fonction dérivée de  $C'$ .  
On admet que  $C''(t) = 3,675 \cdot 10^{-4} e^{-0,035t}$  pour  $t$  appartenant à  $[0; 50]$ .  
Etudier le sens de variation de la vitesse de réaction au cours du temps.  
Comparer le sens de variation avec le résultat de la question 4.  
Déterminer l'instant à partir duquel la transformation chimique peut être stoppée.
7. On considère que la transformation chimique de décomposition de MTS peut être stoppée lorsqu'il ne reste que 10 % de la concentration initiale de MTS.  
Déterminer l'instant  $t$  à partir duquel la transformation chimique peut être stoppée.  
On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à la minute près.

**EXERCICE 3 (4 points)****(mathématiques)**

**Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six numérotées de 1 à 6 que comporte l'exercice.**

**Les questions sont indépendantes.**

**Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice.**

**Seules ces questions sont évaluées.**

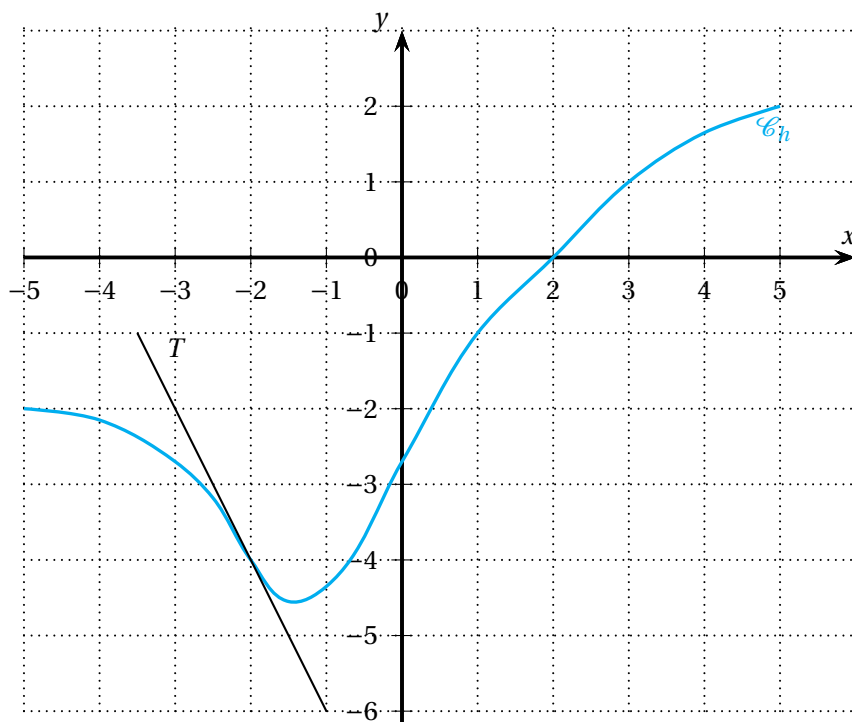
**Chacune d'elles est notée sur un point.**

**Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.**

**Pour les questions 1 et 2 uniquement :**

On donne, ci-dessous, la courbe représentative  $\mathcal{C}_h$  d'une fonction  $h$ , définie et dérivable sur l'intervalle  $[-5; 5]$ .

. On a tracé une partie de la droite, notée  $T$ , tangente à la courbe  $\mathcal{C}_h$  au point d'abscisse  $-2$ .



**Question 1 :**

Les points  $(-3 ; -2)$  et  $B(-2 ; -4)$  appartiennent à la droite  $T$ .

1. Déterminer l'équation réduite de la droite  $T$ .
2. En déduire la valeur exacte de  $h'(-2)$ .
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite  $T$  avec chacun des axes du repère.

**Question 2 : exploitation du graphique**

Soit  $H$  une primitive de  $h$  sur l'intervalle  $[-5 ; 5]$ .

À l'aide du graphique, donner le sens de variation de la fonction  $H$  sur l'intervalle  $[-5 ; 5]$ .

**Question 3 :**

On considère l'équation différentielle  $(E)$  suivante :

$$y' = -0,04y + 0,8 \quad (E)$$

Déterminer  $f$  la solution de l'équation différentielle  $(E)$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ , qui vérifie la condition initiale  $f(0) = 100$ .

**Question 4 :**

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = (x + 1) e^{-x}.$$

1. Montrer que, pour tout  $x$  réel,  $f'(x) = -x e^{-x}$ .
2. En déduire les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Pour les questions 5 et 6 uniquement :**

On note  $L$  le niveau sonore en dB et  $I$  l'intensité sonore en  $W \cdot m^{-2}$  d'un son.

On désigne par  $\text{Log}$  la fonction logarithme décimal.

On a la relation suivante :

$$L = 10\text{Log}\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad \text{où } I_0 = 10^{-12} W \cdot m^{-2}.$$

**Question 5 :**

1. Quel est le niveau sonore  $L$  d'un son d'intensité sonore  $I = 10^{-5} W \cdot m^{-2}$ ?
2. Une sirène d'alarme a un niveau sonore de 130 dB.  
Quelle est son intensité sonore  $I$ ?

**Question 6 :**

On souhaite faire baisser le niveau sonore de 10 dB.

On note  $L' = L - 10$  et on note  $I'$  l'intensité sonore correspondant à  $L'$ .

C'est-à-dire :  $L' = 10\text{Log}\left(\frac{I'}{I_0}\right)$ .

Exprimer  $I'$  en fonction de  $I$ .

## ∞ Baccalauréat STL Biotechnologies ∞

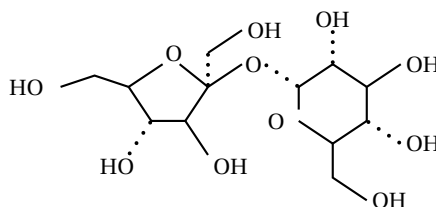
Métropole – 8 septembre 2022

### EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)

(physique-chimie et mathématiques)

#### Hydrolyse du saccharose

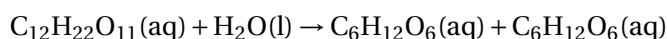
Le saccharose, de formule brute  $C_{12}H_{22}O_{11}$ , est l'unique composant du sucre de table, quelle que soit sa forme (cristallisé, semoule, en grains, en morceaux, ...). Issu principalement de la culture de la betterave sucrière et de la canne à sucre, on le retrouve dans de nombreux produits sucrés.



Représentation de Cram de la  
molécule de saccharose

Lors de son ingestion, le saccharose est hydrolysé par les sucs gastriques et libère, en quantités équimolaires, du fructose et du glucose, deux isomères de formule brute  $C_6H_{12}O_6$ .

L'hydrolyse du saccharose en solution aqueuse peut être modélisée par la réaction d'équation suivante :



En présence d'un acide, l'hydrolyse se produit partiellement, voire totalement, au cours du temps. Cette transformation chimique du saccharose est extrêmement lente.

les boissons de type soda ont pour conservateurs les plus courants l'acide citrique et l'acide phosphorique. Plus la boisson est acide, plus l'hydrolyse du saccharose qu'elle contient est rapide.

On considère une canette de soda de 330 ml contenant 35 g de saccharose dont on étudie la transformation par hydrolyse au cours du temps.

**Donnée :** masse molaire du saccharose  $M = 342 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

- Calculer la quantité de matière de saccharose contenue dans le volume de soda de la canette et en déduire que sa concentration initiale en quantité de matière de saccharose, notée  $[A]_0$ , est environ égale à  $0,3 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ .

Au cours de l'étude expérimentale de la transformation au cours du temps du saccharose, deux représentations de l'évolution de sa concentration, notée  $[A]$ , en fonction du temps ont pu être tracées.

Elles sont données dans le **document réponse DR1** à rendre avec la copie.

2. Compléter chacune des deux représentations sur le **document réponse DR1**, à rendre avec la copie, en utilisant la valeur de la concentration initiale en saccharose  $[A]_0$  obtenue à la question précédente.

L'évolution de la concentration d'une espèce E en fonction du temps peut notamment être donnée par l'une des relations suivantes selon la loi de vitesse de la transformation chimique étudiée :

$$\text{Réaction d'ordre 0 :} \quad [E] = [E]_0 - kt \quad (\text{relation 1})$$

$$\text{Réaction d'ordre 1 :} \quad \ln[E] = \ln[E]_0 - kt \quad (\text{relation 2})$$

où  $k$  est la constante de vitesse de la transformation chimique étudiée et  $[E]_0$  la concentration initiale de l'espèce E.

3. Expliquer pourquoi les résultats expérimentaux tranchent en faveur d'une loi de vitesse d'ordre 1, plutôt que d'ordre 0, pour l'hydrolyse du saccharose.
4. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de vitesse  $k$  de cette réaction. Indiquer, sur la courbe choisie, les points utilisés pour le calcul en complétant le **document réponse DR1**, à rendre avec la copie.

Par la suite, on note  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  modélisant, en fonction du temps  $t$ , exprimé en secondes, la concentration de saccharose  $f(t)$ , exprimée en  $\text{mol.L}^{-1}$ .

Pour une évolution de la concentration donnée par une relation d'ordre 1, les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle ( $E$ ) :

$$y' = -6 \cdot 10^{-7} y$$

5. Déterminer la fonction  $f$  solution de l'équation différentielle ( $E$ ) telle que  $f(0) = 0,3$ . Par la suite, la fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(t) = 0,3e^{-6 \cdot 10^{-7} t}.$$

6. Calculer la concentration en quantité de matière de saccharose dans la canette de soda au bout de 60 jours. Commenter le résultat.

### EXERCICE 3 commun à tous les candidats (4 points)

#### (mathématiques)

**Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six que comporte l'exercice.**

**Les questions sont indépendantes.**

**Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées.**

**Chacune d'elles est notée sur un point.**

**Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.**

#### Question 1

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $f(x) = (-4x + 8)e^{-x}$ .

Montrer que  $f(0)$  est un nombre entier que l'on précisera.

#### Question 2

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x + 8)e^{-x}$ .

**Question 3**

Soit la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0 ; +\infty[$  par  $f(x) = (-4x + 8)e^{-x}$ .

On note  $f'$  sa fonction dérivée.

Déterminer  $f'(x)$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .

**Question 4**

On donne :

$$A = \frac{e^8 \times e^{-3}}{(e^{0,5})^4}$$

Écrire  $A$  sous la forme  $e^n$ ,  $n$  étant un nombre entier relatif.

**Question 5**

Sachant que  $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ , exprimer  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$  en fonction de  $\sqrt{5}$ .

**Question 6**

Dans un repère orthonormé, on donne les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Déterminer le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)**

**LE CARBURE DE SILICIUM SIC**

**(physique et mathématiques)**

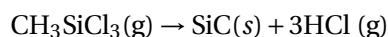
Le carbure de silicium, de formule SIC, a été découvert par Jons Jacob Berzelius en 1824 lors d'une expérience pour synthétiser du diamant. Il est devenu un matériau incontournable pour la fabrication d'instruments d'optique. Par exemple, il a été utilisé pour garantir la stabilité thermomécanique du télescope spatial infrarouge Hershel, développé par l'agence spatiale européenne et lancé en 2009. En particulier la face optique des miroirs peut être revêtue de carbure de silicium par dépôt chimique en phase vapeur (ou CVD pour l'anglais « chemical vapor deposition ») afin de masquer toute porosité résiduelle et obtenir une surface polissable parfaite.

Dans ce procédé, un solide inerte servant de support est exposé à une ou plusieurs espèces chimiques en phase gazeuse qui se décomposent à sa surface pour former le matériau désiré. Parmi celles-ci, le méthyltrichlorosilane de formule  $\text{CH}_3\text{SiCl}_3$  est très souvent choisi. Par la suite, pour des raisons de simplification, il sera noté MTS.

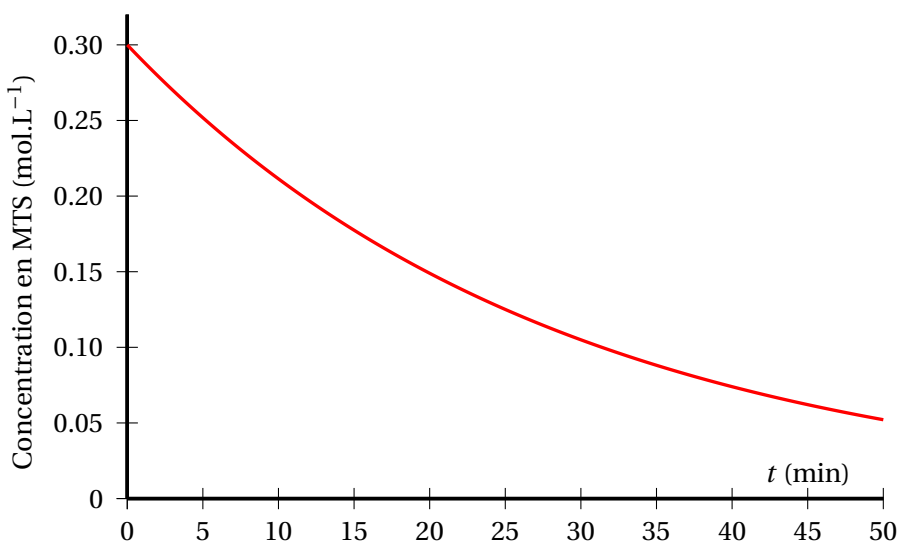
On considère une enceinte vide, de volume constant, thermostatée à la température  $T_2 = 1200$  K, dans laquelle, au temps  $t = 0$  min, on introduit une certaine quantité de MTS.

À cette température, la transformation permettant la formation de carbure de silicium peut être considérée comme totale.

L'équation de la réaction modélisant la transformation chimique au cours de laquelle le MTS se décompose est la suivante :



On suit par un procédé adapté l'évolution de la concentration en MTS au cours du temps. On obtient ainsi le graphe suivant :



D'après concours centrale-supélec 2016

1. Déterminer le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$  dans ces conditions expérimentales en expliquant votre démarche.
2. On rappelle que  $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$  avec  $k$  la constante de vitesse de la réaction.  
Déterminer la valeur de  $k$  dont on précisera l'unité.
3. Déterminer graphiquement la valeur de la vitesse de disparition du MTS à l'instant  $t = 10$  min.
4. La vitesse de disparition du MTS est de  $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  à  $t = 1$  min et de  $3,5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  à  $t = 30$  min.  
Conclure en discutant de l'évolution au cours du temps de la vitesse de disparition du MTS lorsque la concentration évolue.

On modélise la concentration en MTS exprimée en  $\text{mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  en fonction du temps  $t$  exprimé en minute, par la fonction  $C$ , définie sur l'intervalle  $[0; 50]$  par :

$$C(t) = 0,30 \cdot e^{-0,035t}$$

5. On note  $C'$  la fonction dérivée de la fonction  $C$  sur l'intervalle  $[0; 50]$ . Déterminer l'expression de  $C'(t)$  pour  $t$  appartenant à  $[0; 50]$ .
6. On rappelle que la vitesse de disparition de MTS est égale à l'opposé de la fonction dérivée  $C'$ . On note  $C''$  la fonction dérivée de  $C'$ .  
On admet que  $C''(t) = 3,675 \cdot 10^{-4} e^{-0,035t}$  pour  $t$  appartenant à  $[0; 50]$ .  
Etudier le sens de variation de la vitesse de réaction au cours du temps.  
Comparer le sens de variation avec le résultat de la question 4.
7. On considère que la transformation chimique de décomposition de MTS peut être stoppée lorsqu'il ne reste que 10 % de la concentration initiale de MTS.  
Déterminer l'instant  $t$  à partir duquel la transformation chimique peut être stoppée. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à la minute près.

### EXERCICE 3 (4 points)

#### (mathématiques)

**Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six numérotées de 1 à 6 que comporte l'exercice. Les questions sont indépendantes.**

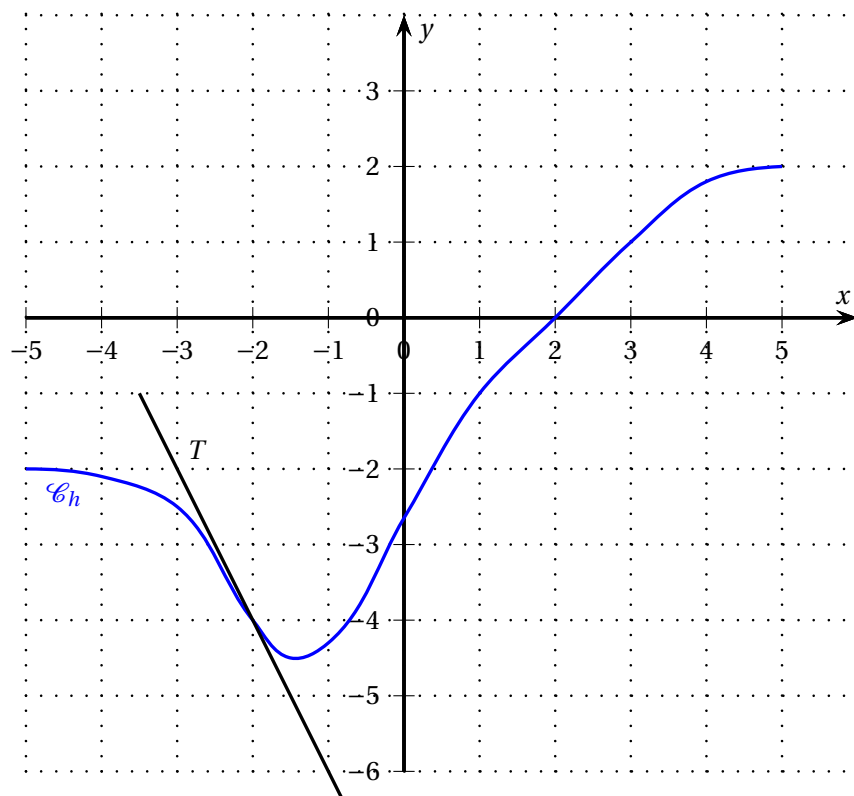
**Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées.**

**Chacune d'elles est notée sur un point. Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.**

**Pour les questions 1 et 2 uniquement :**

On donne, ci-dessous  $\mathcal{C}_h$ , la courbe représentative d'une fonction  $h$ , définie et dérivable sur l'intervalle  $[-5; 5]$ .

