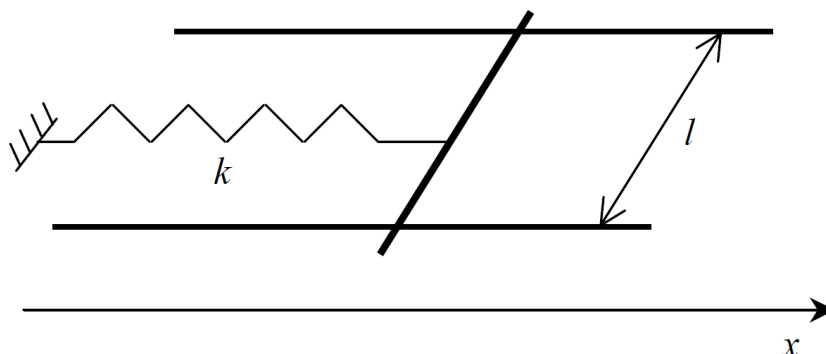


TD S4.2 - Oscillateurs amortis

Table des matières

1 Oscillations amorties d'une barre sur des rails	1
2 Réponse indicielle d'un circuit RLC série	3

1 Oscillations amorties d'une barre sur des rails



Une barre de masse m peut glisser sans frottements sur deux rails parallèles. Les deux rails et la barre forment un plan horizontal. Les seuls mouvements possibles de la barre sont des translations rectilignes parallèlement à la direction des rails notée (Ox) . La barre est liée à un ressort de raideur $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ et de longueur à vide $\ell_0 = 10 \text{ cm}$. L'origine des abscisses est choisie lorsque le ressort est au repos. On pose $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$. A l'instant initial, on lâche la barre sans vitesse initiale à l'abscisse $x = a$ avec $a > 0$.

1.1 Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la barre.

1.2 Déterminer l'expression de l'abscisse de la barre en fonction du temps.

1.3 Déterminer l'expression de l'énergie mécanique en fonction du temps.

1.4 Montrer, qu'en moyenne sur une période, l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle.

On reprend le problème précédent mais, cette fois, on suppose que la barre subit une force de frottements visqueux $\vec{f} = -h \vec{v}$ où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse de la barre et h un coefficient positif. On pose $2\alpha = \frac{h}{m}$ et on rappelle que $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

1.5 Trouver quelle est la dimension de h et donner son unité S.I.

1.6 Établir l'équation différentielle du mouvement et donner l'expression du facteur de qualité Q .

