

Objectifs du chapitre

- Connaître et utiliser la fonction exponentielle $f(x) = a^x$ et ses propriétés.
- Connaître et utiliser le logarithme décimal $\log(x)$ et ses propriétés.
- Résoudre des équations et **inéquations** exponentielles et logarithmiques.
- Faire le lien avec les suites géométriques et les modèles de croissance/décroissance.
- Appliquer dans des contextes professionnels : dépréciation, décibels, rendement.

Situation professionnelle — Dépréciation d'un outil de menuiserie

Un artisan menuisier achète une machine de découpe à 18 000 €. Sa valeur diminue chaque année selon un modèle exponentiel. En même temps, le niveau sonore de son atelier est mesuré en décibels, une grandeur elle aussi logarithmique. Comment prévoir la valeur de la machine ou résoudre des équations de niveau sonore ?

Introduction — Pourquoi des fonctions exponentielles ?

Dans de nombreuses situations réelles, une quantité est multipliée par un même coefficient à chaque étape : on parle alors de **modèle de croissance ou de décroissance exponentielle**.

MODÈLE DE CROISSANCE/DÉCROISSANCE

Si une quantité est multipliée par un facteur constant q à chaque unité de temps, alors après t unités de temps :

$$Q(t) = Q_0 \times q^t$$

où Q_0 est la valeur initiale et $q > 0, q \neq 1$.

Trois exemples concrets

EXEMPLE 1 — POPULATION DE BACTÉRIES

Une colonie de bactéries double toutes les heures. Si on part de P_0 bactéries :

$$P(t) = P_0 \times 2^t$$

Après 10 heures : $P(10) = P_0 \times 2^{10} = P_0 \times 1024$. La population est **multipliée par plus de 1000** en seulement 10 heures !

EXEMPLE 2 — CAPITAL AVEC INTÉRÊTS COMPOSÉS

Un capital de C_0 euros placé à 5 % **par an** donne, après n années :

$$C(n) = C_0 \times 1,05^n$$

Après 20 ans : $C(20) = C_0 \times 1,05^{20} \approx C_0 \times 2,65$. Le capital est **multiplié par 2,65**.

EXEMPLE 3 — ATTÉNUATION D'UN SIGNAL

Dans certains systèmes électroniques, un signal perd 20 % de son intensité à chaque étape de transmission :

$$I(n) = I_0 \times 0,8^n$$

Après 5 étapes : $I(5) = I_0 \times 0,8^5 \approx 0,328 \cdot I_0$. L'intensité n'est plus que **32,8 %** de sa valeur initiale.

1. Fonction exponentielle de base a

DÉFINITION

Soit $a > 0$ et $a \neq 1$. La **fonction exponentielle de base a** est :

$$f : x \longmapsto a^x$$

définie pour tout réel x . Le domaine de définition est $\mathbb{R}$.

PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES

Pour tous réels x et y , avec $a > 0$, $a \neq 1$:

- $a^{x+y} = a^x \times a^y$
- $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$
- $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
- $a^0 = 1$ — $a^1 = a$ — $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

APPLICATION

Un métreur investit dans une perceuse à colonne. Sa valeur suit la formule $V(t) = 6\,000 \times 0,85^t$. Calcule $V(3)$ et $V(5)$.

VARIATIONS

- Si $a > 1$: f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$ — quand x augmente, a^x augmente.
- Si $0 < a < 1$: f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}$ — quand x augmente, a^x diminue.
- La courbe passe toujours par $(0; 1)$ car $a^0 = 1$.
- $a^x > 0$ pour tout x : la courbe est toujours **strictement positive**.

Tableaux de variations

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x) = 2^x$	$\rightarrow 0^+$		$+\infty$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x) = (0,5)^x$	$+\infty$		$\rightarrow 0^+$

ATTENTION

a^x est **toujours strictement positif**. Il n'existe aucun réel x tel que $a^x \leq 0$.

De plus, l'axe des abscisses est une **asymptote horizontale** : la courbe s'en rapproche sans jamais la toucher.