On a tracé une partie de la droite, notée  $T$ , tangente à la courbe  $\mathcal{C}_h$  au point d'abscisse  $-2$ .

**Question 1 :**

Les points  $A(-3 ; -2)$  et  $B(-2 ; -4)$  appartiennent à la droite  $T$ .

1. Déterminer l'équation réduite de la droite  $T$ .
2. En déduire la valeur exacte de  $h'(-2)$ .
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite  $T$  avec chacun des axes du repère.

**Question 2 : exploitation du graphique**

Soit  $H$  une primitive de  $h$  sur l'intervalle  $[-5 ; 5]$ .

À l'aide du graphique, donner le sens de variation de la fonction  $H$  sur l'intervalle  $[-5 ; 5]$ .

**Question 3 :**

On considère l'équation différentielle  $(E)$  suivante :

$$y' = -0,04y + 0,8 \quad (E)$$

Déterminer  $f$  la solution de l'équation différentielle  $(E)$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ , qui vérifie la condition initiale  $f(0) = 100$ .

**Question 4 :**

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = (x + 1) e^{-x}.$$

1. Montrer que, pour tout  $x$  réel,  $f'(x) = -x e^{-x}$ .
2. En déduire les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Pour les questions 5 et 6 uniquement :**

On note  $L$  le niveau sonore en dB et  $I$  l'intensité sonore en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$  d'un son. On désigne par  $\text{Log}$  la fonction logarithme décimal. On a la relation suivante :

$$L = 10\text{Log}\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad \text{où } I_0 = 10^{-12}\text{W} \cdot \text{m}^{-2}.$$

**Question 5 :**

1. Quel est le niveau sonore  $L$  d'un son d'intensité sonore  $I = 10^{-5}\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ?
2. Une sirène d'alarme a un niveau sonore de 130 dB.  
Quelle est son intensité sonore  $I$ ?

**Question 6 :**

On souhaite faire baisser le niveau sonore de 10 dB.

On note  $L' = L - 10$  et on note  $I'$  l'intensité sonore correspondant à  $L'$ .

C'est-à-dire :

$$L' = 10\text{Log}\left(\frac{I'}{I_0}\right).$$

Exprimer  $I'$  en fonction de  $I$ .

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)**  
**(physique et mathématiques)**

Lorsqu'un objet est lâché dans un fluide (air, eau, etc.), il subit, outre son poids et la poussée d'Archimède, des forces de frottement fluide. La modélisation de ces forces de frottement fluide conduit à considérer que :

- lorsque la vitesse de l'objet  $v$  est « faible », l'intensité des forces de frottement fluide est proportionnelle à  $v$  ;
- lorsque la vitesse de l'objet  $v$  est « élevée », l'intensité des forces de frottement fluide est proportionnelle à  $v^2$ .

Dans cet exercice, on se propose d'étudier expérimentalement le modèle des forces de frottement fluide dans le cas des faibles vitesses.

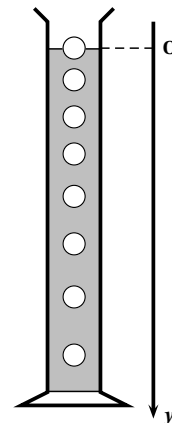
**Étude expérimentale**

On filme, à l'aide d'une webcam réglée à 50 images par seconde, la chute d'une bille d'acier dans l'huile d'olive contenue dans une éprouvette graduée. La bille est lâchée sans vitesse initiale par un électroaimant dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

La vidéo est ensuite analysée image par image à l'aide d'un logiciel approprié qui permet de repérer la position instantanée du centre G de la bille suivant un axe (Oy) vertical orienté vers le bas.

La vitesse instantanée à un instant  $t_i$  est alors approchée par la vitesse moyenne entre les instants  $t_i$  et  $t_{i+1}$ . L'évolution, au cours du temps, de la valeur expérimentale de la vitesse  $v$  de la bille est représentée sur le **document réponse DR1 page 5, à rendre avec la copie.**

Chronophotographie de la chute de la bille



*Données :*

- Intensité de la pesanteur :  $B = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Masse de la bille :  $m = 4,1 \text{ g}$
- Rayon de la bille :  $R = 5,0 \text{ mm}$
- Masse volumique de l'huile à  $20^\circ\text{C}$  :  $\rho_{\text{huile}} = 920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Viscosité de l'huile à  $20^\circ\text{C}$  :  $\eta = 0,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- Volume d'une sphère :  $V = \frac{4}{3}\pi \times R^3$

1. Déterminer graphiquement, en ajoutant les traits de construction utiles sur le document réponse DR1 page 5, à rendre avec la copie :
  - la valeur de la vitesse limite  $v_{\text{lim}}$  atteinte par la bille ;
  - le temps caractéristique  $\tau$  d'évolution de la vitesse.

### Étude théorique du mouvement de la bille

On étudie le mouvement du système « bille », plongée dans l'huile, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lors de sa chute, la bille est soumise à plusieurs actions mécaniques :

- son poids  $\vec{P}$  ;
- la poussée d'Archimède, notée  $\vec{\Pi}$ , de sens contraire à celui du poids et d'expression  $\vec{\Pi} = -\rho_{\text{huile}} \cdot V_{\text{im}} \cdot \vec{g}$  où  $\rho_{\text{huile}}$  est la masse volumique de l'huile en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $V_{\text{im}}$  le volume immergé de l'objet en  $\text{m}^3$  et  $g$  l'intensité de la pesanteur en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- la force de frottement  $\vec{f}$  de l'huile sur la bille, que l'on suppose ici proportionnelle à la vitesse de chute de la bille avec  $\vec{f} = -6\pi\eta R \cdot \vec{v}$  où  $\eta$  est la viscosité de l'huile en  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ,  $R$  le rayon de la bille en  $\text{m}$  et  $v$  la vitesse de la bille en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

2. Écrire l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton appliquée au système « bille ».
3. Par projection de l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton sur l'axe  $(Oy)$ , établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse  $v$  de la bille. Écrire cette équation différentielle sous la forme  $\frac{dv}{dt} = A \times v + B$  et exprimer les coefficients  $A$  et  $B$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $\rho_{\text{huile}}$ ,  $\eta$  et  $R$ .
4. À l'aide des données, poser explicitement les calculs qui permettraient de déterminer la valeur numérique du coefficient  $A$  en  $\text{s}^{-1}$  et celle du coefficient  $B$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Les applications numériques ne sont pas à réaliser.

Pour établir l'expression de la vitesse de la bille, les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle  $(E)$  :  $y' = -9y + 8,6$ .

5. Déterminer la fonction solution de l'équation différentielle  $(E)$  s'annulant en 0.
6. Montrer que la limite de  $0,96(1 - e^{-9t})$  lorsque  $t$  tend vers  $+\infty$  est égale à 0,96.

Dans le contexte de l'expérience, on prendra, pour exprimer la vitesse de la bille en fonction du temps  $t$ , la fonction  $v$  définie sur  $[0; 0,8]$  par  $v(t) = 0,96(1 - e^{-9t})$ . La vitesse de la bille est exprimée en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et le temps  $t$  est exprimé en secondes.

7. Expliquer en quoi la comparaison de la valeur obtenue à la question 6 aux résultats de l'étude expérimentale fournit un argument en faveur du choix du modèle des forces de frottement fluide effectué en début d'exercice.

**EXERCICE 3 commun à tous les candidats (4 points)**  
**(mathématiques)**

Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six que comporte l'exercice.

Les questions sont indépendantes.

Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice.

Seules ces questions sont évaluées.

Chacune d'elles est notée sur un point.

Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

**Question 1**

Soit la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = (8x - 2)e^{-x}$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée. Déterminer  $f'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

**Question 2**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = (8x - 2)e^{-x}$$

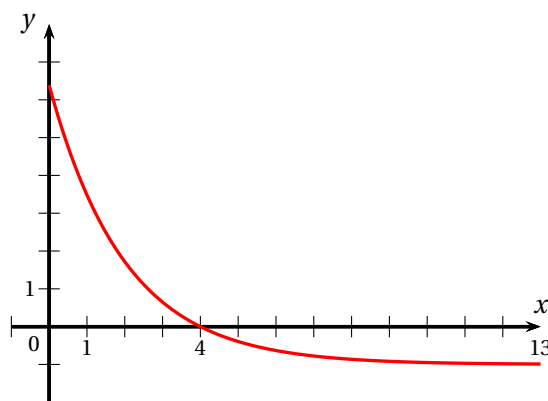
Résoudre  $f(x) = 0$ .

**Question 3**

On considère une fonction  $g$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0; 13]$ .

On note  $g'$  sa fonction dérivée.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la **fonction dérivée**  $g'$  sur l'intervalle  $[0; 13]$ .



Julien affirme que la fonction  $g$  est décroissante sur l'intervalle  $[0; 13]$ .

Julien a-t-il raison? Justifier.

**Question 4**

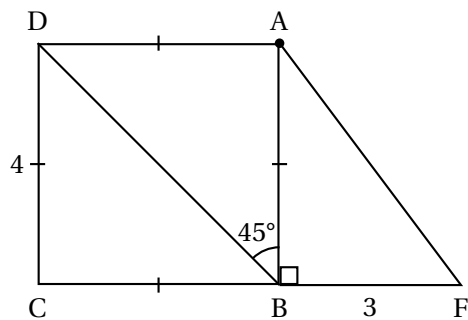
Montrer que  $\frac{\ln(\sqrt{8})}{\ln(\sqrt{2})} = 3$ .

**Question 5**

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{6x} - 1$ .  
Déterminer la limite de la fonction  $f$  lorsque  $x$  tend vers  $-\infty$ .

**Question 6**

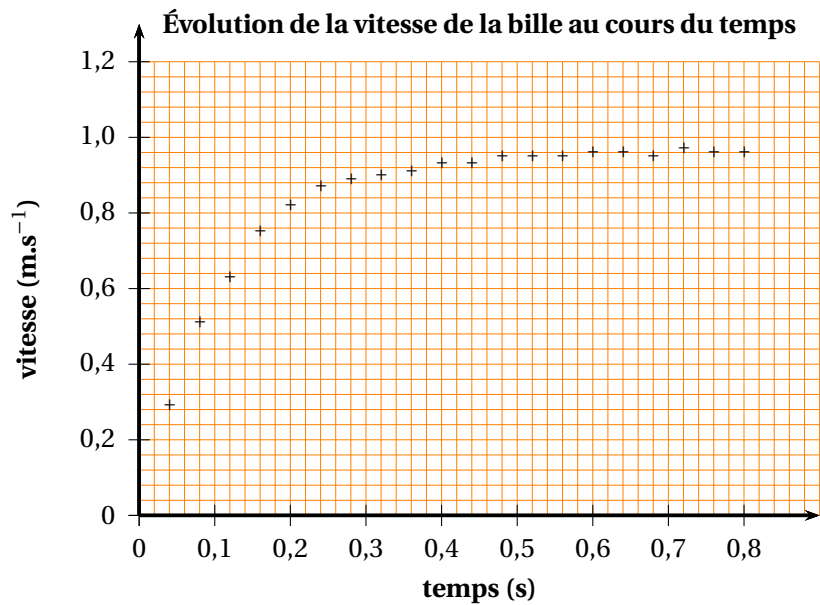
ABCD est un carré de côté 4 et ABF est un triangle rectangle en B avec  $BF = 3$  comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Donner la valeur du produit scalaire  $\vec{BF} \cdot \vec{BD}$ .

## ANNEXES

## Document réponse DR1 à rendre avec la copie



**Exercice 1 commun à tous les candidats**  
**(physique-chimie et mathématiques)**

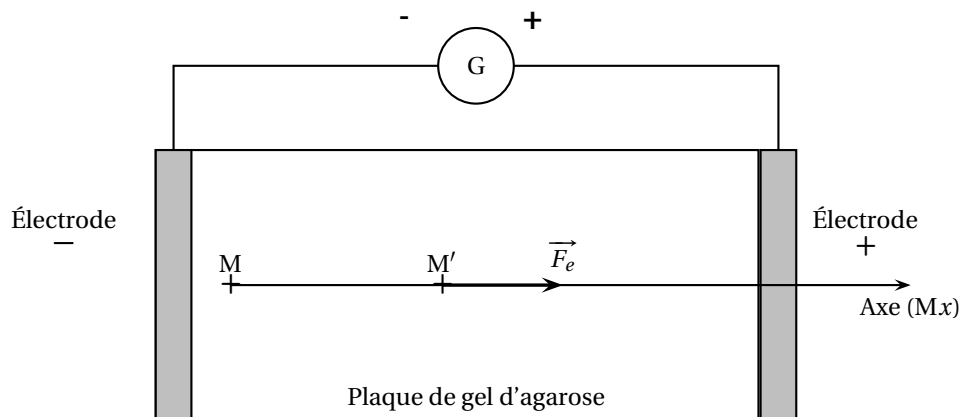
**4 points**

Découverte en 1892 par S.E. Linder et H. Picton puis développée dans les années 1930 par le chimiste suédois Arne Tiselius (Prix Nobel de chimie en 1948), l'électrophorèse est, avec la chromatographie, la principale technique utilisée pour séparer ou caractériser les espèces ioniques d'intérêt biologique, comme les acides aminés.

L'objectif de cet exercice est de déterminer la durée de migration nécessaire pour séparer deux acides aminés, l'acide aspartique et l'acide glutamique, par électrophorèse.

**PARTIE A - Principe de l'électrophorèse**

Une goutte d'un mélange des deux acides aminés à séparer est déposée (point M de la figure ci-dessous) sur une plaque horizontale recouverte de gel d'agarose et soumise à un champ électrostatique, dont la norme est notée E.



Les acides aminés, sous forme anionique au pH imposé (ion aspartate et ion glutamate), migrent vers l'électrode positive sous l'effet de la force électrostatique, notée  $\vec{F}_e$  et représentée ci-dessus au point M'. L'action du gel sur les molécules est modélisée par une force de frottement  $\vec{f}$ .

**Données :**

- masse d'un ion aspartate :  $m_{\text{aspart}} = 2,12 \times 10^{-25}$  kg;
- masse d'un ion glutamate :  $m_{\text{glutam}} = 2,43 \times 10^{-25}$  kg;
- norme de la force électrostatique subie par les ions aspartate et glutamate :  $F_e = e \times E$  avec
  - $E = 520 \text{ V.m}^{-1}$  : intensité du champ électrostatique;
  - $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  : valeur absolue de la charge portée par chaque anion d'acide aspartique ou d'acide glutamique.
- expression vectorielle de la force  $\vec{f}$  exercée par le gel :
  - $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$ , avec
    - $k$  le coefficient caractéristique du constituant et du milieu dans lequel s'effectue la migration :
      - pour l'ion aspartate  $k_{\text{aspart}} = 2,7 \times 10^{-12} \text{ N.s.m}^{-1}$ ;

- pour l'ion glutamate  $k_{\text{glutam}} = 3,0 \times 10^{-12} \text{ N.s.m}^{-1}$  ;
- $\vec{v}$  le vecteur vitesse de l'ion concerné.

1. En justifiant la réponse dans la copie, représenter sur le **DOCUMENT RÉPONSE DRI**, sans souci d'échelle, le vecteur force  $\vec{f}$  modélisant l'action du gel sur les anions au point  $M'$ .
2. Écrire la seconde loi de Newton pour un anion de masse  $m$  et l'appliquer dans le cas de l'électrophorèse considérée.
3. Projeter la relation vectorielle sur l'axe  $(Mx)$  et montrer que la valeur de la vitesse  $v$  de migration de l'anion considéré est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \times v = \frac{e \times E}{m}$$

### PARTIE B - Étude du mouvement de l'ion d'acide aspartique

Par application numérique, l'équation différentielle ci-dessus peut s'écrire sous la forme :

$$v' = -1,3 \times 10^{13} v + 3,9 \times 10^8,$$

où la vitesse  $v$  est exprimée en mètre par seconde ( $\text{m.s}^{-1}$ ) et le temps  $t$  est exprimé en seconde (s).

1. Déterminer la solution générale  $v$  de cette équation différentielle définie sur  $[0 ; +\infty[$ .
2. Sachant que  $v(0) = 0$ , montrer que, pour tout  $t \in [0 ; +\infty[$ ,

$$v(t) = 3 \times 10^{-5} \left( 1 - e^{-1,3 \times 10^{13} t} \right)$$

3. Justifier que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 3 \times 10^{-5}$ .
4. On note  $t_{90}$  l'instant exprimé en seconde pour lequel la vitesse atteint 90 % de sa vitesse limite. Montrer que  $t_{90} = 1,8 \times 10^{-13}$  arrondi à  $10^{-14}$ .

### PARTIE C - Détermination de la durée de migration

Les résultats précédents montrent que le régime stationnaire est atteint quasi instantanément, si bien que l'on peut considérer que les constituants du mélange se déplacent suivant un mouvement rectiligne uniforme avec une vitesse constante égale à :

$$v_{\text{lim}} = \frac{e \times E}{k}$$

1. Comparer la vitesse limite de migration des ions glutamate et des ions aspartate. En fin d'électrophorèse, les taches sont révélées sous lumière ultraviolette. On admet qu'une différence de distance de migration d'au moins 5 mm est nécessaire pour distinguer la tache associée au mouvement des ions glutamate et celle associée au mouvement des ions aspartate.
2. Déterminer la durée minimale de l'électrophorèse et les distances alors parcourues par les ions pour pouvoir distinguer les deux taches correctement. Commenter les valeurs obtenues.
3. Sur un schéma succinct de la plaque, positionner et identifier les taches obtenues après électrophorèse.

### Exercice 3 commun à tous les candidats

**4 points**

**Vous traiterez 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées**

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'énergie stockée dans la batterie d'un téléphone portable. Cette grandeur s'exprime en kW·h. Lorsque la batterie est totalement chargée, l'énergie stockée vaut 0,715 kW·h. Lors du branchement de la batterie vide sur une borne de recharge, l'énergie stockée dans la batterie (en kW·h) en fonction du temps  $t$  (en heure) est modélisée par une fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :

$$f(t) = ae^{-t} + b \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels à déterminer}$$

#### Question 1 :

1. a. Sachant que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0,715$ , déterminer la valeur de  $b$ .
- b. Sachant que  $f(0) = 0$ , déterminer la valeur de  $a$ .