1.7 On suppose $\alpha \ll \omega_0$. Déterminer l'expression de l'abscisse x de la barre en fonction du temps t .

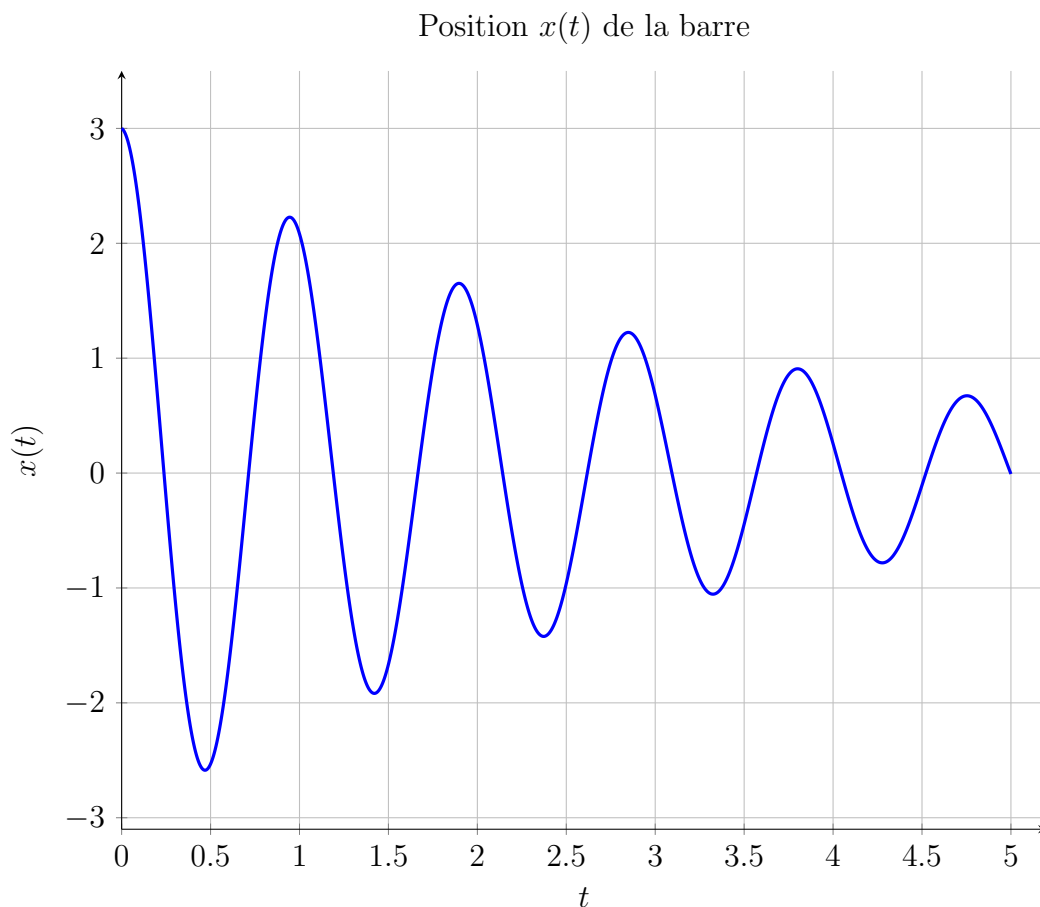
1.8 Représenter l'allure du graphe de $x(t)$ en fonction de t .

1.9 La condition d'amortissement faible précédente étant toujours vérifiée, montrer que l'énergie mécanique à l'instant t peut se mettre sous la forme approchée :

$$E_m(t) = \frac{ka^2}{2} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On donnera l'expression de τ .

On a réalisé un relevé expérimental de $x(t)$ en vue d'identifier les paramètres du système :



1.10 Montrer que le décrement logarithmique défini par $\delta = \ln \left(\frac{x(t)}{x(t+T)} \right)$ peut s'exprimer en fonction de Q par la formule :

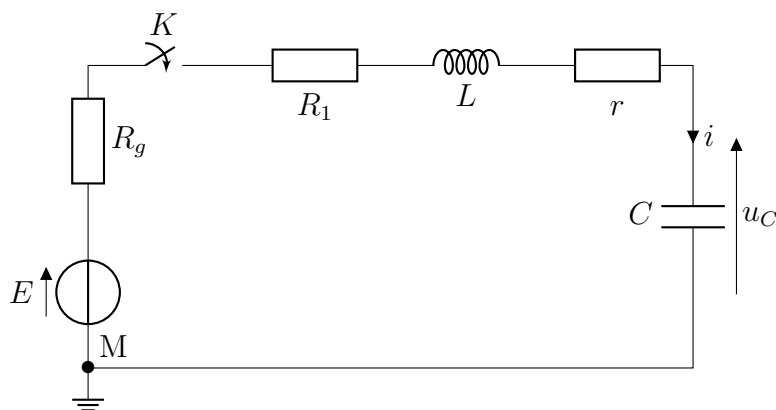
$$\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$$

En déduire la valeur de Q grâce au relevé expérimental.

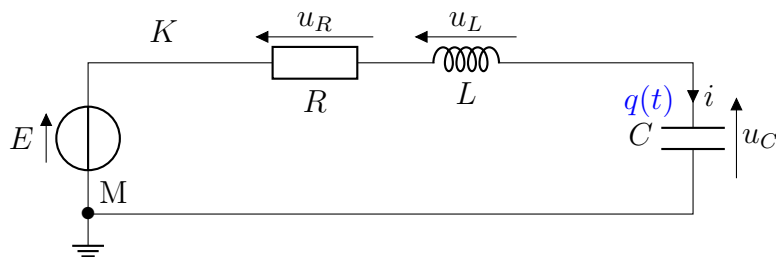
1.11 Mesurer la valeur de la pseudo-période T puis en déduire les valeurs de m et h .