Graphique comparatif : $f(x) = 2^x, g(x) = 0,5^x, h(x) = 10^x$



Tableau de valeurs comparatif pour différentes bases

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2^x	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8
$0,5^x$	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125
3^x	$\approx 0,037$	$\approx 0,111$	$\approx 0,333$	1	3	9	27
10^x	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000

EXEMPLES CALCULÉS

- 1. $2^5 = 32$; $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$
- 2. Vérification de $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$: $2^3 \times 2^4 = 8 \times 16 = 128 = 2^7 \checkmark$
- 3. $(3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8 = 6561$
- 4. $5^0 = 1$; $5^1 = 5$; $5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$

2. Logarithme décimal

DÉFINITION

Le **logarithme décimal** (noté $\log$ ou $\log_{10}$) est la fonction réciproque de $x \mapsto 10^x$.

Pour tout réel $x > 0$:

$$y = \log(x) \iff 10^y = x$$

Le domaine de définition est $]0; +\infty[$. **$\log(x)$ n'existe pas pour $x \leq 0$.**

VALEURS REMARQUABLES

x	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000
$\log(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3

En particulier : $\log(1) = 0$ et $\log(10) = 1$.

PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES

Pour tous réels $a > 0$, $b > 0$ et tout entier n :

$$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

$$\log(a^n) = n \times \log(a)$$

$$\log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log(a)$$

APPLICATION

Simplifie : $\log(5) + \log(20)$. Puis résous $10^x = 500$.

VARIATIONS DE $\log$

La fonction $\log$ est **strictement croissante** sur $]0; +\infty[$:

$$0 < a < b \implies \log(a) < \log(b)$$

De plus : $\log(a) < 0$ si $0 < a < 1$; $\log(a) = 0$ si $a = 1$; $\log(a) > 0$ si $a > 1$.

Tableau de variations de $\log$

x	0^+		$+\infty$
$\log(x)$	$-\infty$		$+\infty$

Courbe représentative de $y = \log(x)$

EXEMPLES CALCULÉS (AVEC $\log 2 \approx 0,301$)

- $\log(1000) = \log(10^3) = 3 \times \log(10) = 3$
- $\log(0,01) = \log(10^{-2}) = -2$
- $\log(200) = \log(2 \times 100) = \log(2) + \log(100) = 0,301 + 2 = 2,301$
- $\log(5) = \log\left(\frac{10}{2}\right) = 1 - 0,301 = 0,699$
- $\log(8) = \log(2^3) = 3 \times 0,301 = 0,903$

3. Résolution d'équations exponentielles et logarithmiques

APPLICATION

Un artisan menuisier achète du matériel qui perd 10 % par an. Sa valeur vaut $V(t) = 15\,000 \times 0,9^t$. Au bout de combien d'années sa valeur est-elle inférieure à 7 500 € (moitié du prix) ?

MÉTHODE — RÉSOUDRE $A^x = B$

Avec $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, on applique $\log$ des deux membres :

$$a^x = b \implies \log(a^x) = \log(b) \implies x \cdot \log(a) = \log(b) \implies x = \frac{\log(b)}{\log(a)}$$

La fonction $\log$ étant croissante, elle conserve les équivalences.

MÉTHODE — RÉSOUDRE $\log(x) = K$

$$\log(x) = k \implies x = 10^k$$

Exemple :

$$\log(x) = 2,5 \implies x = 10^{2,5} \approx 316$$

EXEMPLE 1 — ÉQUATION $2^x = 50$

$$\log(2^x) = \log(50)$$

$$x \cdot \log(2) = \log(50)$$

$$x = \frac{\log(50)}{\log(2)} = \frac{1,699}{0,301} \approx \mathbf{5,64}$$

Vérification : $2^{5,64} \approx 50 \checkmark$

EXEMPLE 2 — ÉQUATION LOGARITHMIQUE $\log(x) = 3,2$

$$\log(x) = 3,2 \implies x = 10^{3,2} \approx \mathbf{1585}$$

Vérification : $\log(1585) \approx 3,2 \checkmark$

4. Résolution d'inéquations exponentielles et logarithmiques

MÉTHODE — RÉSOUDRE $Q^x \geq A$ (OU $\leq, <, >$)

On applique $\log$ des deux membres, puis on divise par $\log(q)$.

Attention au signe !

- Si $q > 1$ c'est-à-dire $\log(q) > 0$: on divise sans changer le sens de l'inégalité.
- Si $0 < q < 1$ c'est-à-dire $\log(q) < 0$:

le sens s'INVERSE

lors de la division.