Dans les questions suivantes, on admet que pour tout nombre réel  $t \geq 0$

$$f(t) = -0,715e^{-t} + 0,715$$

**Question 2 :**

2. Montrer que pour tout nombre réel  $t \geq 0$ ,  $f(t) < 0,715$ .

**Question 3 :**

3. a. Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ .
- b. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ .

**Question 4 :**

La durée de demi-charge est le temps nécessaire pour charger à 50 % une batterie qui était vide au départ.

4. Déterminer la durée de demi-charge de la batterie de ce téléphone en minute et seconde, arrondie à la seconde.

**Question 5 :**

5. On considère la fonction en langage Python suivante :

```
from math import exp
def temps(pourcentage) :
    t = 0
    y = 0
    while y < pourcentage*0.715 :
        t = t+1/60
        y = - 0.715*exp(-t)+0.715
    return(t)
```

Que renvoie l'exécution de l'instruction `temps(0.15)` ?  
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Question 6 :**

On considère la fonction  $F$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$F(t) = 0,715t + 0,715e^{-t}.$$

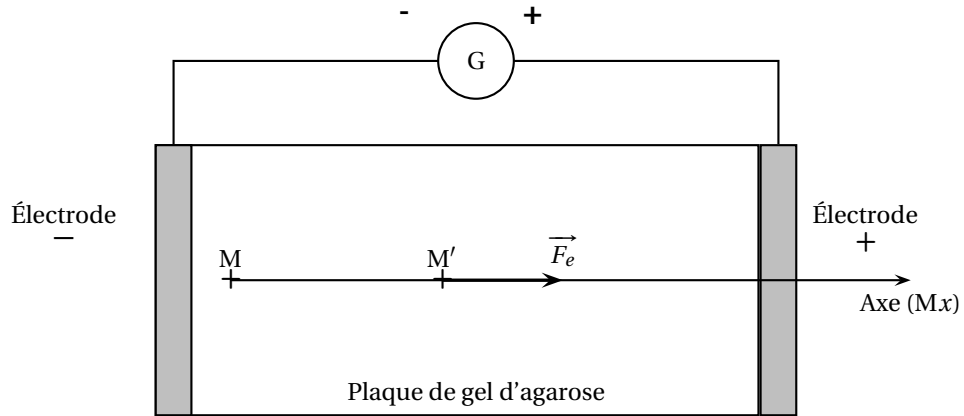
6. a. Vérifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ .
- b. On admet que l'énergie stockée moyenne de la batterie sur  $[0 ; 3,5]$  est égale à :

$$m = \frac{1}{3,5} [F(3,5) - F(0)].$$

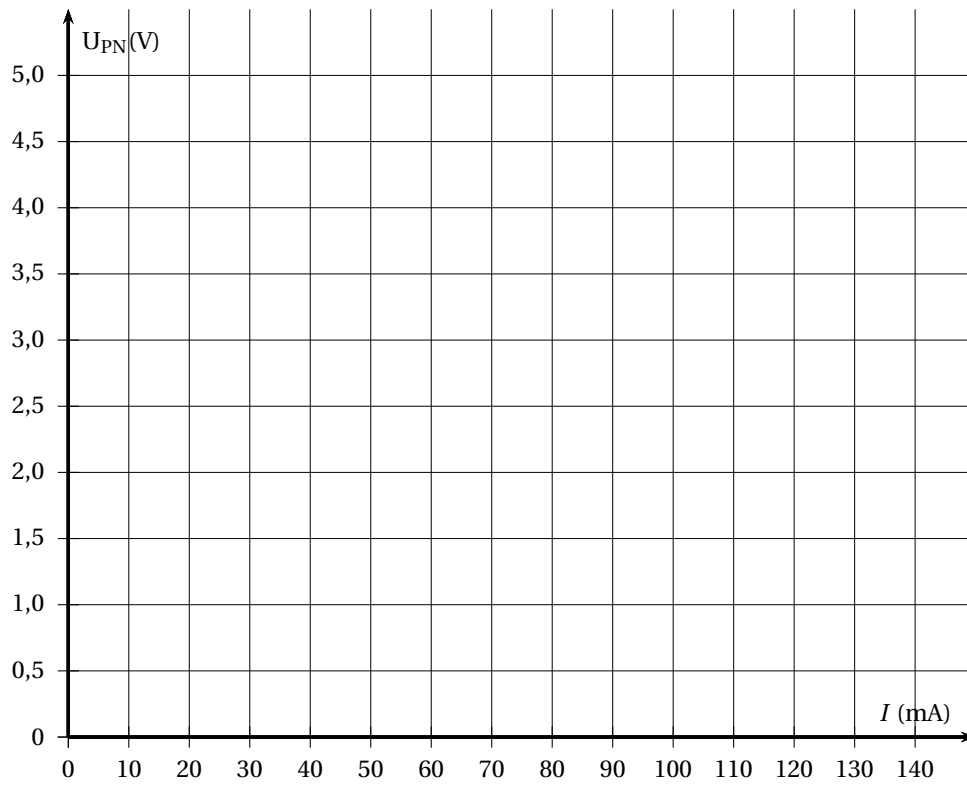
Cette énergie stockée moyenne est-elle égale à la moitié de l'énergie stockée maximale ? Justifier la réponse.

**DOCUMENT RÉPONSE**  
**À RENDRE AVEC LA COPIE**

**DR1 : principe de l'électrophorèse**



**DR2 : détermination expérimentale de la valeur de la résistance interne**



❧ Baccalauréat STL Biotechnologies ❧  
Nouvelle-Calédonie – 8 septembre 2023

A. P. M. E. P.

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats**

**2 points**

**(physique-chimie et mathématiques)**

**Étude mathématique de la concentration**

Par la suite, on note  $C$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  modélisant la concentration de peroxydisulfate  $C(t)$  (exprimée en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ) en fonction du temps  $t$  (exprimé en seconde). Pour une évolution de la concentration donnée par une relation d'ordre 1, les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle (E) :

$$y' = -0,0085y.$$

6. Déterminer la fonction  $C$ , solution de l'équation différentielle (E) vérifiant  $C(0) = 0,0042$ .
7. Résoudre l'équation

$$C(t) = 0,00021$$

et donner une valeur approchée à la seconde près de la durée nécessaire pour que la concentration résiduelle en peroxydisulfate, correspondant à une oxydation de 95% du réactif limitant, soit égale à  $0,00021 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

**EXERCICE 3**

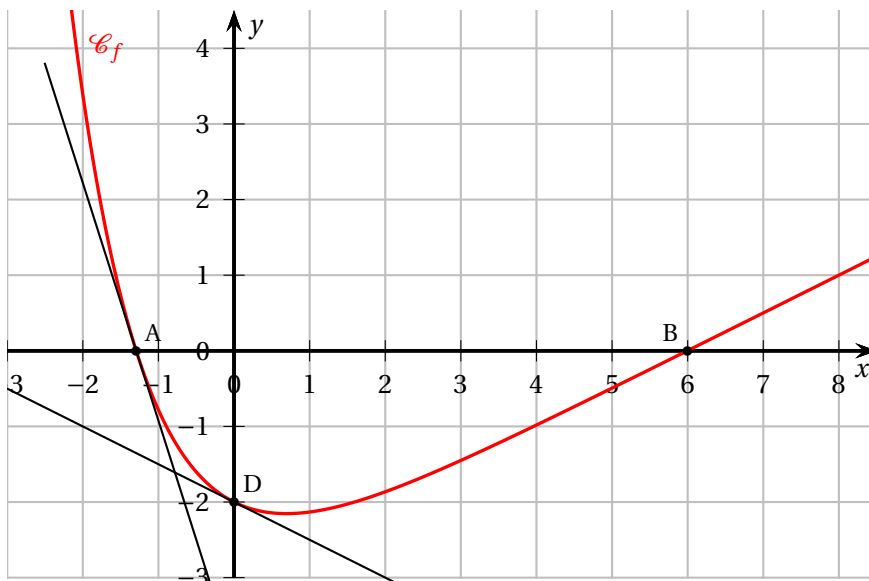
**4 points**

**Étude de fonction**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = e^{-x} + 0,5x - 3$$

dont la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est donnée dans le repère orthonormé du plan ci-dessous.



Les points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  avec l'axe des abscisses sont nommés A et B.

L'abscisse de A est négative et celle de B est positive.

Le point d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  avec l'axe des ordonnées est nommé D.

Les tangentes à la courbe  $\mathcal{C}_f$  en A et D sont représentées.

1. Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
Déterminer  $f'(0)$  par lecture graphique.
3. Calculer  $f'(x)$  et vérifier par le calcul le résultat obtenu à la question 2.
4. Étudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
5. On considère le programme Python suivant :

```
from math import exp
def abscisse():
    x = -1.5
    while exp(-x) + 0.5 * x - 3 > 0:
        x = x + 0.01
    return x
```

L'exécution de l'instruction `abscisse()` renvoie la valeur  $-1,29$  à  $10^{-2}$  près.

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

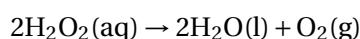
6. Reproduire et modifier sur votre copie le programme Python précédent pour que l'exécution de l'instruction `abscisse()` renvoie une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de l'abscisse du point B.

∞ **Baccalauréat Enseignement de spécialité** ∞  
**Métropole – 8 septembre 2022**

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats (5 points)**  
**(physique-chimie et mathématiques)**

**Décomposition de l'eau oxygénée**

L'eau oxygénée, utilisée comme désinfectant, est une solution de peroxyde d'hydrogène  $\text{H}_2\text{O}_2$ . Son efficacité diminue au cours du temps à cause de la réaction de dismutation de cette espèce. L'équation de réaction associée est la suivante :



Lors d'une activité expérimentale au lycée, les élèves étudient la cinétique de cette réaction catalysée par la présence d'ions fer (III). La température dans la salle est de  $20^\circ\text{C}$ .

Un binôme d'élèves prépare un volume  $V_f = 500\text{ mL}$  de solution de peroxyde d'hydrogène de concentration  $C_f = 8,00 \times 10^{-2}\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  par dilution d'une solution mère de concentration  $C_m = 1,60\text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ .

Ils versent ensuite une faible quantité de solution contenant des ions fer (III) dans la solution fille, à l'instant où ils déclenchent un chronomètre. Ils réalisent alors des titrages du peroxyde d'hydrogène à différents instants.

1. Expliquer ce qu'est un catalyseur.
2. Montrer qu'il est judicieux de prendre un volume  $V_m = 25\text{ mL}$  de solution mère pour préparer la solution fille de peroxyde d'hydrogène.
3. Proposer un protocole opératoire permettant de préparer la solution fille de peroxyde d'hydrogène par dilution de la solution mère. Préciser la verrerie utilisée.  
Les résultats expérimentaux permettent de réaliser le graphe du **document réponse DR à rendre avec la copie**.

La concentration en peroxyde d'hydrogène à l'instant initial sera désormais notée  $[\text{H}_2\text{O}_2]_0$ .

4. Définir le temps de demi-réaction  $t_{\frac{1}{2}}$ .
5. En effectuant une construction graphique sur le **document réponse DR à rendre avec la copie**, déterminer le temps de demi-réaction  $t_{\frac{1}{2}}$ .  
Le même suivi cinétique est ensuite réalisé à une température de  $28^\circ\text{C}$ .
6. Indiquer, en justifiant, quelle sera l'évolution du temps de demi-réaction entre l'expérience réalisée à  $20^\circ\text{C}$  et celle réalisée à  $28^\circ\text{C}$ .
7. Dans le cas d'une loi de vitesse d'ordre 1, rappeler la relation qui existe entre la vitesse volumique de disparition  $v_{\text{disp}}(\text{H}_2\text{O}_2)$  du peroxyde d'hydrogène, la concentration en peroxyde d'hydrogène  $[\text{H}_2\text{O}_2]$  à un instant  $t$  et la constante de vitesse notée  $k$ .  
On fait l'hypothèse d'une cinétique d'ordre 1 par rapport au peroxyde d'hydrogène pour la réaction de dismutation étudiée. Dans ce cas, en posant  $f(t) = [\text{H}_2\text{O}_2](t) / [\text{H}_2\text{O}_2]_0$ , on montre que l'équation différentielle vérifiée par la fonction  $f$  est :

$$\frac{df}{dt} + k \times f = 0$$

8. Vérifier que la fonction  $f$  définie par  $f(t) = e^{-kt}$  est solution de l'équation différentielle

$$y' + ky = 0.$$

On admet que  $\ln f(t) = -k \times t$ .

9. En utilisant le graphe de la figure suivante, obtenu à partir des résultats expérimentaux, justifier que la pente de la droite est voisine de  $-0,08$ .

En déduire une valeur approchée de  $k$ .

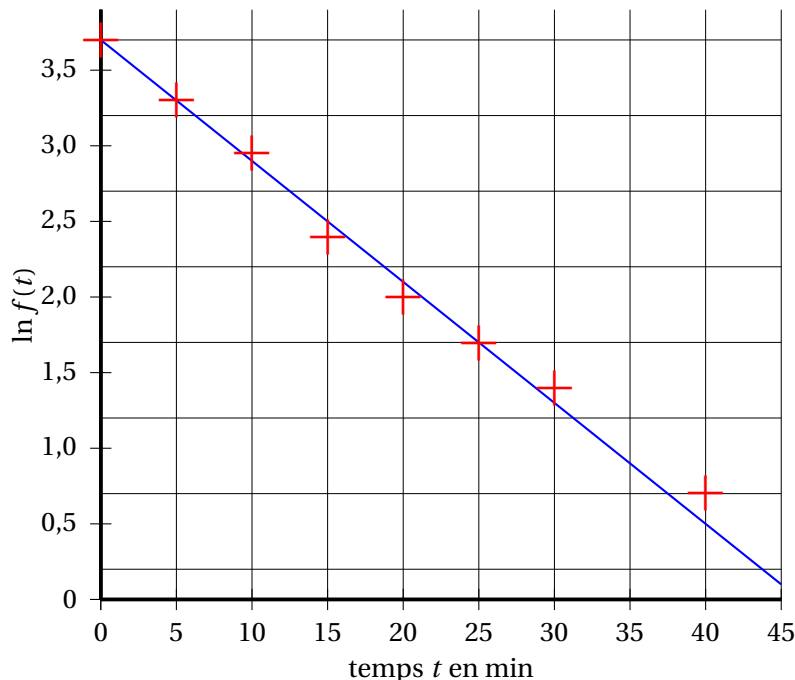


Figure - Évolution de  $\ln f(t) = \ln ([\text{H}_2\text{O}_2] (t) / [\text{H}_2\text{O}_2]_0)$  en fonction du temps

L'expression de la concentration en quantité de matière de peroxyde d'hydrogène à un instant  $t$  peut s'écrire :

$$[\text{H}_2\text{O}_2] (t) = [\text{H}_2\text{O}_2]_0 \times e^{-kt}.$$

10. Montrer que le temps de demi-réaction peut s'exprimer par la relation :  $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k}$ .
11. Calculer la valeur du temps de demi-réaction. Comparer avec la valeur déterminée graphiquement à la question 5.

### EXERCICE 3 (4 points)

(mathématiques)

Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes

Il faut traiter les quatre questions

Question 1 :

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = (4x + 8) e^x.$$

Vérifier que  $f(0)$  est un nombre entier que l'on précisera.

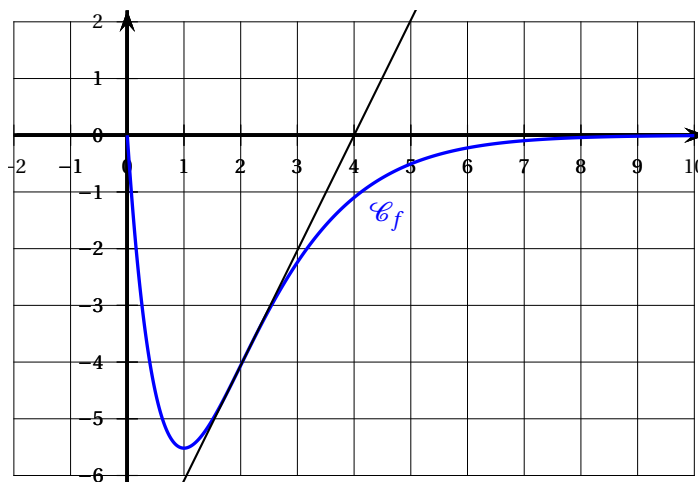
**Question 2 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative donnée sur le graphique ci-dessous.

On admet que  $f$  est dérivable sur  $[0 ; +\infty[$  et on note  $f'$  sa dérivée.

Soit  $T$  la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2.

Déterminer par lecture graphique  $f(2)$  et  $f'(2)$ .

**Question 3 :**

Un triangle ABC est tel que  $AB = 5$ ,  $BC = 8$  et  $AC = 10$ .

Déterminer le cosinus de l'angle  $\widehat{BAC}$  en utilisant une formule d'Al-Kashi.