2 Réponse indicielle d'un circuit RLC série

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante $E = 1\text{ V}$, $C = 0,1\text{ }\mu\text{F}$, $L = 0,15\text{ H}$ et R est la résistance totale du circuit quand K est fermé. Pour évaluer la résistance totale du circuit, on doit prendre en compte la résistance interne du générateur $R_g = 50\text{ }\Omega$, la résistance interne de la bobine $r = 13\text{ }\Omega$ plus une boîte à décade dont on peut faire varier la résistance R_1 qui est placée en série avec L et C . A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et le condensateur est déchargé :



Ainsi, une fois l'interrupteur K fermé, le circuit est équivalent au circuit ci-dessous avec $R = R_1 + R_g + r$:



2.1 Trouver l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$ à la fermeture de K . Quelle est le paramètre mécanique de l'exercice 1 qui est analogue à R .

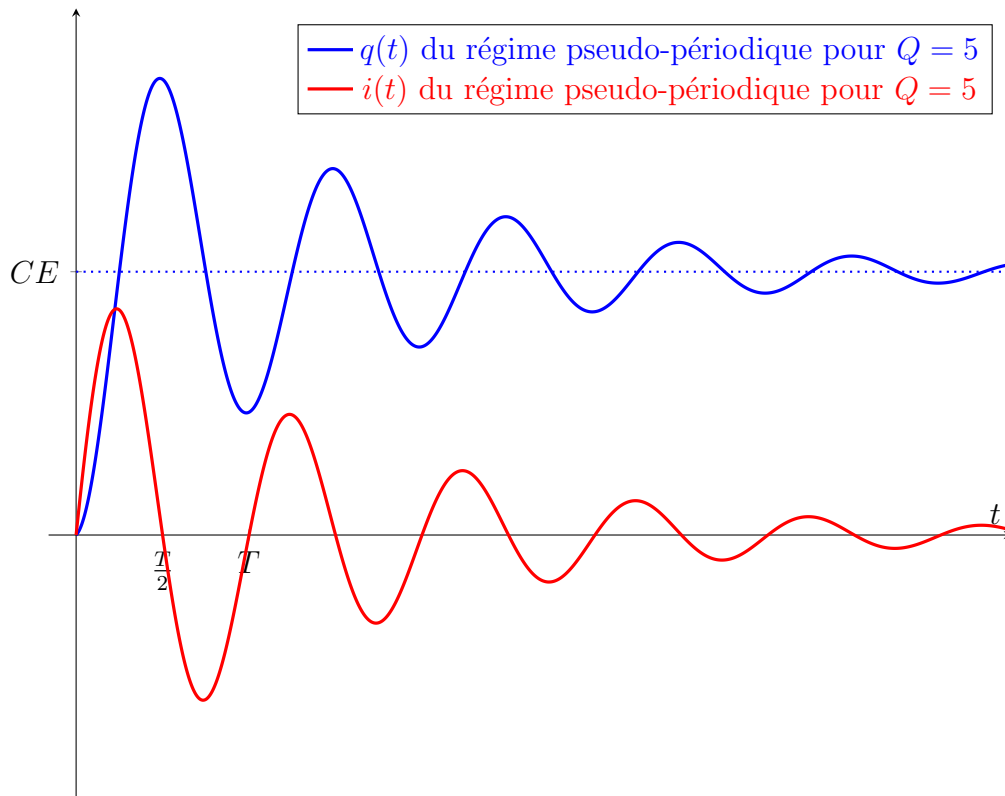
2.2 Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de cette oscillateur amorti.

2.3 Trouver l'expression de la résistance critique, notée R_c , qui est la valeur de la résistance totale du circuit pour laquelle on a le régime critique. Exprimer Q en fonction de R_c puis calculer R_c .