MÉTHODE — RÉSOUDRE $\log(x) \geq A$

Comme $\log$ est une fonction

croissante

, le sens de l'inégalité est

conservé

:

$$\log(x) \geq a \iff x \geq 10^a$$

(valable pour $x > 0$, condition de définition du logarithme)

EXEMPLE 1 — $2^x \geq 8$ (BASE $Q = 2 > 1$)

On remarque que $8 = 2^3$, donc : $2^x \geq 2^3$. Comme $f(x) = 2^x$ est croissante :

$$x \geq 3$$

Méthode $\log$: $x \cdot \log(2) \geq \log(8)$; $\log(2) > 0$ donc $x \geq \frac{\log(8)}{\log(2)} = \frac{3 \times 0,301}{0,301} = 3 \checkmark$

EXEMPLE 2 — $2^x \leq 50$ (BASE $Q=2 > 1$)

Application du logarithme :

$$x \cdot \log(2) \leq \log(50)$$

$$\log(2) = 0,301 > 0 \Rightarrow \text{sens conservé}$$

$$x \leq \frac{\log(50)}{\log(2)} = \frac{1,699}{0,301} \approx 5,64$$

Solution : $x \leq 5,64$.

EXEMPLE 3 — $(0,85)^N < 0,5$ (BASE $Q=0,85 < 1$) ⚠ INVERSION !

Application du logarithme :

$$n \cdot \log(0,85) < \log(0,5)$$

$$\log(0,85) \approx -0,0706 < 0 \Rightarrow \text{le sens s'INVERSE lors de la division !}$$

$$n > \frac{\log(0,5)}{\log(0,85)} = \frac{-0,301}{-0,0706} \approx 4,26$$

Puisque n est un entier : $n \geq 5$.

Vérification : $0,85^4 \approx 0,522 > 0,5$; $0,85^5 \approx 0,444 < 0,5$ ✓

EXEMPLE 4 — $\log(x) \geq 2$

$\log$ est croissante, donc :

$$\log(x) \geq 2 \iff x \geq 10^2 = 100$$

Solution : $x \geq 100$ (et $x > 0$ pour que $\log$ soit définie).

EXEMPLE 5 — $\log(x) < -1$

$\log$ est croissante, donc :

$$\log(x) < -1 \iff x < 10^{-1} = 0,1$$

On combine avec la condition de définition $x > 0$:

$$0 < x < 0,1$$

5. Lien avec les suites géométriques

RAPPEL

Une **suite géométrique** de premier terme u_0 et de raison q vérifie :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Ces suites modélisent toute évolution par multiplication successive d'un même coefficient (croissance, décroissance, intérêts composés, dépréciation...).

TROUVER LE RANG N TEL QUE $U_N < S$

$$u_0 \times q^n < S \implies q^n < \frac{S}{u_0}$$

On applique $\log$ puis on divise par $\log(q)$ en prenant garde à son signe.

EXEMPLE

Soit $u_n = 5000 \times 0,9^n$. À partir de quel rang n a-t-on $u_n < 1000$?

$$0,9^n < \frac{1000}{5000} = 0,2$$

$$n \cdot \log(0,9) < \log(0,2)$$

$\log(0,9) \approx -0,0458$ (négatif) $\Rightarrow$ sens inverse

$$n > \frac{\log(0,2)}{\log(0,9)} = \frac{-0,699}{-0,0458} \approx 15,27$$

Donc à partir de $n = 16$.

6. Application professionnelle — Dépréciation d'un outil

ERA

TMA

CONTEXTE PROFESSIONNEL

Un outil industriel coûte 12 000 € à l'achat. Sa valeur diminue de 15 % chaque année (dépréciation).

On note $V(n)$ sa valeur après n années.

$$V(n) = 12\,000 \times 0,85^n$$

Questions :

1. Quelle est la valeur après 5 ans ?
2. Au bout de combien d'années la valeur passe-t-elle sous 2 000 € ?

Réponse 1 — Valeur après 5 ans

$$V(5) = 12\,000 \times 0,85^5$$

Calcul pas à pas : $0,85^2 = 0,7225$; $0,85^4 = (0,85^2)^2 = 0,7225^2 \approx 0,5220$;

$$0,85^5 = 0,5220 \times 0,85 \approx 0,4437$$

$$V(5) = 12\,000 \times 0,4437 \approx \mathbf{5\,324} \text{ \textbackslash euro}$$

RÉSOLUTION

On cherche n tel que $V(n) < 2\,000$:

$$12\,000 \times 0,85^n < 2\,000$$
$$0,85^n < \frac{2\,000}{12\,000} = \frac{1}{6} \approx 0,1\bar{6}$$

Application du logarithme :

$$n \cdot \log(0,85) < \log\left(\frac{1}{6}\right)$$

$\log(0,85) \approx -0,0706$ (négatif !) ; $\log(1/6) = -\log(6) \approx -0,7782$

Division par $\log(0,85) < 0 \Rightarrow$

le sens s'inverse

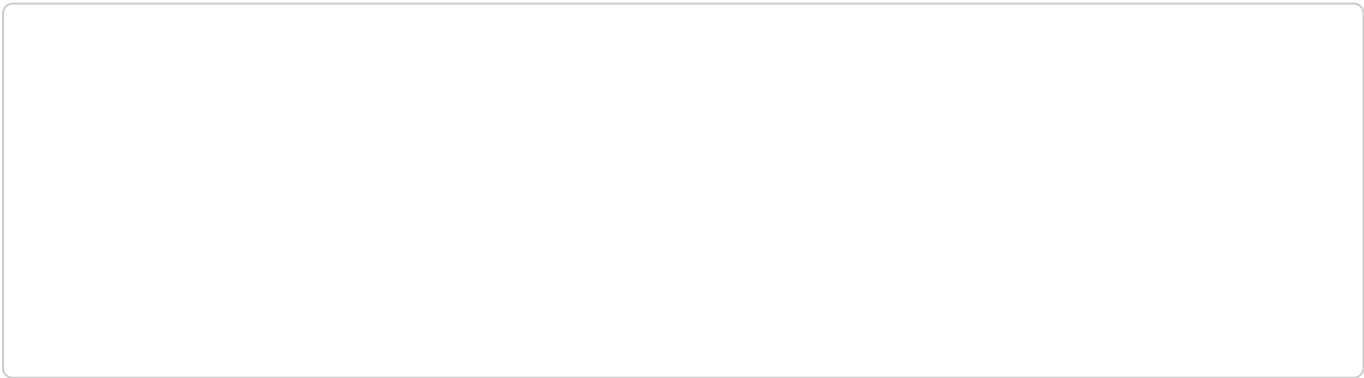
:

$$n > \frac{-0,7782}{-0,0706} \approx 11,02$$

$\Rightarrow$ À partir de $n = 12$ années, $V(n) < 2\,000$ \euro.

Tableau de dépréciation

Années n	0	2	4	6	8	10	12	15
Valeur (\euro)	12 000	8 670	6 264	4 526	3 270	2 362	1 707	1 048



Simulateur interactif de dépréciation

Valeur initiale V_0 (€) :

Taux de perte annuel (%) :

Seuil cible (€) :

Cliquez sur « Calculer » pour voir le résultat.

7. Application professionnelle — Niveau sonore en décibels

ICCR

ACOUSTIQUE INDUSTRIELLE

En acoustique, le **niveau sonore en décibels (dB)** est défini par :

$$L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I est l'intensité sonore (W/m^2) et $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ est le seuil d'audibilité.

Niveaux sonores de référence

Source	Niveau L (dB)	Intensité I (W/m^2)
Seuil d'audibilité	0	10^{-12}
Conversation normale	60	10^{-6}
Machine-outil	90	10^{-3}
Marteau-piqueur	100	10^{-2}
Seuil de la douleur	120	1

EXEMPLE 1 — CALCULER LE NIVEAU EN DB

Une machine produit une intensité $I = 5 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$.

$$\begin{aligned} L &= 10 \times \log\left(\frac{5 \times 10^{-4}}{10^{-12}}\right) = 10 \times \log(5 \times 10^8) \\ &= 10 \times [\log(5) + \log(10^8)] = 10 \times (0,699 + 8) = 10 \times 8,699 \approx \mathbf{87 \text{ dB}} \end{aligned}$$

EXEMPLE 2 — TROUVER L'INTENSITÉ À PARTIR DU NIVEAU

Un panneau de contrôle indique $L = 85 \text{ dB}$. Calculer I .

$$\begin{aligned} 85 &= 10 \times \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \implies \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 8,5 \\ \frac{I}{10^{-12}} &= 10^{8,5} \approx 3,162 \times 10^8 \implies I \approx 3,16 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Calculateur de niveau sonore

Entrer $I \text{ (W/m}^2\text{)}$:

Résultat ici.

Entrer $L \text{ (dB)}$:

Résultat ici.

8. Explorateur interactif

Calculer a^x et $\log(v)$

Base a :

$a > 0, a \neq 1$

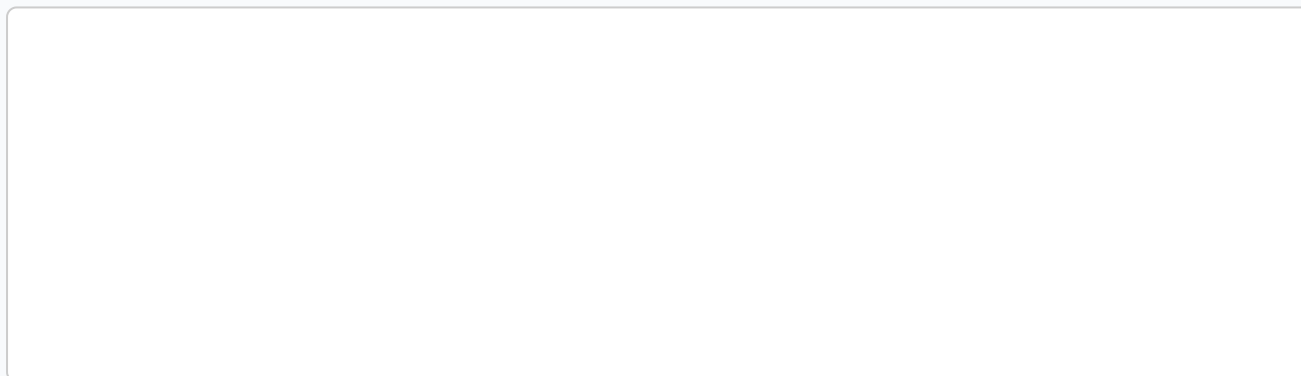
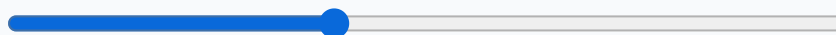
Exposant x :

Valeur pour log :

Cliquez sur Calculer.

Graphique interactif de $f(x) = a^x$

Base $a = 2,00$



9. Tableau récapitulatif des propriétés

Propriété	Fonction expo a^x	Logarithme décimal $\log(x)$
Domaine de définition	$\mathbb{R}$ (tout réel)	$]0; +\infty[$
Valeur remarquable	$a^0 = 1$	$\log(1) = 0$; $\log(10) = 1$
Signe	Toujours > 0	Négatif si $0 < x < 1$, positif si $x > 1$
Croissance ($a > 1$)	Croissante	Croissante (toujours)
Produit / somme	$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$	$\log(ab) = \log a + \log b$
Quotient / différence	$a^{x-y} = a^x / a^y$	$\log(a/b) = \log a - \log b$
Puissance / coefficient	$(a^x)^y = a^{xy}$	$\log(a^n) = n \log a$
Lien réciproque	$\log(10^x) = x$; $10^{\log x} = x$; $a^x = 10^{x \log a}$	

10. À retenir

Les formules essentielles du chapitre :

- a^x définie sur $\mathbb{R}$, toujours > 0 , vaut 1 en $x = 0$.
- $\log(x)$ définie sur $]0; +\infty[$; $\log(1) = 0$; $\log(10) = 1$.
- Propriétés : $\log(ab) = \log a + \log b$; $\log(a^n) = n \log a$.
- Résoudre $a^x = b$: $x = \frac{\log b}{\log a}$.
- Inéquation avec $\log(q) < 0$ (base $0 < q < 1$) : le sens de l'inégalité **s'inverse**.
- Suite géométrique : $u_n = u_0 \times q^n$.
- Niveau sonore : $L = 10 \times \log(I/I_0)$ avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

11. Erreurs fréquentes

ERREUR 1 — LOG D'UNE SOMME

$$\log(a + b) \neq \log(a) + \log(b)$$

Exemple : $\log(10 + 90) = \log(100) = 2$, mais $\log(10) + \log(90) = 1 + 1,954 = 2,954 \neq 2$.

ERREUR 2 — LOG D'UN PRODUIT VS PRODUIT DE LOGS

$$\log(a \times b) \neq \log(a) \times \log(b)$$

La bonne formule est : $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$ (addition, pas multiplication).

Exemple : $\log(2 \times 5) = \log(10) = 1$, mais $\log(2) \times \log(5) \approx 0,301 \times 0,699 \approx 0,21 \neq 1$.

ERREUR 3 — OUBLIER D'INVERSER LE SENS AVEC BASE $0 < Q < 1$

Lorsqu'on résout $q^x < k$ avec $0 < q < 1$, diviser par $\log(q) < 0$ **inverse le sens de l'inégalité !**

Exemple : $0,5^x < 0,25 = 0,5^2 \implies x > 2$ (car $0,5^x$ est décroissante).

ERREUR 4 — CONFONDRE EXPONENTIELLE ET PUISSANCE

a^x (exponentielle) est très différent de x^a (puissance) :

- 2^x : l'exposant est la variable, la base est fixe $\rightarrow$ croissance très rapide.
- x^2 : la base est la variable, l'exposant est fixe $\rightarrow$ parabole.

Exemple : $2^{10} = 1024$ mais $10^2 = 100$. Pour de grandes valeurs, $2^x \gg x^2$.

ERREUR 5 — DOMAINE DE DÉFINITION DU LOGARITHME

$\log(0)$ n'existe **pas**. $\log$ d'un nombre négatif n'existe **pas**.

Le domaine de définition de $\log$ est strictement $]0 ; +\infty[$.

Attention : quand on résout $\log(x) = k$, la solution $x = 10^k$ est automatiquement > 0 .

ERREUR 6 — CONFONDRE 2^X ET $2 \times X$

$$2^x \neq 2 \times x.$$

Exemples : $2^3 = 8$ mais $2 \times 3 = 6$; $2^{10} = 1024$ mais $2 \times 10 = 20$.

12. Mini-exercices corrigés

EXERCICE 1 — CALCULS LOGARITHMIQUES SANS CALCULATRICE

Calculer :

a) $\log(10^7)$ b) $\log(0,001)$ c) $\log(400)$ (on donne $\log 2 \approx 0,301$)

► [Voir la correction](#)

EXERCICE 2 — ÉQUATIONS EXPONENTIELLES ET LOGARITHMIQUES

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $3^x = 27$ b) $5^x = 200$ c) $\log(x) = 3,2$

► [Voir la correction](#)

EXERCICE 3 — ERA / TMA DÉPRÉCIATION D'UN VÉHICULE

Un véhicule utilitaire est acheté 28 000 €. Sa valeur diminue de 12 % chaque année.

a) Écrire la formule de $V(n)$ après n années.

b) Calculer $V(3)$.

c) Après combien d'années sa valeur est-elle inférieure à 10 000 € ?

► [Voir la correction](#)

EXERCICE 4 — ICCER ACOUSTIQUE INDUSTRIELLE

Dans un atelier, on mesure $L = 92$ dB près d'une machine.

On rappelle : $L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 10^{-12}$ W/m².

- a) Calculer l'intensité sonore I en W/m².
- b) Après isolation, le niveau tombe à 78 dB. Par quel facteur l'intensité a-t-elle été divisée ?

► Voir la correction

EXERCICE 5 — INÉQUATIONS EXPONENTIELLES

Résoudre :

- a) $3^x \leq 100$
- b) $(0,7)^n < 0,1$ — donner la valeur entière minimale de n .

► Voir la correction

EXERCICE 6 — INÉQUATIONS LOGARITHMIQUES

Résoudre :

- a) $\log(x) \geq 1,5$
- b) $\log(x) < -2$

► Voir la correction

13. Pour aller plus loin — Hors programme

POUR ALLER PLUS LOIN (HORS PROGRAMME)

⚠ HORS PROGRAMME — POUR LES ÉLÈVES CURIEUX

Cette section présente des notions qui vont au-delà du programme de Terminale Bac Pro. Elles ne seront **pas évaluées** lors des contrôles, mais peuvent satisfaire votre curiosité et constituent une introduction aux études supérieures.