**Question 4 :**

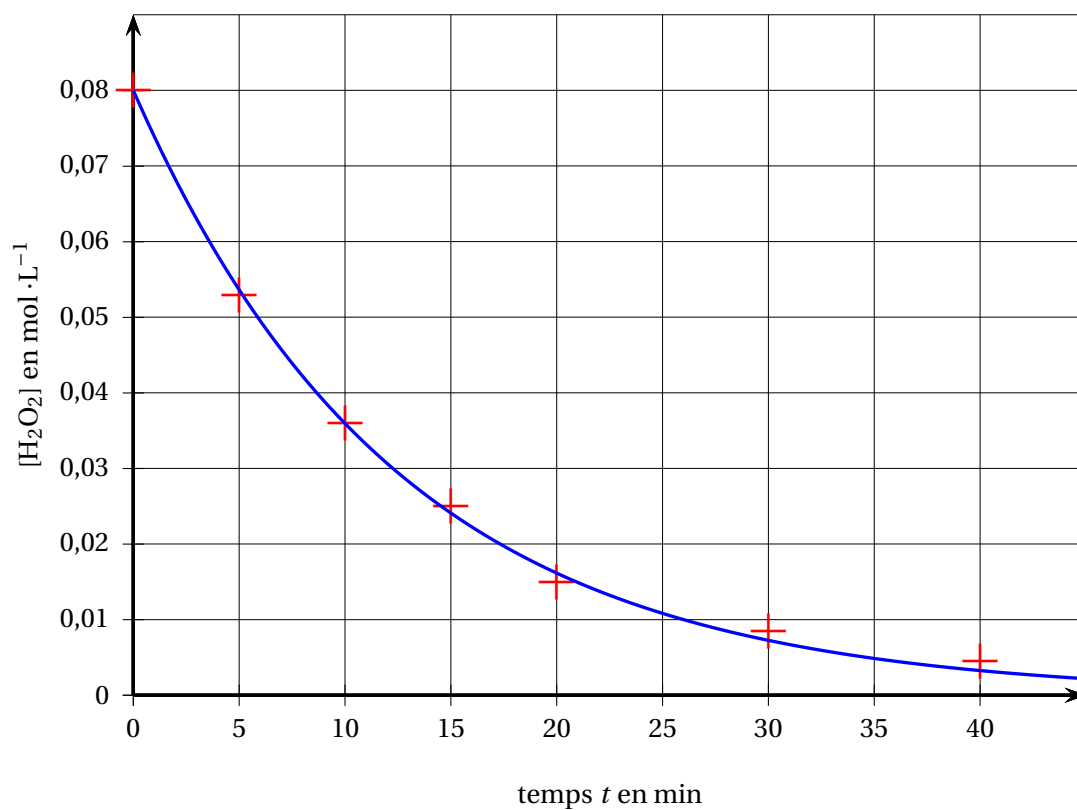
On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = -3x^2 + 8x.$$

Démontrer que la fonction  $F$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par

$$F(x) = -x^3 + 4x^2 + 1789$$

est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Document réponse à rendre avec la copie****Exercice 1 : DR** - Évolution de la concentration en peroxyde d'hydrogène au cours du temps

**ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

**Physique-Chimie et Mathématiques**

**EXERCICE 1 4 points**

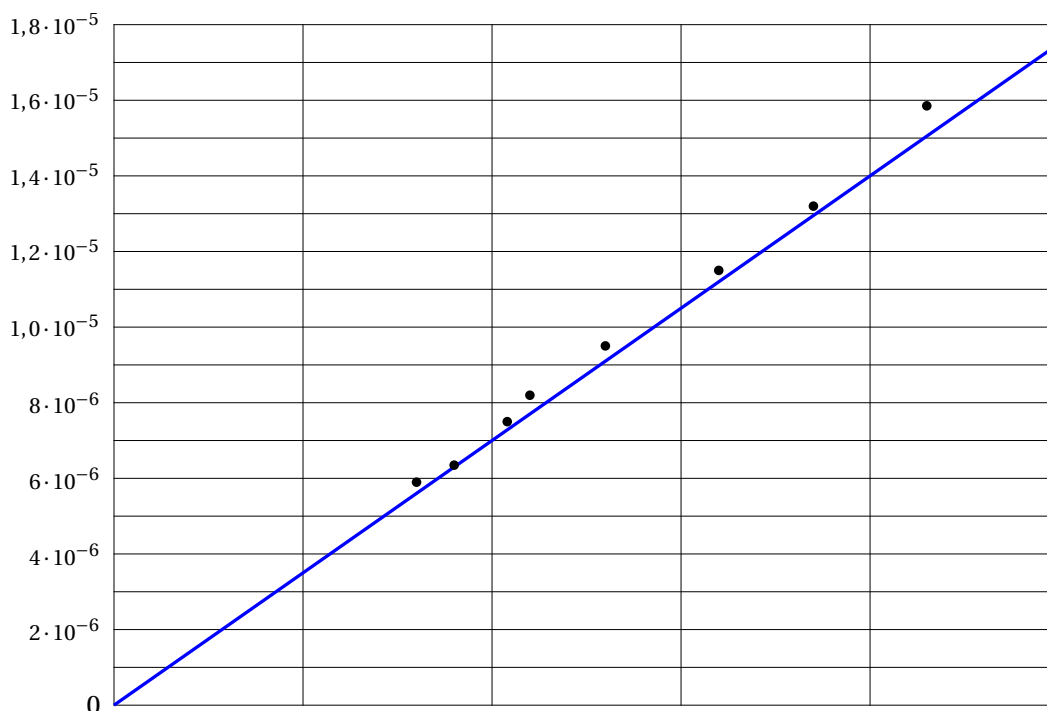
La production de sucre inverti est réalisée en laboratoire lors de la transformation chimique du saccharose en milieu acide, en chauffant.

On définit la vitesse  $v$  de disparition du saccharose de concentration  $c$  en quantité de matière par :

$$v = -\frac{dc}{dt}$$

Expérimentalement, nous réalisons un suivi cinétique de cette transformation qui permet d'obtenir le graphe ci-après représentant l'évolution de la vitesse  $v$  de disparition du saccharose en fonction de sa concentration  $c$  en quantité de matière dans le mélange.

On peut modéliser cette situation par une fonction linéaire.



1. À partir du graphique précédent, choisir, en justifiant la réponse, le modèle adapté à la cinétique chimique de cette réaction parmi les propositions suivantes :

modèle 1 :  $v = k$ ,      modèle 2 :  $v = k \cdot c$ ,      modèle 3 :  $v = k \cdot c^2$

où  $k$  est la constante de vitesse.

2. Déterminer une valeur approchée de la constante de vitesse  $k$  en précisant son unité.

Dans la suite de cet exercice, on prendra  $k = 7 \times 10^{-4}$ .

3. Déterminer le temps de demi-réaction  $t_{\frac{1}{2}}$  défini par la relation :  $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{k}$ .

4. Commenter le résultat précédent en qualifiant de rapide ou lente la transformation chimique réalisée au laboratoire.

À partir du modèle identifié à la question 1, on montre que la cinétique de l'hydrolyse du saccharose peut être modélisée par l'équation différentielle

$$(E) : \frac{dc}{dt} = -k \times c \text{ (soit en mathématiques } y' = -k \times y)$$

où  $k = 7 \times 10^{-4}$ .

5. Résoudre sur  $[0 ; +\infty[$  cette équation différentielle.
6. Sachant que pour  $t = 0$ , la concentration initiale du saccharose vaut  $0,4 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ , montrer que l'unique solution de l'équation (E) est la fonction  $c$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$c(t) = 0,4 \times e^{-7 \times 10^{-4} \times t}.$$

7. Déterminer la limite de  $c(t)$  lorsque  $t$  tend vers  $+\infty$ .
8. Interpréter ce résultat dans le contexte de la production réalisée en laboratoire.

### EXERCICE 3 4 points

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

#### Question 1

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :

$$e^{2t} > 0,12.$$

#### Question 2

On considère la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$F(t) = ae^{2t+6}.$$

1.  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(t) = 6e^{2t+6}$ .  
Déterminer la valeur de  $a$ .
2. Donner une autre primitive de la fonction  $f$ .

#### Question 3

On s'intéresse à l'équipement des habitants d'une grande ville en ordinateurs depuis 2000.

La part (exprimée en %) des habitants de cette ville ayant au moins un ordinateur est modélisée par la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :

$$f(t) = \frac{94,6}{1 + e^{0,6-0,2t}}$$

où  $t$  est la durée écoulée (en année) depuis l'année 2000.

Montrer que le taux d'équipement ne peut jamais être supérieur à 94,6%.

#### Question 4

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 26x}.$$

Déterminer la limite de la fonction  $f$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ .

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 5 points

Lors d'une séance expérimentale, un binôme d'élèves réalise la vidéo du mouvement d'une voiture miniature de masse  $m = 0,040$  kg, en roue libre.

L'objectif de l'expérience est de déterminer l'intensité  $F$  de l'ensemble des forces de frottement qui s'exercent sur la voiture et la distance  $d$  parcourue avant l'arrêt. Les forces de frottement sont supposées constantes. L'étude est menée dans le référentiel du sol supposé galiléen. Le mouvement de la voiture est rectiligne et s'effectue selon un axe horizontal  $(Ox)$  fixe.

Évolution de la position  $x$  au cours du temps

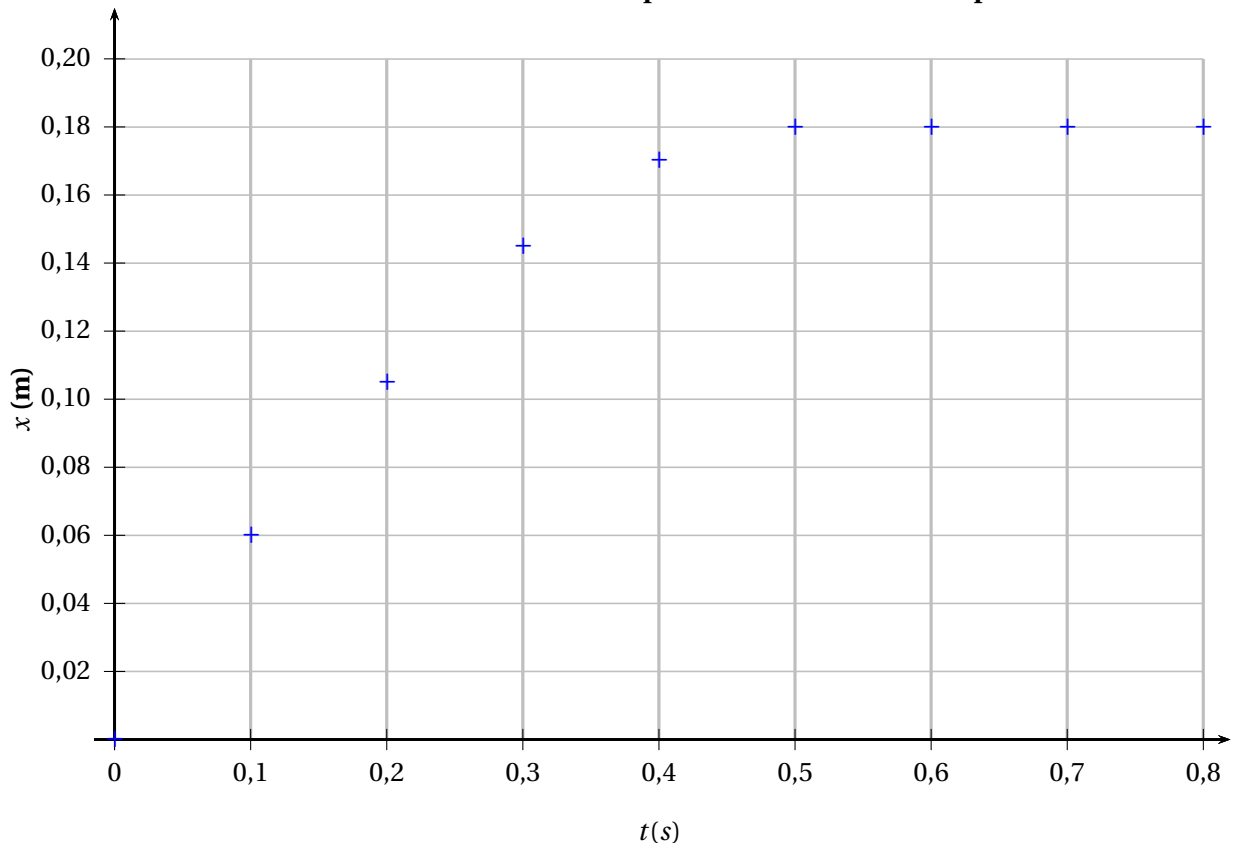


Figure 1

L'analyse de la vidéo obtenue par le binôme d'élèves, au moyen d'un logiciel de pointage, permet d'obtenir le graphe de l'évolution de la position  $x$  du centre de masse  $G$  de la voiture au cours du temps.

1. En prenant appui sur la figure 1 et en justifiant, décrire l'évolution (croissante, décroissante...) de la vitesse de la voiture au cours du temps.
2. En utilisant la figure 1, calculer la vitesse moyenne de la voiture entre les instants  $t_0 = 0$  et  $t = 0,1$  s.

Le nuage expérimental de points peut être modélisé par une fonction polynomiale sur l'intervalle de temps  $[0 ; 0,50]$ , le temps étant exprimé en secondes.

On rappelle que la position  $x$  est exprimée en mètres.

Cette fonction, notée  $x$ , a pour expression :

$$x(t) = -0,58 \times t^2 + 0,65 \times t.$$

La fonction  $x$  est dérivable sur l'ensemble des réels. On note  $x'$  sa dérivée.

3. Déterminer  $x'(t)$  pour tout réel  $t$ .
4. Calculer  $x'(0)$ .
5. Nommer la grandeur physique à laquelle fait référence  $x'(0)$ .
6. Dédire de la question 3 la valeur de l'accélération définie sur l'intervalle de temps  $[0 ; 0,50]$ , le temps étant exprimé en secondes. Interpréter le signe dans la situation étudiée.
7. Réaliser le bilan des forces modélisant les actions mécaniques s'exerçant sur la voiture au cours de son mouvement. Les représenter sans souci d'échelle sur un schéma où la voiture est réduite à son centre de masse  $G$ .
8. En utilisant la seconde loi de Newton, montrer que l'intensité  $F$  de l'ensemble des forces de frottement s'exerçant sur le système voiture s'écrit :

$$F = -m \times a$$

9. Montrer que la valeur numérique de l'intensité  $F$  de l'ensemble des forces de frottements est égale à  $4,6 \times 10^{-2} \text{ N}$ .

On rappelle que la voiture parcourt une distance  $d$  avant de s'arrêter et que le travail de la force constante  $\vec{F}$  entre le point de départ  $O$  et le point d'arrêt  $A$  s'écrit  $W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{OA}$

10. Montrer que  $W(\vec{F}) = -F \times d$ .

La variation de l'énergie cinétique du système voiture entre les instants  $t_0 = 0$  et  $t_f = 0,5 \text{ s}$  (instant à partir duquel on considère la vitesse nulle) est égale au travail de l'ensemble des forces de frottements.

11. En déduire la valeur de la distance  $d$  parcourue par la voiture entre les instants  $t_0$  et  $t_f$ . Confronter le résultat obtenu à celui que l'on peut déterminer sur la figure 1.

**EXERCICE 3 4 points****(mathématiques)**

**Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.  
Il faut traiter les quatre questions.**

**QUESTION 1 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = (3x + 5)e^x.$$

Vérifier que  $f(0)$  est un nombre entier que l'on précisera.

**QUESTION 2 :**

Soit la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = (x - 5)e^{3x}.$$

On note  $f'$  sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ ,  $f'(x) = (3x - 14)e^{3x}$ .

**QUESTION 3 :**

On donne :  $\mathcal{A} = \ln\left(\frac{25}{8}\right)$ .

En détaillant les calculs, écrire  $\mathcal{A}$  sous la forme  $a \ln(2) + b \ln(5)$ ,  $a$  et  $b$  étant deux nombres entiers relatifs.

**QUESTION 4 :**

On considère l'équation différentielle (E) :  $y' = 3y - 12$ , où  $y$  est une fonction de variable  $x$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Déterminer la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ , solution de (E), qui vérifie  $f(0) = 8$ .

∞ **Baccalauréat STL Polynésie 14 mars 2023** ∞  
**ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**  
**Physique-Chimie et Mathématiques**

**EXERCICE 1 4 points**

**Chute verticale dans un fluide visqueux**

Cet exercice propose de modéliser la chute verticale d'une bille de plomb dans une huile alimentaire.

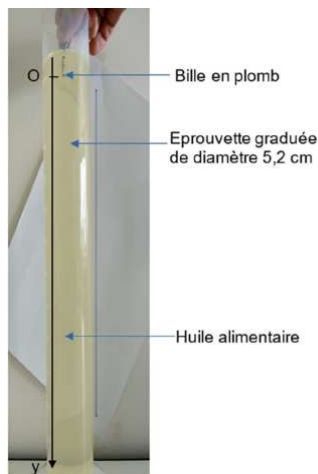
Données :

- Les actions exercées par le fluide sur la bille sont modélisées par une force de frottement fluide :  $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$  dans laquelle  $\eta$  est la viscosité du fluide,  $r$  est le rayon de la bille et  $\vec{v}$  le vecteur vitesse de la bille ;
- intensité de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- intervalle des valeurs courantes de la viscosité  $\eta$  d'une huile alimentaire : entre 60 et 100 mPa · s.

Une bille de plomb de rayon  $r = 1,03 \text{ mm}$  et de masse  $m = 0,056 \text{ g}$  est lâchée à  $t = 0 \text{ s}$  sans vitesse initiale dans une huile alimentaire (photo ci-dessous).

On nomme  $v(t)$  la valeur de la vitesse de la bille, exprimée en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , à l'instant exprimé en seconde.

L'axe  $Oy$  est orienté suivant la verticale descendante.



Le pointage des positions successives de la bille permet de tracer l'évolution de sa vitesse en fonction du temps :

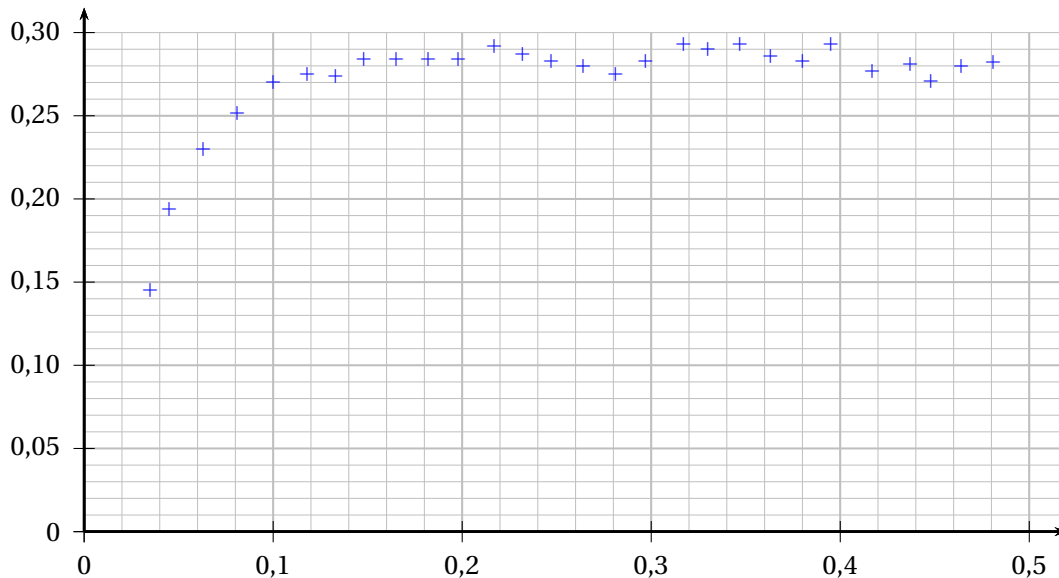


Figure 1

- Justifier, à partir des résultats de la figure 1, que la chute de la bille n'est pas une chute libre.
- Estimer graphiquement la valeur de la vitesse de chute de la bille en régime permanent.

Pour la suite de l'exercice, on prendra comme valeur de la viscosité de l'huile alimentaire  $\eta = 80 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ .

- En considérant le système bille dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, écrire l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton.
- En déduire, par projection de la deuxième loi de Newton sur l'axe  $(Oy)$ , que la vitesse de chute de la bille doit vérifier l'égalité :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi\eta r}{m}v + g$$

### Étude mathématique de la vitesse

On souhaite déterminer une expression de la vitesse de la chute de la bille. Les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle (E) :

$$y' = -27,7y + 9,81.$$

- Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
- Montrer que l'unique solution  $v$  de l'équation différentielle (E) qui vérifie  $v(0) = 0$  est définie par l'expression :  $v(t) = \frac{9,81}{27,7} \times (1 - e^{-27,7t})$ .
- Calculer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$ .

### Analyse du modèle obtenu

Dans cette expérience, la valeur de la vitesse de la bille, exprimée en  $m \cdot s^{-1}$ , en fonction du temps  $t$  exprimé en s, est donnée par la fonction  $v$  définie sur  $[0 ; 0,5]$  dont l'expression est :

$$v(t) = 0,35 \times (1 - e^{-27,7t}).$$

8. Vérifier la cohérence de l'ordre de grandeur de la limite obtenue à la question 7 avec celui de la vitesse en régime permanent estimée à la question 2. Proposer une justification à l'écart observé.

**EXERCICE 3 4 points****(MATHÉMATIQUES)**

La fonction  $f$  est définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = xe^{0,02x} - 10000$ .

1. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ .  
Justifier que pour tout nombre réel  $x \geq 0$ ,  $f'(x) = (1 + 0,02x)e^{0,02x}$ .
3. En déduire le sens de variation de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ .
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse? Justifier.  
« Tout nombre réel  $x$ , compris entre 0 et 1 000, a une image négative par  $f$ . »
5. Quatre fonctions A, B, C et D sont écrites dans le même programme Python ci-dessous.

Laquelle de ces quatre fonctions permet de déterminer la plus petite valeur entière dont l'image par  $f$  est positive?

```
from math import exp
def A() :
    n = 0
    return n * exp(0.02 * n) - 10000

def B() :
    n = 0
    f = - 10000
    while f < 0 :
        n = n + 1
        f = n * exp(0.02 * n) - 10000
    return n

def C() :
    f = - 10000
    for n in range(0,1000) :
        f = n * exp(0.02 * n) - 10000
    return f

def D() :
    n = 0
    f = - 10000
    if f < 0 :
        n = n + 1
        f = n * exp(0.02 * n) - 10000
    return n
```

∞ Baccalauréat STL Épreuve d'enseignement de spécialité ∞

Métropole 11 septembre 2024

Physique-Chimie et Mathématiques

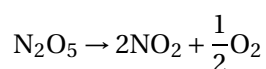
A. P. M. E. P.

EXERCICE 1 physique-chimie et mathématiques

5 points

**Le pentaoxyde de diazote**

Le pentaoxyde de diazote  $N_2O_5$  est un puissant oxydant utilisé en synthèse organique. Il possède comme particularité d'être un  $(NO_x)$  solide à température ambiante. Sa manipulation requiert un soin tout particulier puisqu'à température ambiante, il peut se décomposer selon la transformation modélisée par la réaction d'équation :



On se propose d'étudier la cinétique de cette réaction.

On introduit initialement, dans un réacteur de volume  $V$  égal à 1,0L, une masse  $m$  égale à 4,4 g de pentaoxyde de diazote.

**Données :** masses molaires atomiques respectives des éléments azote et oxygène

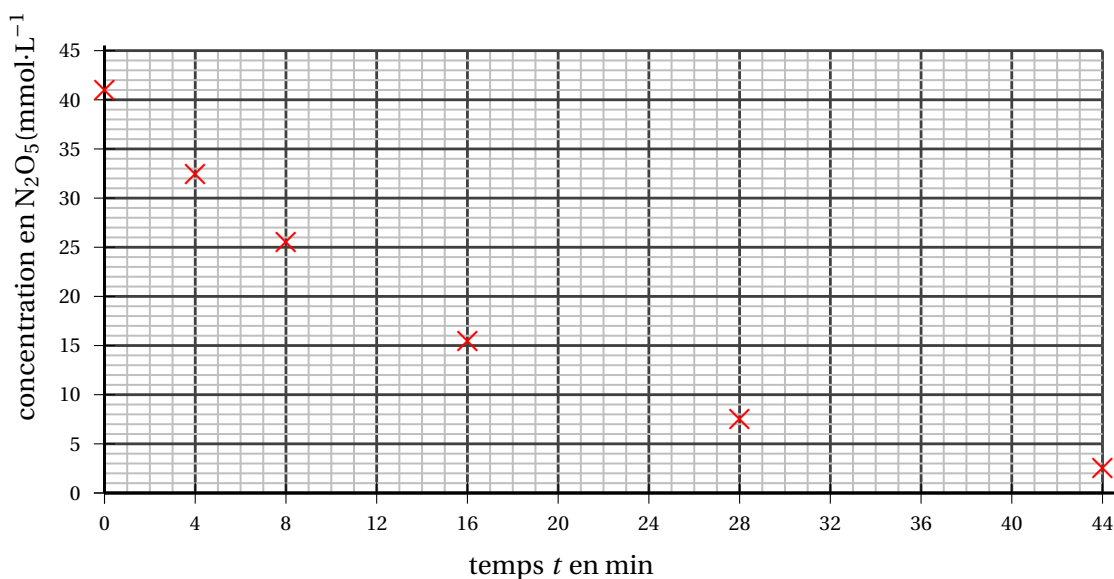
$$M(N) = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ et } M(O) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

1. Montrer que la concentration en quantité de matière en  $N_2O_5$  à l'instant initial dans le réacteur est  $[N_2O_5]_0 = 41 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$

On note  $t$  le temps écoulé à partir de l'introduction de la masse  $m$ . On effectue six mesures expérimentales de la concentration de pentaoxyde de diazote  $N_2O_5$  dans le réacteur, notée  $[N_2O_5]_t$ , pour  $t = 0 \text{ min}$ ,  $t = 4 \text{ min}$ ,  $t = 8 \text{ min}$ ,  $t = 16 \text{ min}$ ,  $t = 28 \text{ min}$  et  $t = 44 \text{ min}$ . On souhaite modéliser l'évolution de la concentration de pentaoxyde de diazote  $N_2O_5$  par une fonction  $f$  donnant la concentration de pentaoxyde de diazote  $N_2O_5$  dans le réacteur, exprimée en millimoles par litre, en fonction du temps exprimé en minutes.

Le document ci-dessous présente les points expérimentaux :

Concentration en  $\text{N}_2\text{O}_5$  en fonction du temps  $t$   
(points expérimentaux)



Pour une réaction d'ordre 0, on rappelle que la vitesse volumique de disparition est constante au cours du temps.

- Justifier qu'on peut écarter l'hypothèse d'une cinétique d'ordre 0 par rapport au réactif pentaoxyde de diazote  $\text{N}_2\text{O}_5$ .

On fait l'hypothèse que la réaction suit une cinétique d'ordre 1 par rapport au réactif pentaoxyde de diazote  $\text{N}_2\text{O}_5$ , c'est-à-dire que la vitesse volumique de disparition du réactif vérifie la loi  $v_{\text{disp}(\text{N}_2\text{O}_5)}(t) = k \times [\text{N}_2\text{O}_5]_t$  où  $k$  est la constante de vitesse.

En conséquence, on admet que la fonction  $f$  est solution de l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$y' + k \times y = 0$$

- Vérifier que la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 44]$  par  $f(t) = 41 \times e^{-kt}$  est la solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale  $f(0) = 41$ .
- Montrer que  $\ln(f(t)) = -kt + \ln(41)$ .

On a représenté, dans le **document réponse DR1 page 4 à rendre avec la copie**, le logarithme népérien de la concentration de pentaoxyde de diazote obtenue dans l'expérience pour  $t = 0$  min,  $t = 4$  min,  $t = 8$  min,  $t = 16$  min,  $t = 28$  min et  $t = 44$  min. La droite tracée approxime les points.

- Justifier que l'hypothèse d'une cinétique d'ordre 1 par rapport au réactif pentaoxyde de diazote  $\text{N}_2\text{O}_5$  est compatible avec les données expérimentales.
- Déterminer le coefficient directeur de la droite tracée sur le **document réponse DR1 page 4 à rendre avec la copie**.
- En déduire que la valeur de la constante de vitesse  $k$  est environ égale à  $0,063 \text{ min}^{-1}$ .
- Calculer la valeur de  $\ln\left(\frac{[\text{N}_2\text{O}_5]_0}{2}\right)$  puis résoudre graphiquement l'équation  $f(t) = 20,5$  en laissant la trace permettant de comprendre la lecture réalisée sur le **document réponse DR1 page 4 à rendre avec la copie**.

9. Grâce à l'expression  $f(t) = [\text{N}_2\text{O}_5]_t = [\text{N}_2\text{O}_5]_0 \times e^{-kt}$ , montrer que le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$  s'exprime par la relation :

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$

10. Calculer la valeur numérique du temps de demi-réaction  $t_{1/2}$ .  
11. Comparer les résultats des questions 8. et 10..

### EXERCICE 3 mathématiques

4 points

**Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.  
Il faut traiter les quatre questions.**

#### Question 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3e^{5x} + 1$ .

Calculer  $f(0)$  en détaillant les calculs.

#### Question 2

Résoudre sur l'intervalle  $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$  l'équation  $\ln(2x + 1) = 7$ .

#### Question 3

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 9x^2 + 10x$ .

Déterminer une primitive  $G$  de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

#### Question 4

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 + 7$ .

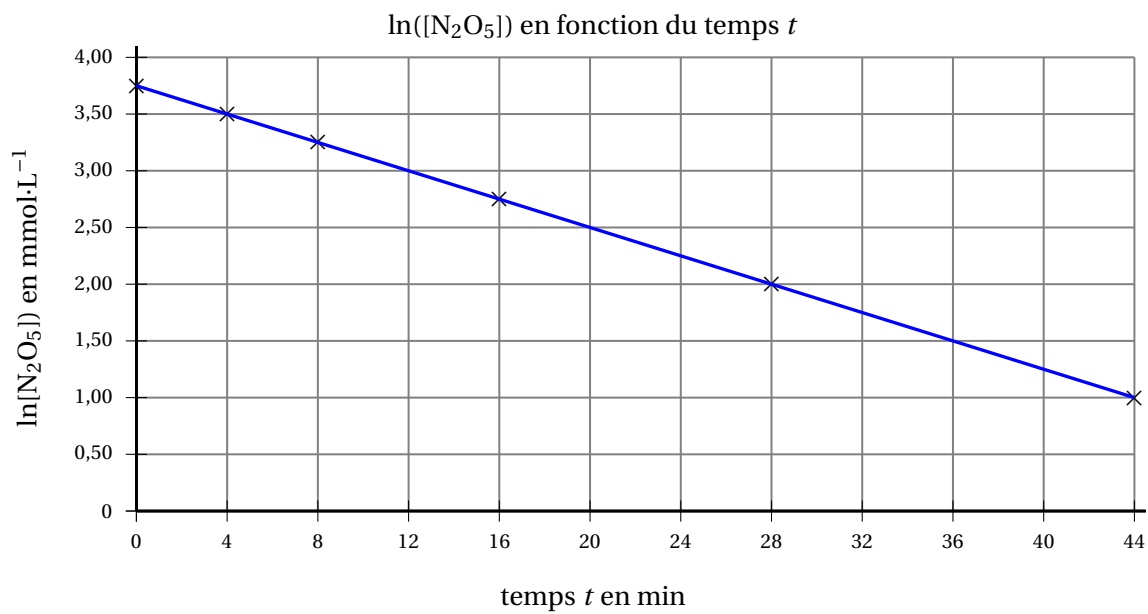
On note  $F$  la fonction primitive de  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = x^3 + 7x$ .

Déterminer

$$\int_0^1 f(x) \mathrm{d}(x)$$

## DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

## DR1 - Exercice 1 :



# ⌘ Baccalauréat STL Biotechnologies ⌘

Polynésie – 19 juin 2024

A. P. M. E. P.

## EXERCICE 1

(physique-chimie et mathématiques)

4 points

### Stabilité d'un antibiotique

L'amoxicilline (noté ici AMOX) est un antibiotique qui possède un large spectre d'action sur certaines infections bactériennes, mais son action peut être altérée par des enzymes produites par certaines bactéries résistantes. C'est pour empêcher cela qu'on lui associe très souvent l'acide clavulanique.

Cette association amoxicilline et acide clavulanique peut être utilisée sous forme de poudre. Après ajout d'eau et agitation, on obtient une solution facilement assimilable. Cependant l'amoxicilline et l'acide clavulanique sont peu stables en milieu aqueux : elles subissent une réaction de dégradation avec l'eau (hydrolyse).

L'objectif de cet exercice est d'étudier quelques aspects de la cinétique de ces réactions de dégradation par hydrolyse de ces deux espèces chimiques, lorsqu'elles sont prises seules en solution aqueuse.

Donnée :

—  $pK_A$  du couple acide clavulanique/ion clavulanate :  $pK_A = 2,7$ .

### Dégradation de l'amoxicilline seule en solution aqueuse

La dégradation de l'amoxicilline est étudiée au laboratoire, à 30°C et à un pH valant 3,5.

La valeur de la concentration initiale en amoxicilline vaut  $C_0 = 1\,600 \mu\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$

La concentration de l'amoxicilline à l'instant  $t$ , notée  $C_{\text{Amox}}(t)$ , est évaluée toutes les vingt-quatre heures.

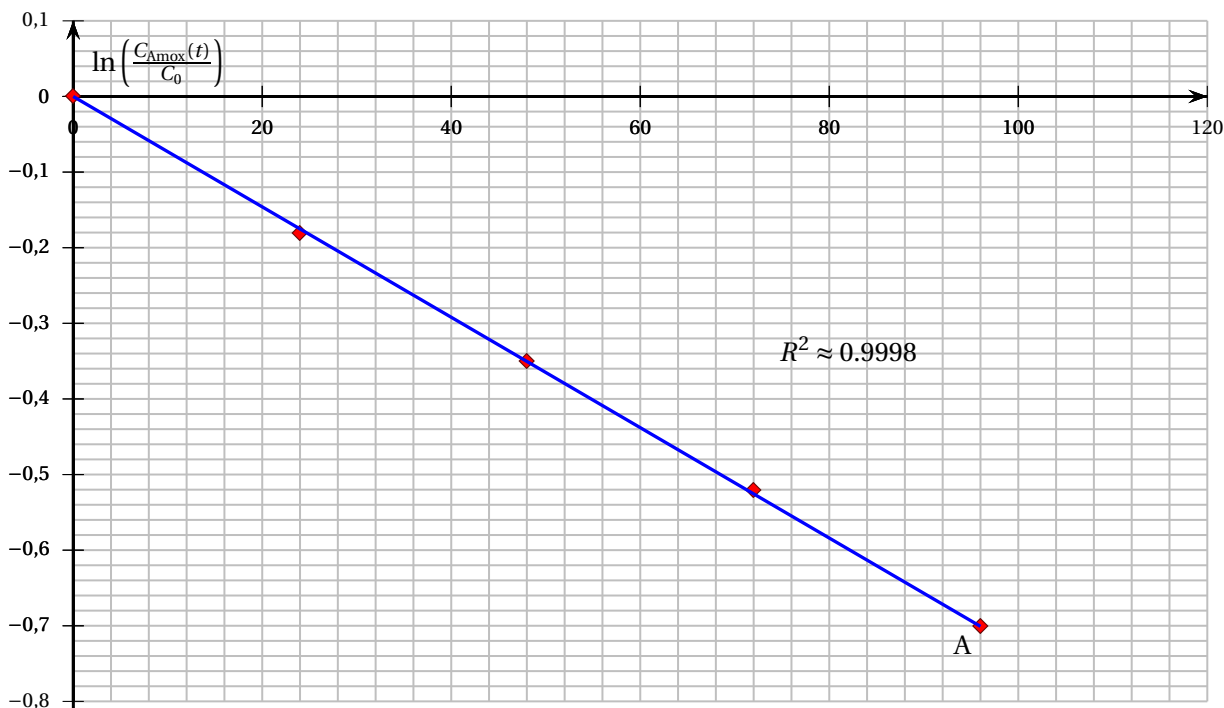
1. Donner la définition de la vitesse de disparition de l'amoxicilline, notée  $v_{d,\text{Amox}}$ .  
On fait l'hypothèse que la dégradation de l'amoxicilline suit une loi cinétique d'ordre 1.
2. Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par la fonction  $C_{\text{Amox}}(t)$ . On notera  $k_{\text{Amox}}$  la constante de vitesse.

Pour une loi cinétique d'ordre 1, les solutions générales  $C(t)$  de l'équation différentielle vérifient l'égalité  $\ln\left(\frac{C(t)}{C(0)}\right) = -kt$  pour une certaine valeur de  $k$ .