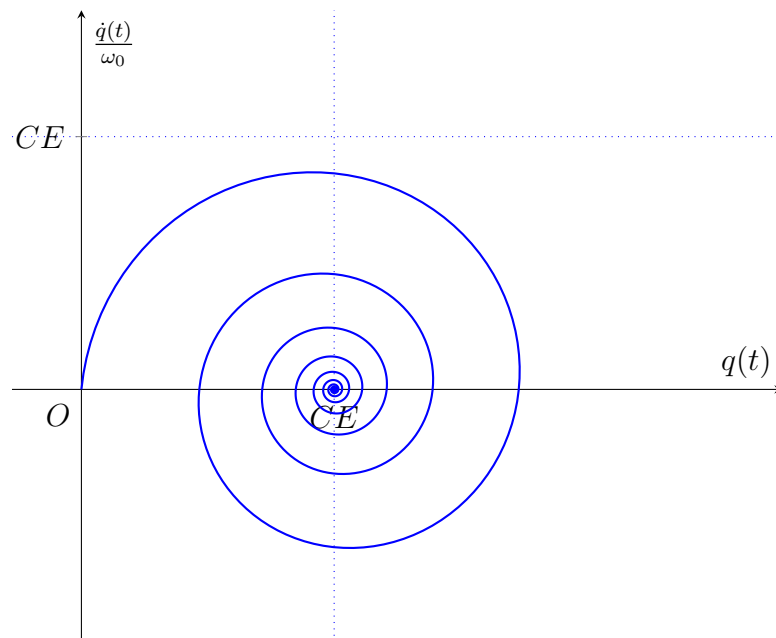
2.4 On règle la boîte à décade de résistance de manière à avoir $R_1 = 182\text{ }\Omega$. Calculer le facteur de qualité et la pulsation ω .

2.5 Donner l'expression de $q(t)$ et de $i(t)$ puis tracer leur allure à l'aide de votre calculatrice préférée. On pourra simplifier les expressions compte tenu du facteur de qualité élevé. Vous devez obtenir les courbes suivantes :

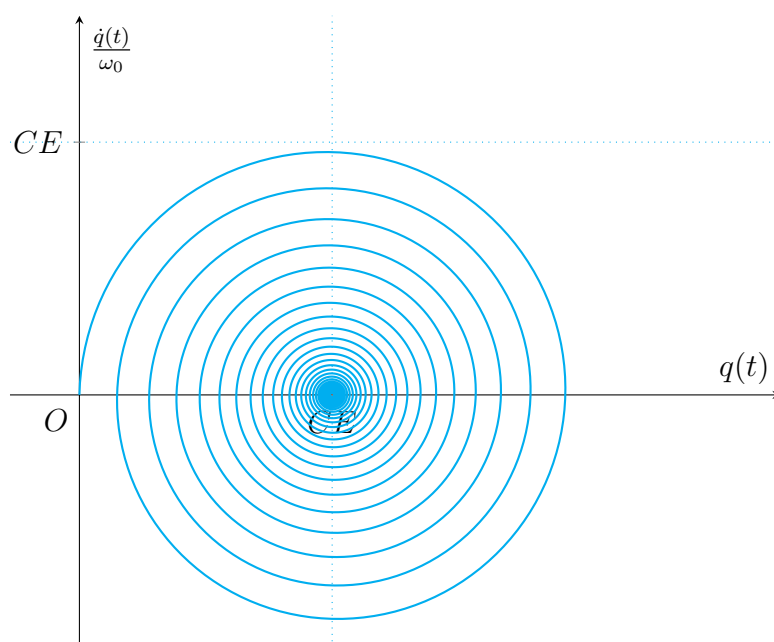
Allure de la charge $q(t)$ et de l'intensité du courant $i(t)$



2.6 Expliquer l'allure du diagramme de phase :



2.7 Expliquer la nouvelle allure du diagramme de phase pour $R_1 = 0 \Omega$:



2.8 Tracer l'allure du diagramme de phase pour $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$: