

Probabilités

I Vocabulaire

Définition :

Une expérience aléatoire est une expérience dont les résultats sont connus sans que l'on puisse les prévoir à l'avance.

Une issue est un résultat possible d'une expérience aléatoire.

L'univers associé à une expérience aléatoire est l'ensemble des résultats possibles. Il est généralement noté Ω .

Exemple : L'expérience aléatoire consistant à lancer un dé non truqué à six faces possède six issues : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On note $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

Application : Exercice 1

II Evènements

Définition :

Un évènement est un ensemble d'issues (résultats possibles) d'une expérience aléatoire.

Exemple : « Obtenir un chiffre pair » est un évènement regroupant 2, 4, 6 (les trois issues possibles).

Certains évènements sont particuliers. Dans chaque exemple, on prendra l'expérience aléatoire d'un lancer d'un dé non truqué à six faces :

- Un évènement est dit élémentaire lorsqu'il n'est composé que d'une seule issue.
Exemple : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 1 »
- Un évènement est dit impossible lorsqu'il ne peut pas se réaliser.
Exemple : « obtenir un 7 »
- Un évènement est dit certain lorsqu'il est obligé de se réaliser.
Exemple : « obtenir un chiffre inférieur à 10 »
- Deux évènements sont dits incompatibles quand ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.
Exemple : « obtenir un nombre pair » et « obtenir un nombre impair »
- L'évènement complémentaire (ou contraire) d'un évènement A est noté $\bar{A}$ (se lit A barre). C'est l'évènement qui rassemble toutes les issues qui ne composent pas l'évènement A.
Exemple : évènement A : « obtenir un 1 » ; évènement $\bar{A}$: « ne pas obtenir un 1 »

Application : Exercice 2

III Calcul d'une probabilité

Propriété :

La probabilité d'un évènement A est $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues possibles pour réaliser l'évènement } A}{\text{nombre total d'issues de l'expérience aléatoire}}$

Exemple : « Obtenir un chiffre pair » est un évènement regroupant 2, 4, 6 (les trois issues possibles).

La probabilité de cet évènement est donc égale à $p = \frac{3}{6}$

Propriété :

La somme des probabilités d'un évènement A et de son évènement contraire $\bar{A}$ est égale à 1.

Par conséquent, $p(A) = 1 - p(\bar{A})$ ou $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.

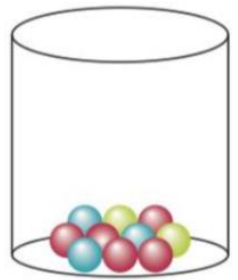
Remarque : Lorsque chaque issue d'une expérience aléatoire a la même probabilité de se produire, on dit que la situation est équiprobable, ou qu'il y a **équiprobabilité** (comme pour les 6 faces d'un dé).

Application : Exercice 3

Probabilités (Exercices)

Exercice 1

Dans une urne, on dispose 10 billes indiscernables au toucher : 5 sont rouges, 3 bleues et 2 vertes. Elles sont toutes numérotées de 1 à 10. On tire au hasard une bille sans regarder.



1/ Quelles sont les issues possibles si on s'intéresse au chiffre noté sur la bille ?

2/ Quelles sont les issues possibles si on s'intéresse à la couleur de la bille ?

Exercice 2

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

1/ Quelles sont les issues possibles pour réaliser l'évènement « Obtenir un roi » ?

2/ Quelles sont les issues possibles pour réaliser l'évènement « Obtenir un cœur » ?

3/ Quelles sont les issues possibles pour réaliser l'évènement « Obtenir une carte jaune » ?

Exercice 3

On lance un dé non truqué à six faces et on s'intéresse au chiffre obtenu.

1/ Donner l'univers associé à cette expérience.

2/ Quelle est la probabilité d'obtenir 6 ?

3/ Quelle est la probabilité d'obtenir « un chiffre inférieur ou égal à 2 » ?

4/ Quelle est la probabilité d'obtenir 10 ?

5/ Quelle est la probabilité d'obtenir « un chiffre valant au moins 3 » ?

6/ Quelle est la probabilité d'obtenir « un chiffre inférieur ou égal à 2 » ?

Exercice 4

Dans une tombola, 720 tickets sont vendus au prix de 2 €. Les lots sont fournis gratuitement par un magasin qui a accepté de sponsoriser le projet : un smartphone, une console de jeu, un ordinateur portable.

Un élève achète 1 ticket.

1/ Quelle est la probabilité qu'il gagne l'un des lots ?

2/ Quelle est la probabilité qu'il gagne l'ordinateur portable ?

Exercice 5

Dans un pot au couvercle rouge, on a mis 6 bonbons à la fraise et 10 bonbons à la menthe.

Dans un pot au couvercle bleu, on a mis 8 bonbons à la fraise et 14 bonbons à la menthe.

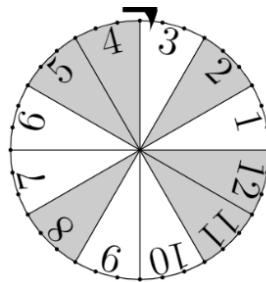
Les bonbons sont enveloppés de telle façon qu'on ne peut pas les différencier.

Lou préfère les bonbons à la fraise.

Dans quel pot a-t-elle le plus de chance de choisir un bonbon à la fraise ? Justifier

Exercice 6

Le jeu suivant consiste à faire tourner la roue et à considérer le nombre et la couleur de la case sur laquelle elle s'arrête.



Déterminer la probabilité des événements suivants :

- 1/ Evènement A : « le nombre obtenu est 6 »
- 2/ Evènement B : « on obtient une case grise »
- 3/ Evènement C : « le nombre obtenu est supérieur ou égal à 7 »
- 4/ Evènement D : « le nombre obtenu est pair sur une case grise »
- 5/ Evènement E : « le nombre obtenu est impair et la case est blanche »

Exercice 7

On place des boules indiscernables au toucher dans un sac. Sur chaque boule colorée est inscrite une lettre. Le tableau suivant présente la répartition des boules :

Lettre\Couleur	Rouge	Vert	Bleu
A	3	5	2
B	2	2	6

- 1/ Combien y a-t-il de boules dans le sac ?
- 2/ On tire une boule au hasard, on note sa couleur et sa lettre
 - a/ Vérifier qu'il y a une chance sur dix de tirer une boule bleue portant la lettre A.
 - b/ Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
 - c/ A-t-on autant de chance de tirer une boule portant la lettre A que de tirer une boule portant la lettre B ?

Exercice 8

Pierre a lancé dix fois un dé non truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6. A chaque fois, il a obtenu 6.

Il lance ce dé une 11^{ème} fois.

Quelle est la probabilité d'obtenir 6 au 11^{ème} lancer ?