Dans les conditions opératoires données, on obtient les résultats expérimentaux suivants :

$t$ en h	0	24	48	72	96
$\ln\left(\frac{C_{\text{Amox}}(t)}{C_0}\right)$	0	-0,18	-0,35	-0,52	-0,70

Le graphique suivant représente le nuage de points expérimentaux et la modélisation associée :



3. Justifier que les résultats obtenus confirment l'hypothèse d'une loi cinétique d'ordre 1. L'ajustement linéaire des points du relevé précédent permet d'obtenir une droite passant par les points  $O(0; 0)$  et  $A(96; -0,70)$ .
4. Déterminer une valeur arrondie à  $10^{-4}$  du coefficient directeur de la droite (OA). En utilisant cette valeur arrondie, en déduire que la droite (OA) a pour équation :

$$y = -0,0073t$$

5. L'ajustement précédent nous permet d'écrire  $\ln\left(\frac{C_{\text{Amox}}(t)}{C_0}\right) = -0,0073t$ , pour tout  $t$  appartenant à  $[0; +\infty[$ .
- En déduire que  $C_{\text{Amox}}(t) = 1600 \times e^{-0,0073t}$  pour tout  $t$  appartenant à  $[0; +\infty[$ .
  - Déterminer la limite de la fonction  $C_{\text{Amox}}$  en  $+\infty[$ .
  - Dresser le tableau des variations de la fonction  $C_{\text{Amox}}$  sur  $[0; +\infty[$ .

### Dégradation de l'ion clavulanate seul en solution aqueuse

Pour l'acide clavulanique, le suivi temporel de la concentration  $C_{\text{Clav}}(t)$  au cours du temps est réalisé dans les mêmes conditions opératoires que précédemment.

6. Justifier que dans ces conditions opératoires, l'espèce prédominante est l'ion clavulanate.

La seconde expérience conduit aux observations suivantes :

- valeur de la concentration initiale en ion clavulanate :  $C'_0 = 320 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  ;
- valeur de la constante de vitesse de la réaction :  $k_{\text{Clav}} = 0,19 \text{ h}^{-1}$ .

Les résultats expérimentaux, traités avec la même méthode d'ajustement, permettent d'établir la relation  $\ln\left(\frac{C_{\text{Clav}}(t)}{320}\right) = -0,19t$ .

7. Comparer le coefficient directeur de la droite (OA) à celui de la droite d'équation :

$$y = -0,19t$$

8. Conclure en comparant la cinétique de dégradation de l'ion clavulanate seul à celle de l'amoxicilline seule.

### EXERCICE 3 (mathématiques)

4 points

Dans cet exercice, on considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 5 e^{2x+1}.$$

1. Parmi les programmes suivants, écrits en langage Python, un seul affiche les images par  $f$  des réels 0 ; 0, 1 ; 0,2 ; ... ; 0,9.

Indiquer sans justifier sur la copie la lettre correspondant à ce programme.

a. 

```
from math import exp
for k in range(10) :
    x=k/10
    y=5*exp(2*x+1)
    print(y)
```

b. 

```
from math import exp
for k in range(10) :
    y=5*exp(2*k+1)
    print(y)
```

c. 

```
from math import exp
for k in range(0,9) :
    y=5*exp(2*x+1)
    print(y)
```

d. 

```
from math import exp
for k in range(0,9) :
    y=5*exp(2*x+1)
    print(y)
```

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 5$ .
3. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse? Justifier.  
« Tout nombre réel  $x$  négatif ou nul a une image par  $f$  inférieure ou égale à 5. »
4. On considère la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$F(x) = \frac{5}{2} e^{2x+1}.$$

- a. Montrer que la fonction  $F$  est une **primitive** sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$ .
- b. En déduire la valeur exacte, puis la valeur approchée à l'entier près, de :

$$\int_0^1 f(x) dx$$

**EXERCICE 1 commun à tous les candidats**

**5 points**

**(physique-chimie et mathématiques)**

Le parkour

Le parkour est une discipline sportive acrobatique qui consiste à franchir des obstacles urbains ou naturels sans l'aide de matériel. La photographie ci-contre montre un exemple de saut réalisé par une traceuse.

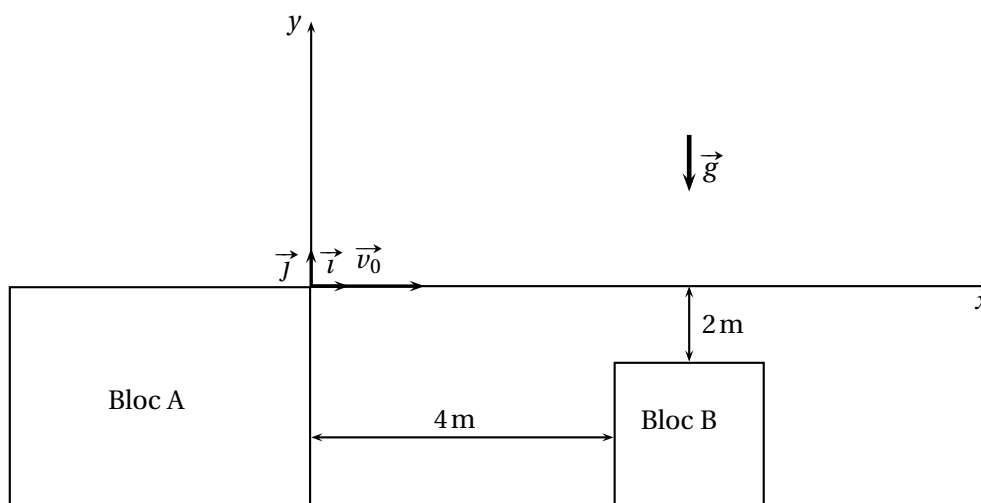
Une traceuse s'apprête à sauter du haut d'un mobilier de rue, noté bloc A sur la **figure 1**, dans le but d'atteindre le bloc B distant de 4,0 m du bloc A et plus bas de 2,0 m.



Source <https://www.radiofrance.fr/mouv/le-parkour-un-sport-en-voie-de-feminisation-6723019>

La traceuse est modélisée par un point matériel M de masse  $m$  évoluant dans le champ de pesanteur terrestre  $\vec{g}$ . Dans ce modèle, on néglige la résistance de l'air et on suppose que la traceuse n'est soumise qu'à son poids. L'étude est menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen et les blocs A et B sont immobiles.

La position de la traceuse sera repérée par le point M de coordonnées  $(x(t); y(t))$  dans le repère représenté **figure 1**, la variable  $t$ , exprimée en secondes, étant étudiée sur l'intervalle  $[0; 1]$ .



**Figure 1** : schématisation des conditions du saut

La traceuse arrive en courant à l'extrémité du bloc A. À l'instant  $t = 0$ , elle s'élance du point origine O avec un vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  orienté selon l'axe horizontal ( $Ox$ ) :  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$  avec  $v_0 = 7,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . On cherche à savoir si la traceuse réussira à atteindre le bloc B.

Données :

- masse de la traceuse  $m = 50 \text{ kg}$
  - Intensité du champ de pesanteur  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
1. Donner la direction et le sens du vecteur poids ainsi que l'expression littérale de sa norme.
  2. En appliquant la deuxième loi de Newton au point M, montrer que les coordonnées  $a_x(t)$  et  $a_y(t)$  du vecteur accélération  $\vec{a}$  sont :

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

Pour  $t$  appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ , on note  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$  les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{v}$  :

- $v_x$  est la primitive de la fonction  $a_x$  vérifiant  $v_x(0) = v_0$ ;
  - $v_y$  est la primitive de la fonction  $a_y$  vérifiant  $v_y(0) = 0$ .
3. Déterminer les expressions  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$ .

Pour  $t$  appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ ,  $x(t)$  et  $y(t)$  sont les coordonnées du point M donnant la position de la traceuse :

- $x$  est la primitive de la fonction  $v_x$  vérifiant  $x(0) = 0$ ;
  - $y$  est la primitive de la fonction  $v_y$  vérifiant  $y(0) = 0$ .
4. Justifier que les lois horaires du mouvement de la traceuse s'écrivent :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

5. Dans l'intervalle  $[0; 1]$ , résoudre l'équation  $y(t) = -2$  dans laquelle la grandeur  $y$  est exprimée en mètres. Arrondir la solution à  $10^{-3}$ .

On note  $t_c$  la solution de l'équation  $y(t) = -2$ .

Pour la suite de l'exercice, on prendra pour  $t_c$ , la valeur  $0,64 \text{ s}$ .

6. Déterminer l'abscisse  $x(t_c)$  de la position de la traceuse à l'instant  $t_c$ .
7. Déterminer la valeur numérique de l'instant où l'abscisse de la position de la traceuse est égale à  $4,0 \text{ m}$ .
8. En déduire la valeur numérique de l'ordonnée de la position de la traceuse à l'instant où l'abscisse de cette position est  $4,0 \text{ m}$ .
9. En utilisant les résultats précédents, en déduire si la traceuse atteint le bloc B.

### EXERCICE 3

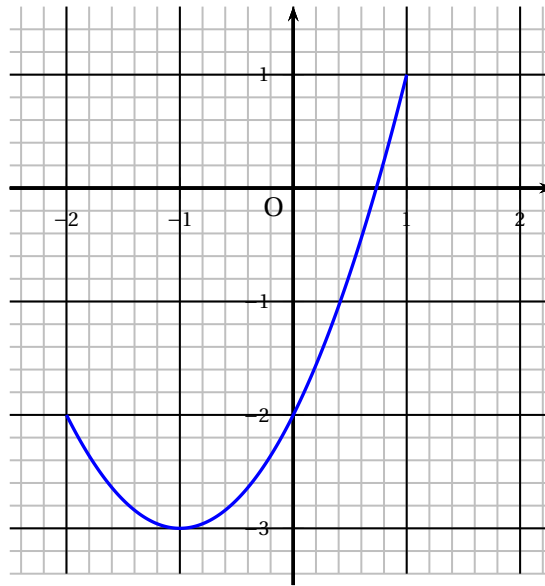
4 points

#### (mathématiques)

Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.  
Il faut traiter les quatre questions.

#### Question 1

On considère ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $[-2; 1]$ .  
Par lecture graphique, déterminer  $f(0)$ .

**Question 2**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2e^x + 3x - 2$ .

Déterminer, en la justifiant, la limite de la fonction  $f$  lorsque  $x$  tend vers  $-\infty$ .

**Question 3**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (3x + 2)e^{x-1}$ .

En détaillant les calculs, justifier que  $f(1)$  est un entier.

**Question 4**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x}$

Déterminer une primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$

# ~ Baccalauréat STL Épreuve d'enseignement de spécialité ~

Nouvelle Calédonie 20 novembre 2025

Physique-Chimie et Mathématiques

A. P. M. E. P.

## EXERCICE 1 physique-chimie et mathématiques

5 points

### Datation au carbone 14

Le carbone possède deux isotopes stables : le carbone 12 (très majoritaire dans la nature) et le carbone 13 (minoritaire). Le carbone 14 est un isotope radioactif du carbone. Les scientifiques s'en servent pour estimer l'âge d'objets anciens : œuvres d'art, fossiles...

Cet exercice a pour objectif d'étudier la désintégration radioactive du carbone 14.

**Données :** extrait du tableau périodique des éléments.

Élément	Symbole	Z	Élément	Symbole	Z
Hydrogène	H	1	Bore	B	5
Hélium	He	2	Carbone	C	6
Lithium	Li	3	Azote	N	7
Béryllium	Be	4	Oxygène	O	8

1. Donner la composition des noyaux de carbone  $^{12}_6\text{C}$  et  $^{14}_6\text{C}$ .
2. Indiquer pourquoi ces noyaux sont qualifiés d'isotopes.

Le carbone 14 subit une désintégration de type  $\beta^-$ .

3. Recopier sur sa copie et compléter l'équation de la réaction nucléaire suivante :



La loi de désintégration radioactive suit l'équation :  $dN(t) = -\lambda N(t)dt$ ; où  $N(t)$  est le nombre de noyaux radioactifs à l'instant  $t$ , et  $\lambda$  est la constante de la désintégration, avec  $\lambda > 0$ . Ainsi le nombre de noyaux radioactifs vérifie l'équation différentielle du 1<sup>er</sup> ordre :

$$(E) : y' = -\lambda y.$$

où  $y$  est une fonction de la variable réelle  $t$ , exprimée en année, définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$ . La fonction  $y$  représente le nombre de noyaux radioactifs.

4. En considérant  $y(0) = 100$ , montrer que pour  $t \geq 0$  :  $y(t) = 100 \times e^{-\lambda t}$ .
5. Déterminer la limite de  $y(t)$  lorsque  $t$  tend vers  $+\infty$ .
6. Résoudre l'équation  $y(t) = 50$ . Donner la réponse en fonction de  $\lambda$ .
7. **Sur le document réponse DRI en page 4 (à rendre avec la copie)**, déterminer graphiquement la valeur du temps de demi-vie  $t_{1/2}$ . La construction graphique doit apparaître sur le document réponse. On sait que :

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}.$$

8. En déduire la valeur de la constante de désintégration  $\lambda$ . En donner une valeur arrondie à  $10^{-5}$ .

**Exercice 3**

**4 points**

Mathématiques

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

**Partie A : QCM**

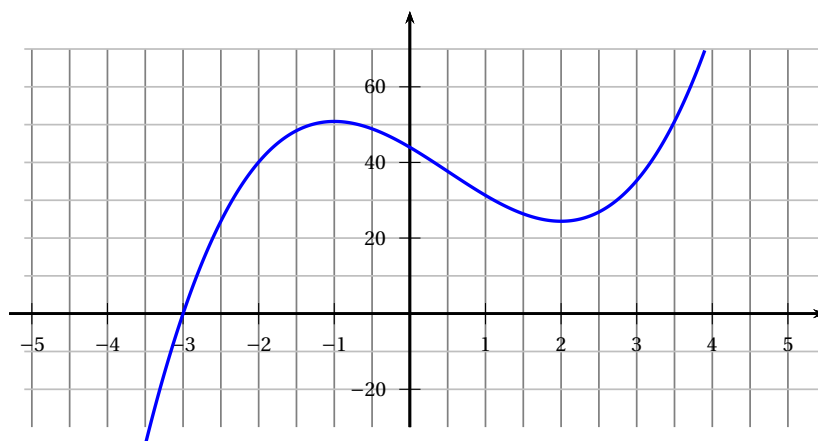
*Aucune justification n'est demandée pour ce questionnaire à choix multiples.*

*Une seule des quatre réponses proposées est exacte.*

*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la réponse choisie.*

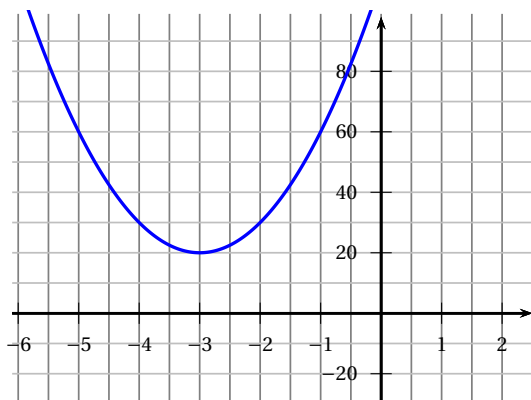
*Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.*

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

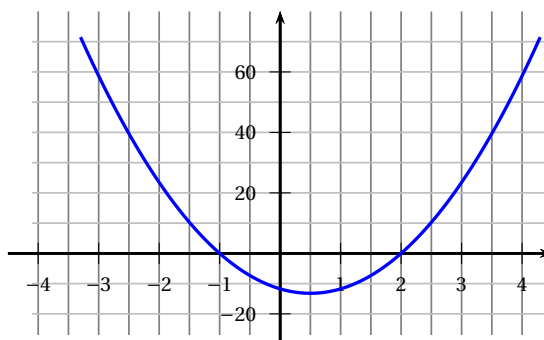


La représentation graphique de la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  peut être :

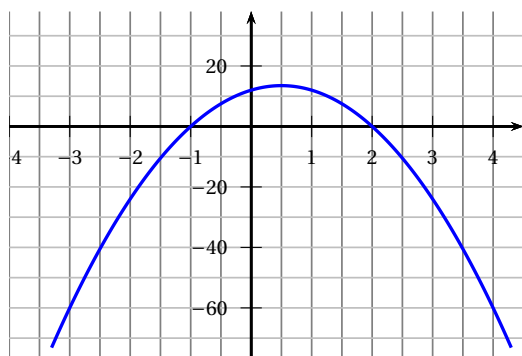
Proposition 1



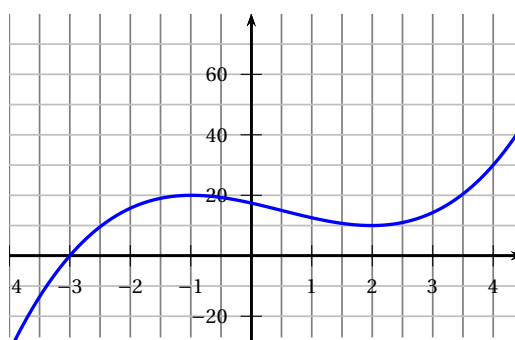
Proposition 2



Proposition 3



Proposition 4



**Partie B**

Une cuve est remplie d'un mélange gazeux contenant initialement 80 % de diazote. En raison d'une fuite, cette cuve perd chaque seconde 0,3 L du mélange gazeux. Pour compenser cette perte, on injecte 0,3 L de diazote par seconde afin que la cuve reste en permanence pleine.

