

EXERCICE 1: - *Calculer* - Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous.

1. $y'' + y' + y = e^x$, avec $y(0) = 0$
2. $y'' - y = 1$
3. $4y'' - 12y' + 9y = xe^{\frac{3}{2}x}$
4. $y'' - y = 1 + xe^x$
5. $y'' + y = \cos x$
6. $y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$ avec $y(0) = 3$ et $y'(0) = 1$
7. $y'' + y' = x + \operatorname{ch} x$ où $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

☆

EXERCICE 2: - *Chercher - Calculer* -
Résoudre l'équation $(1 + x^2)y'' + 2xy' = 0$.

☆

EXERCICE 3: - *Calculer* -

1. Résoudre sur $\mathbb{R}^{+*}$ l'équation

$$x^2 y''(x) + 4xy'(x) - (x^2 - 2)y(x) = 0$$

en posant $z(x) = x^2 y(x)$.

☆

2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation

$$(1 + x^2)^2 y''(x) + 2(x - 1)(1 + x^2)y'(x) + y(x) = 0$$

en procédant au changement de variable $t = \arctan x$.

☆☆

Indications

Exercice 1

5. Chercher une solution particulière sous la forme $y_P(x) = P \cos x + Q \sin x$ avec P et Q deux polynômes.

Exercice 2

Attention, cette équation n'est pas à coefficients constants!! On ne pourra pas utiliser la méthode de l'équation caractéristique...

Exercice 3

1. Considérer $y(x) = \frac{z(x)}{x^2}$ et réinjecter dans la formule pour obtenir une équation du second degré sur la fonction z
2. Poser $z(t) = y(x)$ c'est-à-dire $z(t) = y(\tan t)$ et réinjecter dans l'équation.