On note  $f(t)$  la proportion du volume de diazote dans cette cuve à l'instant  $t$  exprimé en seconde, avec  $t$  dans  $[0 ; +\infty[$ . On admet que la fonction  $f$  est de la forme

$$f(t) = k e^{-0,02t} + 1.$$

1.
  - a. D'après l'énoncé, donner la valeur de  $f(0)$ .
  - b. En déduire que  $f(t) = -0,2 e^{-0,02t} + 1$  pour  $t$  dans  $[0 ; +\infty[$ .
2. On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .  
Calculer  $f'(t)$  et en déduire les variations de la fonction  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ .
3. Calculer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$  et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Déterminer le temps, exprimé en seconde, à partir duquel la proportion du volume de diazote dans la cuve sera supérieure ou égale à 95 %.
5. On considère le programme Python suivant :

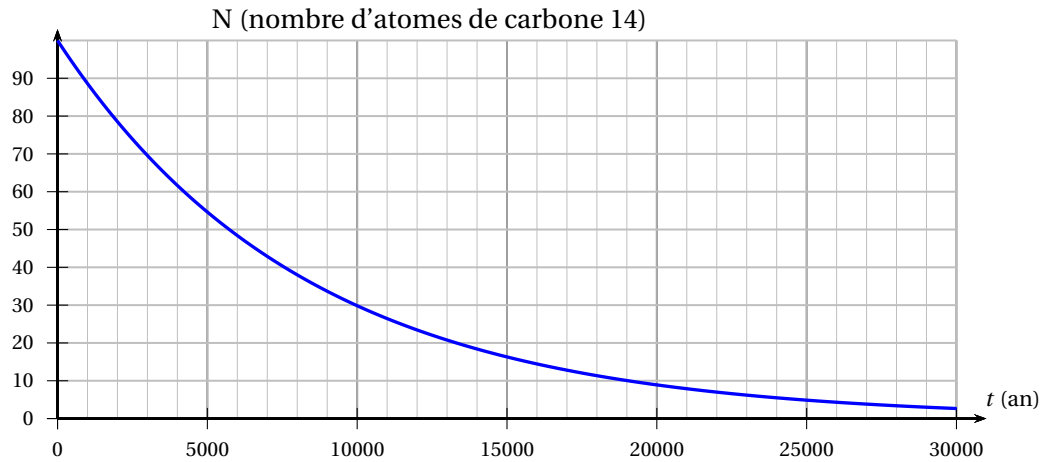
```
from math import exp
def temps() :
    t=0
    while - 0,2 * exp(-0,02 * t)+1 : .....
    t = .....
    return t
```

Sur le **document réponse DR2 en page 4 (à rendre avec la copie)**, compléter les pointillés pour que l'exécution de `temps()` renvoie le nombre entier correspondant au temps en seconde à partir duquel la proportion de diazote dans la cuve est supérieure ou égale à 95 %.

**DOCUMENT RÉPONSE**  
**À RENDRE OBLIGATOIREMENT AVEC LA COPIE**

**EXERCICE 1 — Datation au carbone 14**

**Document réponse DR1 :** courbe de désintégration radioactive du carbone 14.

**EXERCICE 3 (Mathématiques) — Partie B 4.b.**

**Document réponse DR2 :** programme Python

```

from math import exp
def temps() :
    t = 0
    while - 0,2 * exp(-0,02 * t)+1 : .....
    t = .....
    return t

```

♻ **Baccalauréat STL Épreuve d'enseignement de spécialité** ♻

**Métropole (sujet de secours) 9 septembre 2025**

**Physique-Chimie et Mathématiques**

**EXERCICE 1 : radioactivité et cinétique chimique**

**(physique-chimie et mathématiques)**

**5,5 points**

Les parties A et B sont indépendantes et présentent chacune une situation concrète dont la modélisation relève d'une équation différentielle du premier ordre.

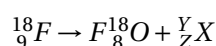
**Partie A : DANS LE DOMAINE DE LA RADIOACTIVITÉ**

La tomographie par émission de positons (TEP ou PETscan) repose sur l'injection intraveineuse d'une substance (le « traceur ») marquée par un atome radioactif, le fluor 18 ou le carbone 11, qui émet des particules particulaires, les positons. Le traceur est choisi pour se fixer sur un organe ou un tissu.

D'après <https://www.vidal.fr/sante/examens-tests-analyses-medicales/tomographie-emission-positons-petscan.html>

1. Le fluor 18 ( ${}^{18}_9\text{F}$ ) est un isotope radioactif du fluor. Donner la composition du noyau de l'isotope 18 du fluor.

Le fluor 18 se désintègre spontanément pour donner l'isotope 18 de l'oxygène ( ${}^{16}_8\text{O}$ ). L'équation de cette réaction nucléaire s'écrit :



2. Déterminer Y et Z. Préciser le type de cette désintégration ( $\alpha$ ,  $\beta^-$  ou  $\beta^+$ ).

Lors de l'utilisation du traceur radioactif, et afin de déterminer les doses à injecter, on définit « l'activité du traceur », notée  $A$ , comme le nombre de désintégrations par seconde, pour un échantillon donné. Elle est exprimée en becquerel (Bq).

Pour mener l'examen, il faut injecter une dose de traceur dont l'activité est proportionnelle à la masse du patient. L'activité du traceur à injecter est calculée en multipliant la masse du patient par une constante  $A_m = 3,6\text{MBq} \cdot \text{kg}^{-1}$ . La durée d'un tel examen est environ de deux heures.

3. Sachant qu'une mole de traceur possède une activité  $A = 63,4 \text{ GBq}$ , montrer que la quantité de matière  $n$  à injecter pour un patient de masse  $m = 60 \text{ kg}$  est environ égale à  $3,4 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ .

Le nombre  $N_0$  de noyaux de fluor 18 initial dans la dose injectée est de  $1,8 \times 10^{15}$ . On modélise la désintégration de ces  $1,8 \times 10^{15}$  noyaux par une fonction  $f$  qui au temps  $t$ , exprimé en minutes, associe le nombre  $f(t)$  de noyaux de fluor 18. On obtient la représentation de la fonction  $f$  donnée dans le document réponse **DR1 page 4, à rendre avec la copie**.

On rappelle que le temps de demi-vie,  $t_{1/2}$ , correspond à la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés.

4. {Mathématiques} Résoudre graphiquement l'équation  $f(t) = 0,9 \times 10^{15}$  et laisser apparents les traits de constructions sur le graphique du document **DR1 page 4, à rendre avec la copie.**

On admet que, pour tout réel  $t$  positif,  $f(t) = 1,8 \times 10^{15} \times e^{-\lambda t}$ , où  $\lambda$  est un réel.

5. {Mathématiques} Résoudre algébriquement l'équation  $0,9 \times 10^{15} = 1,8 \times 10^{15} \times e^{-80x}$ .

On note  $\lambda$  la solution de cette équation. Donner une valeur approchée de  $\lambda$  à  $10^{-4}$ . La relation entre la grandeur et le temps de demi-vie  $t_{1/2}$  s'écrit :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

6. Nommer la grandeur  $\lambda$ .
7. La valeur de la demi-vie du carbone 11 est d'environ 20 minutes. À partir des résultats obtenus à la question 4 et sachant que la durée d'un examen est d'environ deux heures, expliquer pourquoi on peut être amené à privilégier l'utilisation du fluor 18 pour certains examens.

### Partie B : DANS LE DOMAINE DE LA CINÉTIQUE

La vitamine C, ou acide L-ascorbique, contribue au bon fonctionnement de l'organisme. Présente dans les fruits et légumes frais, cette vitamine est fragile et disparaît rapidement après leur cueillette. En l'absence de dioxygène, la dégradation de la vitamine C suit une cinétique d'ordre 1.

On modélise la concentration en acide L-ascorbique dans un jus de fruit par une fonction dérivable  $g$  qui, au temps  $t$ , exprimé en heures, associe la concentration en acide L-ascorbique, exprimée en  $\text{mmol L}^{-1}$ . On note  $g'$  la fonction dérivée de la fonction  $g$ .

On admet que<sup>1</sup>, pour tout réel positif  $t$ ,  $g(t) = 2,5 \times e^{-0,026 \times t}$ . Une représentation graphique de la fonction  $g$  est présentée sur la figure 1.

---

1. Le texte original donne  $g(t) = 2,5 \times e^{-0,0026 \times t}$  ne correspondant pas au graphique

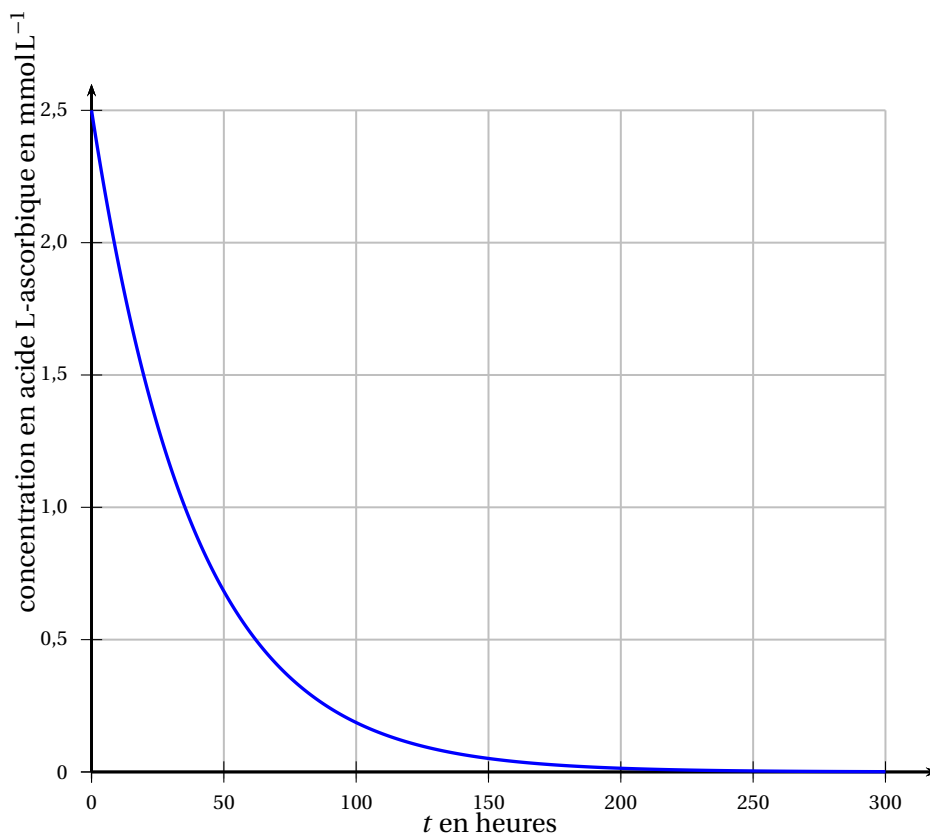


Figure 1 : modélisation de l'évolution de la concentration en acide L-ascorbique au cours du temps à la température  $\theta_1 = 25\text{ °C}$

La vitesse de disparition  $v_{disp}$  de l'acide L-ascorbique est  $-\frac{dg}{dt}$ .

On admet que, pour tout réel  $t$  positif, la vitesse de disparition de l'acide L-ascorbique est donnée par  $v_{disp}(t) = 0,065 \times e^{-0,026 \times t}$ .

8. {Mathématiques} Déterminer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} v_{disp}(t)$ .
9. Identifier le facteur cinétique expliquant que la vitesse de disparition de l'acide L-ascorbique tend vers 0.

On remarque que l'évolution de la concentration en acide L-ascorbique dans un jus de fruit au cours du temps à une température  $\theta_2$  inférieure à  $25\text{ °C}$  suit l'allure de la courbe représentée sur le graphique de la figure 2 ci-dessous.

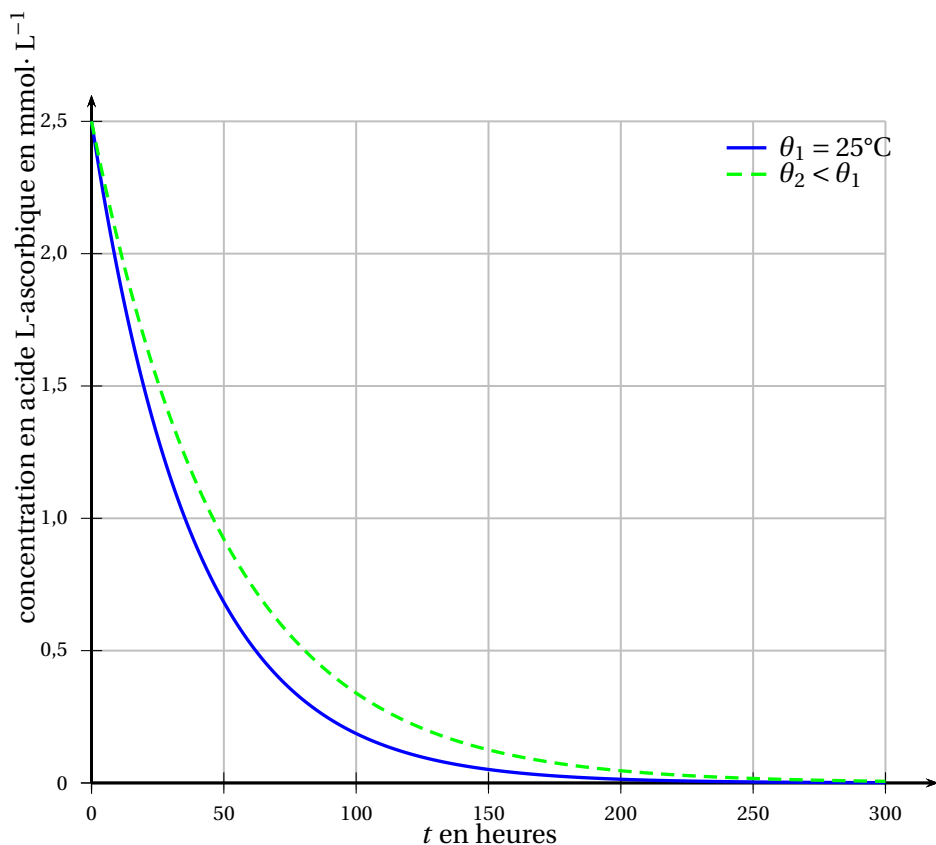


Figure 2 : modélisation de l'évolution de la concentration en acide L-ascorbique au cours du temps pour deux températures différentes

10. Dédurre, de l'analyse de la figure 2, une technique courante pour conserver la teneur en vitamine C dans un jus de fruit.

### EXERCICE 3 mathématiques

4 points

Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.

Il faut traiter les quatre questions.

#### Question 1

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x + 5 + e^x$ .

On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ .

Calculer  $f'(x)$ .

#### Question 2

Résoudre dans  $]0; +\infty[$  l'équation :

$$2\ln(x) - 1 = 7$$

#### Question 3

Soit le nombre  $T$  suivant :

$$T = e^{-5} \times e^2$$

En détaillant les calculs, écrire  $T$  sous la forme  $e^n$  où  $n$  est un nombre entier relatif.

#### Question 4

Soit  $g$  une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

On admet que  $g$  est la solution de l'équation différentielle  $y' = 0,2y + 1$  qui vérifie  $g(0) = 3$ .

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est la bonne réponse, recopier sur votre copie le numéro de la proposition qui vous semble correspondre à celle de la fonction  $g$ .

Proposition 1 :  $g(x) = e^{0,2x} + 2$

Proposition 2 :  $g(x) = 8e^{0,2x} - 5$

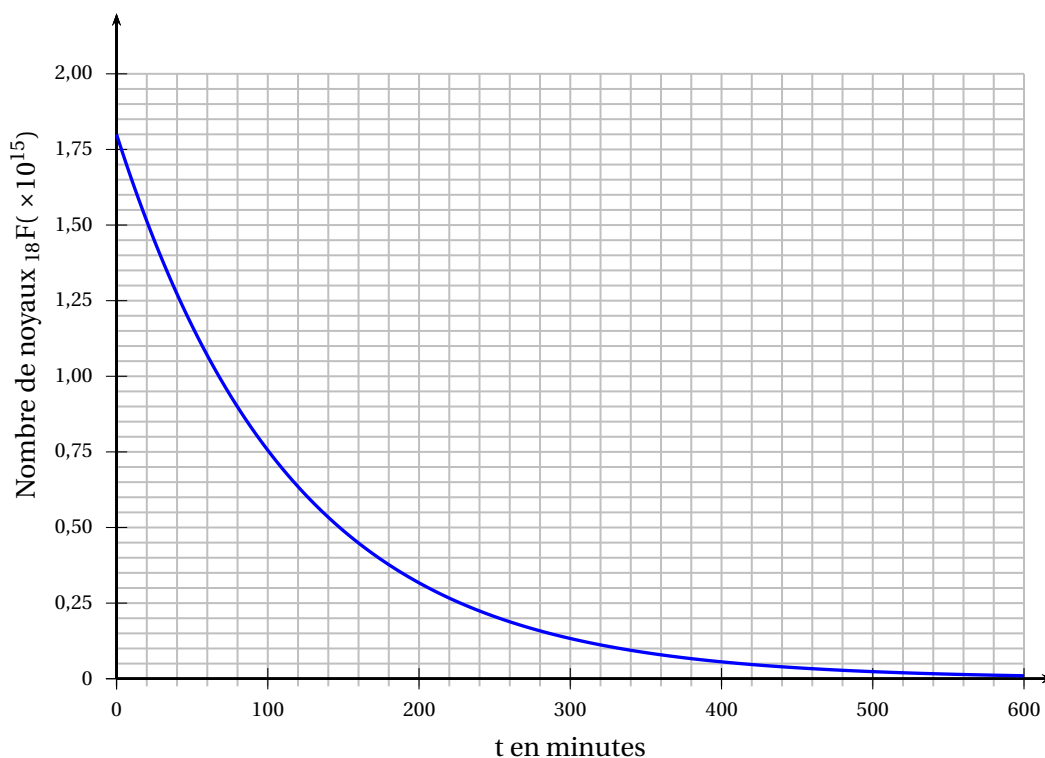
Proposition 3 :  $g(x) = 3e^{0,2x}$

Proposition 4 :  $g(x) = 6e^{-0,2x} - 3$

**Aucune justification n'est demandée pour cette question.**

### DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

**DRI – Exercice 1 :** modélisation de la loi de décroissance radioactive d'un échantillon de  $1,8 \times 10^{15}$  noyaux de fluor 18 par la représentation de la courbe de la fonction  $f$ .



♫ Baccalauréat STL Biotechnologies ♫

Polynésie – 19 juin 2025

A. P. M. E. P.

EXERCICE 1

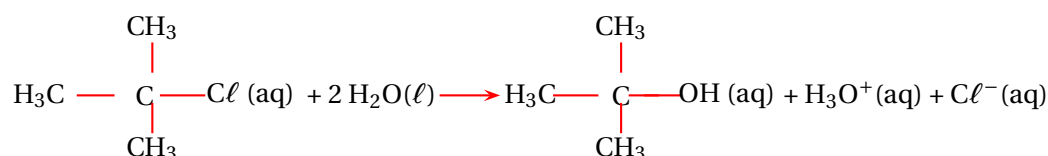
(physique-chimie et mathématiques)

4 points

**Cinétique de l'hydrolyse du 2-chloro-2-méthylpropane**

Le 2-chloro-2-méthylpropane est un liquide incolore et inflammable. Il est utilisé dans l'industrie comme réactif dans la synthèse de nombreuses espèces chimiques d'intérêt. Lorsqu'il est mélangé à l'eau, il se produit une transformation chimique lente et totale.

L'équation de la réaction modélisant cette transformation est :



L'objectif de l'exercice est de modéliser l'évolution au cours du temps de la concentration en 2-chloro-2-méthylpropane.

On réalise expérimentalement le suivi cinétique d'un mélange réactionnel, dont la concentration en 2-chloro-2-méthylpropane est  $C_0 = 9,0 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-2}$  à l'instant  $t = 0$ .

Le graphique fourni dans le document réponse DR1 (à rendre avec la copie) représente l'évolution de la concentration en 2-chloro-2-méthylpropane, notée  $C$ , en fonction du temps.

Dans les conditions de l'expérience, le 2-chloro-2-méthylpropane est le réactif limitant.

1. Sur le document réponse DR1 (à rendre avec la copie), déterminer graphiquement la valeur du temps de demi-réaction, noté  $t_{1/2}$ . La construction graphique doit apparaître sur le document réponse.
2. Donner la définition de la vitesse de disparition  $v$  du 2-chloro-2-méthylpropane en utilisant une relation littérale entre la vitesse  $v$ , la concentration  $C$  et le temps  $t$ .  
Dans les conditions de l'expérience, la réaction est d'ordre 1. La concentration en 2-chloro-2-méthylpropane vérifie l'équation différentielle du 1<sup>er</sup> ordre :

$$(E) \quad : \quad y' = -0,046y$$

où  $y$  est une fonction de la variable réelle  $t$  (en min) représentant la concentration en 2-chloro-2-méthylpropane (en  $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ ), définie et dérivable sur  $[0; +\infty[$ .

3. En considérant  $y(0) = 0,090$ , montrer que pour tout  $t \geq 0$  :  $y(t) = 0,090 \times e^{-0,046t}$ .
4. Déterminer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$ .
5. Résoudre l'équation  $y(t) = \frac{0,090}{2}$ .

Donner le résultat sous forme exacte puis une valeur approchée à  $10^{-1}$ .

6. Interpréter les résultats obtenus avec le modèle aux questions 4 et 5, en les confrontant aux résultats expérimentaux déduits graphiquement.

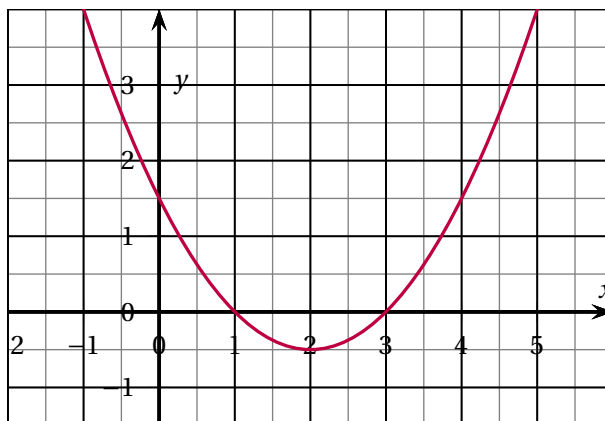
**EXERCICE 3****(mathématiques)****4 points**

Les trois parties ci-dessous sont indépendantes.

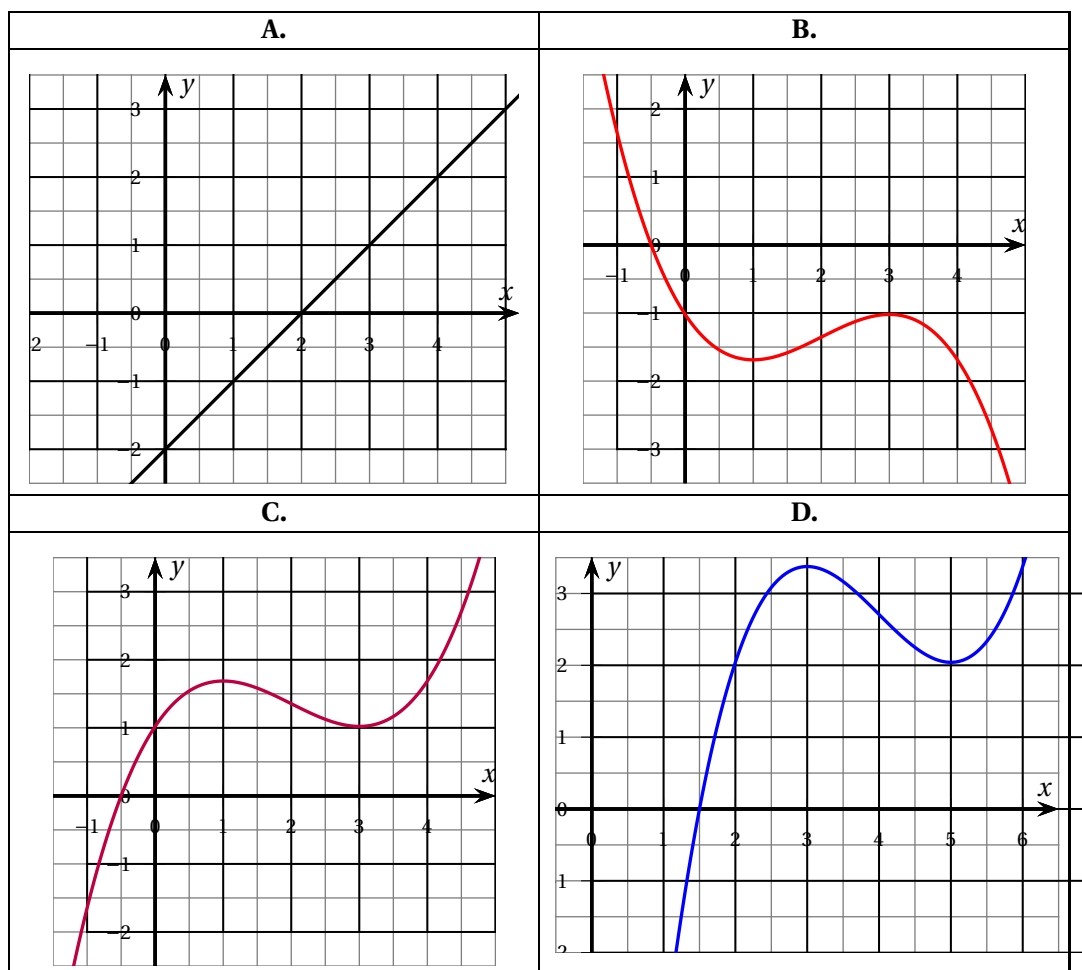
**Partie A**

Cette partie, composée de deux questions, est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la réponse choisie. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$ , dont on donne la représentation graphique ci-dessous.



Parmi les quatre propositions suivantes, laquelle représente une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ ?



2. Les nombres réels  $a, b > 0$  sont définis par  $\ln(a) = -2$  et  $\ln(b) = 3$ .

Alors  $\ln(a^{-2} \times b^3) = \dots$

A. 5	B. 9	C. 13	D. 17
------	------	-------	-------

### Partie B

Soit  $f$  la fonction définie pour tout  $t \geq 0$  par

$$f(t) = 5 - 3e^{-\frac{t}{10}}.$$

1. Calculer la dérivée de  $f$ .
2. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .

### Partie C

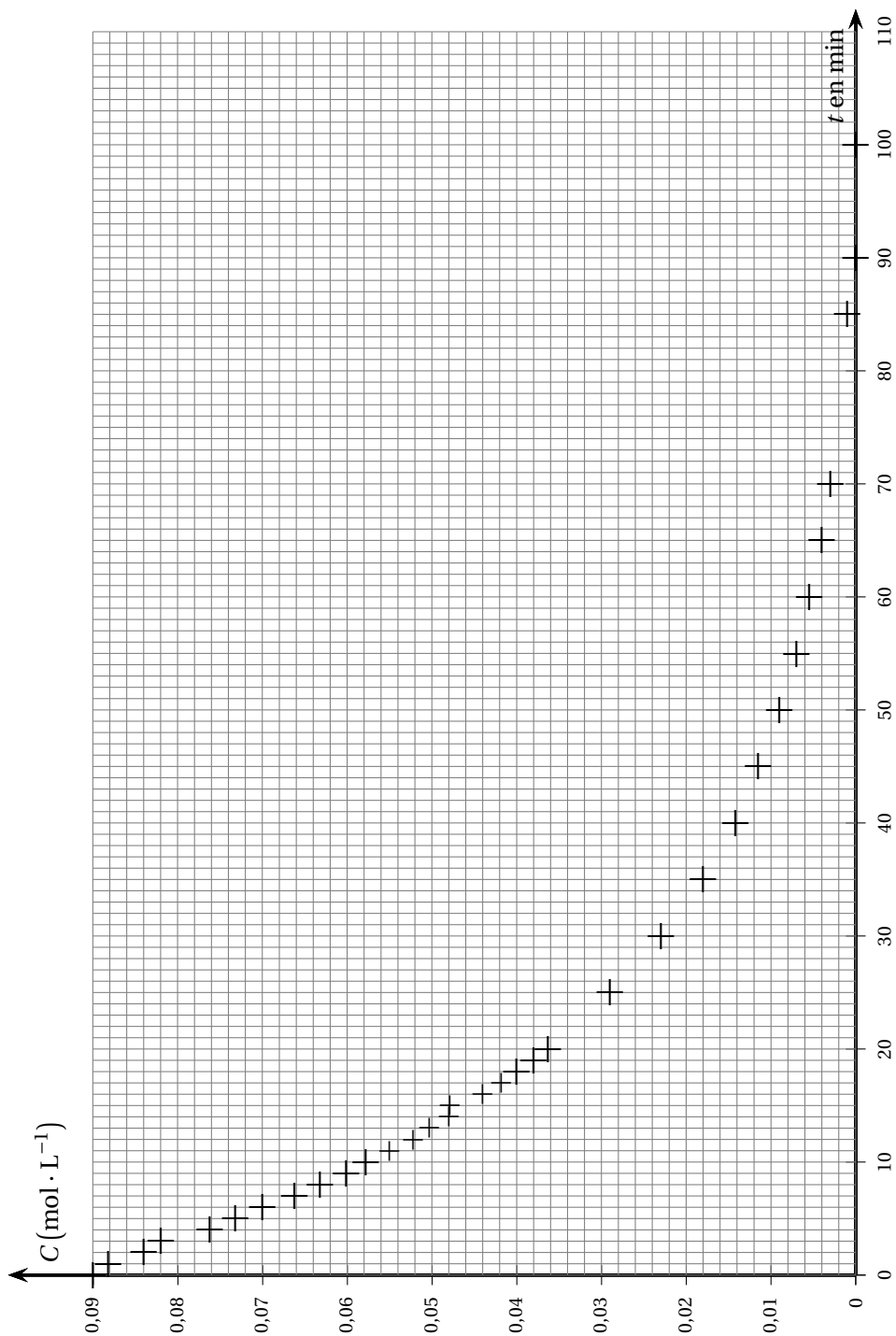
Calculer la valeur exacte de l'intégrale  $I = \int_0^{16} \frac{1}{2x+4} dx$ .

On écrira le résultat sous la forme  $I = \ln(n)$ , où  $n$  est un entier naturel non nul.

**DOCUMENT RÉPONSE**  
**À RENDRE OBLIGATOIREMENT AVEC LA COPIE**

**Exercice 1 – Cinétique de l'hydrolyse du 2-chloro-2-méthylpropane**

**Document réponse DR1 :** évolution de la concentration  $C$  en 2-chloro-2-méthylpropane en fonction du temps.



# ♻️ Baccalauréat STL Épreuve d'enseignement de spécialité ♻️

Métropole 17 juin 2025

Physique-Chimie et Mathématiques

A. P. M. E. P.

## EXERCICE 1 physique-chimie et mathématiques

5 points

Le mot « abricot » vient du latin *praecoquum* qui veut dire « précoce » car l'abricotier donne ses fruits tôt dans l'année. On peut synthétiser l'arôme d'abricot en laboratoire pour l'utiliser dans des produits de beauté et des aliments. La molécule correspondant à l'arôme d'abricot est le propanoate d'isoamyle. Pour le synthétiser, on fait réagir du 3-méthylbutan-1-ol et de l'acide propanoïque en présence d'acide sulfurique, utilisé comme catalyseur.

1. Écrire les formules topologiques des molécules 1 et 2.
2. Entourer le groupe caractéristique présent dans la molécule 2 sur la formule topologique précédente et nommer la fonction chimique associée à ce groupe.
3. Préciser le rôle du catalyseur.

La figure 1 ci-dessous présente l'évolution, en fonction du temps  $t$ , de la valeur de la concentration en acide propanoïque lors de la réaction de synthèse du propanoate d'isoamyle.

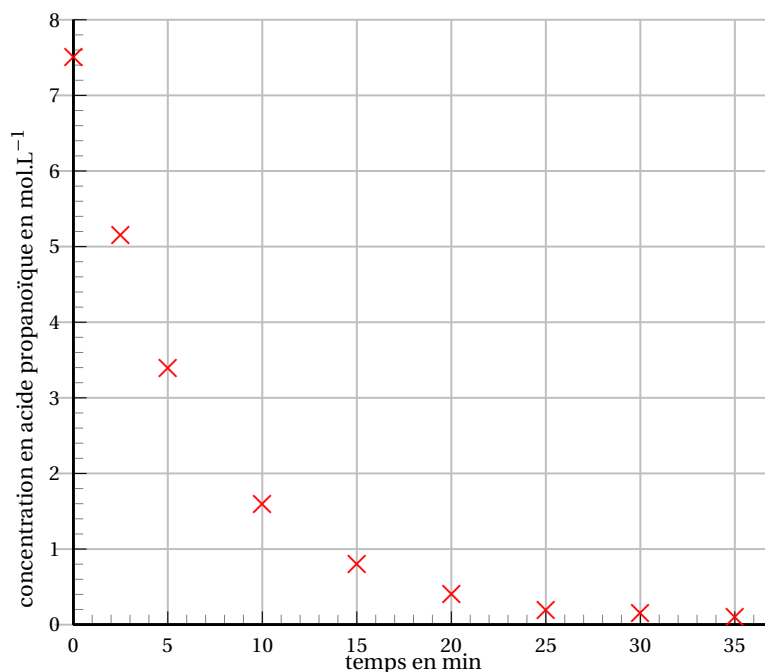


Figure 1 : évolution de la concentration en acide propanoïque en fonction du temps  $t$

4. Déterminer, par lecture graphique, la concentration initiale  $C_0$  en acide propanoïque.

La figure 2 ci-dessous présente l'évolution du logarithme népérien de la concentration en acide propanoïque en fonction du temps  $t$ . La droite d'équation  $y = -0,154t + 2,01$  est une approximation affine des points obtenus.

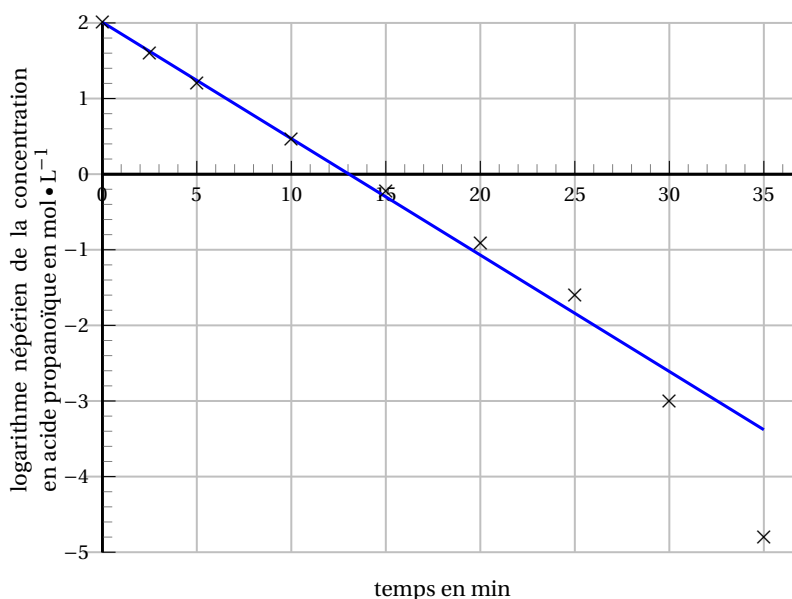


Figure 2 : évolution du logarithme népérien de la concentration au cours du temps  $t$

5. Préciser l'ordre de cette réaction.
6. Par identification, donner la valeur de la constante de vitesse  $k$ .

On définit la fonction  $\mathcal{C}$  modélisant la concentration en acide propanoïque en fonction du temps  $t$ . On admet que, pour tout réel  $t$  positif,  $\ln(\mathcal{C}(t)) = -0,154t + 2,01$ .

7. [Mathématiques] Vérifier que  $\mathcal{C}(t) = e^{2,01} \times e^{-0,154t}$ ,

Pour la suite de l'exercice, on admettra que pour tout réel  $t$  positif,  $\mathcal{C}(t) = 7,5 \times e^{-0,154t}$ ,

8. Donner la définition du temps de demi-réaction  $t_{1/2}$
9. Déterminer, par le calcul, la valeur de  $t_{1/2}$ .
10. [Mathématiques] Déterminer la limite de  $\mathcal{C}(t)$  lorsque  $t$  tend vers  $+\infty$ .
11. Interpréter votre résultat à partir de la figure 1.

### EXERCICE 3 Mathématiques

4 points

**Dans cet exercice, les quatre questions sont indépendantes.  
Il faut traiter les quatre questions.**

#### Question 1

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 5x^2 - 2x + 8\ln(x)$ .

Calculer l'image de 1 par la fonction  $f$ .

#### Question 2

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 5x^2 - 2x + 8\ln(x)$ .

On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

Calculer  $f'(x)$ .

**Question 3**

On donne le nombre  $A$  suivant :

$$A = \frac{e^{-12}}{e^3}$$

Écrire  $A$  sous la forme  $e^k$  où  $k$  est<sup>1</sup> un nombre entier relatif.

**Question 4**

On considère l'équation différentielle

$$(E) : y' = 3y - 12,$$

où  $y$  est une fonction de la variable  $x$ , dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Montrer que la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = 4e^{3x} + 4$  est solution de l'équation différentielle  $(E)$ .

---

1. Le texte original donne « étant »