1. Le logarithme naturel (népérien) $\ln$

En plus du logarithme décimal $\log_{10}$, il existe le **logarithme naturel** (ou népérien), noté $\ln$, qui utilise la base $e \approx 2,71828 \dots$ (constante d'Euler).

DÉFINITION

$\ln(x) = \log_e(x)$ — le logarithme en base e .

Formule de conversion : $\ln(x) = \frac{\log(x)}{\log(e)} \approx \frac{\log(x)}{0,4343}$

Le logarithme naturel est **très utilisé** en mathématiques appliquées, en physique, en chimie et en économie. En Terminale générale, $\ln$ est au programme à la place de $\log$.

2. Décroissance exponentielle — Radioactivité

Un atome radioactif se désintègre de manière exponentielle. Le nombre d'atomes au temps t est :

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$$

où λ est la constante de désintégration et N_0 le nombre initial d'atomes. La **demi-vie** $T_{1/2}$ est le temps nécessaire pour que la moitié des atomes se soient désintégrés :

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda}.$$

3. Changement de base

Pour calculer le logarithme dans une base quelconque b , on utilise la formule de changement de base :

$$\log_b(a) = \frac{\log(a)}{\log(b)}$$

$$\text{Exemples : } \log_2(32) = \frac{\log(32)}{\log(2)} = \frac{5 \times 0,301}{0,301} = 5 ; \log_3(100) = \frac{\log(100)}{\log(3)} = \frac{2}{0,477} \approx 4,19$$

C'est ainsi qu'une calculatrice scientifique calcule les logarithmes dans toute base : elle n'en connaît que deux ($\log$ et $\ln$), mais peut tout déduire.

4. Lien exponentielle — logarithme naturel

Tout comme $\log$ et 10^x sont fonctions réciproques, $\ln$ et e^x le sont aussi :

$$e^{\ln(x)} = x \quad \text{et} \quad \ln(e^x) = x$$

La fonction e^x (exponentielle de base e) a la propriété remarquable d'être égale à sa propre dérivée, ce qui en fait l'outil central du calcul différentiel et intégral.

Erreurs fréquentes

✗ Appliquer le logarithme d'un nombre négatif ou nul

$\log(x)$ n'existe que pour $x > 0$. Écrire $\log(-3)$ n'a pas de sens.

Conseil : avant d'appliquer le logarithme, vérifier que le nombre est strictement positif.

✗ Confondre $\log(a + b)$ et $\log(a) + \log(b)$

$\log(a + b) \neq \log(a) + \log(b)$. La propriété s'applique au produit, pas à la somme.

Conseil : $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$ — mémoriser avec la multiplication.

✗ Inverser le sens de l'inégalité sans raison

Quand on divise par $\log(a)$ et que $a < 1$, $\log(a) < 0$ donc l'inégalité s'inverse.

Conseil : vérifier le signe du coefficient lors d'une division dans une inéquation.

✗ Confondre base a et base e

2^x et e^x sont des fonctions différentes. La formule de résolution varie selon la base.

Conseil : identifier clairement la base de l'exponentielle avant de commencer la résolution.

Simulation interactive

[Fonctions exponentielles et logarithme](#)

Fonctions exponentielles et logarithme décimal

Fonctions exponentielles et logarithme décimal | Terminale Bac Pro | ERA ·
TMA · ICCER (Groupement B)

[Socle](#)[Standard](#)[Approfondissement](#)[Tout voir](#)

Compétences travaillées :

- Calculer des images par une fonction exponentielle $f(x) = a^x$
- Lire et interpréter un graphique représentant une croissance ou décroissance exponentielle
- Passer de la forme exponentielle à la forme logarithmique et réciproquement
- Résoudre une équation du type $a^x = b$ à l'aide du logarithme décimal
- Modéliser une situation de croissance ou décroissance exponentielle en contexte professionnel

EXERCICE 1 Calculer des puissances et lire une courbe exponentielle

SOCLE

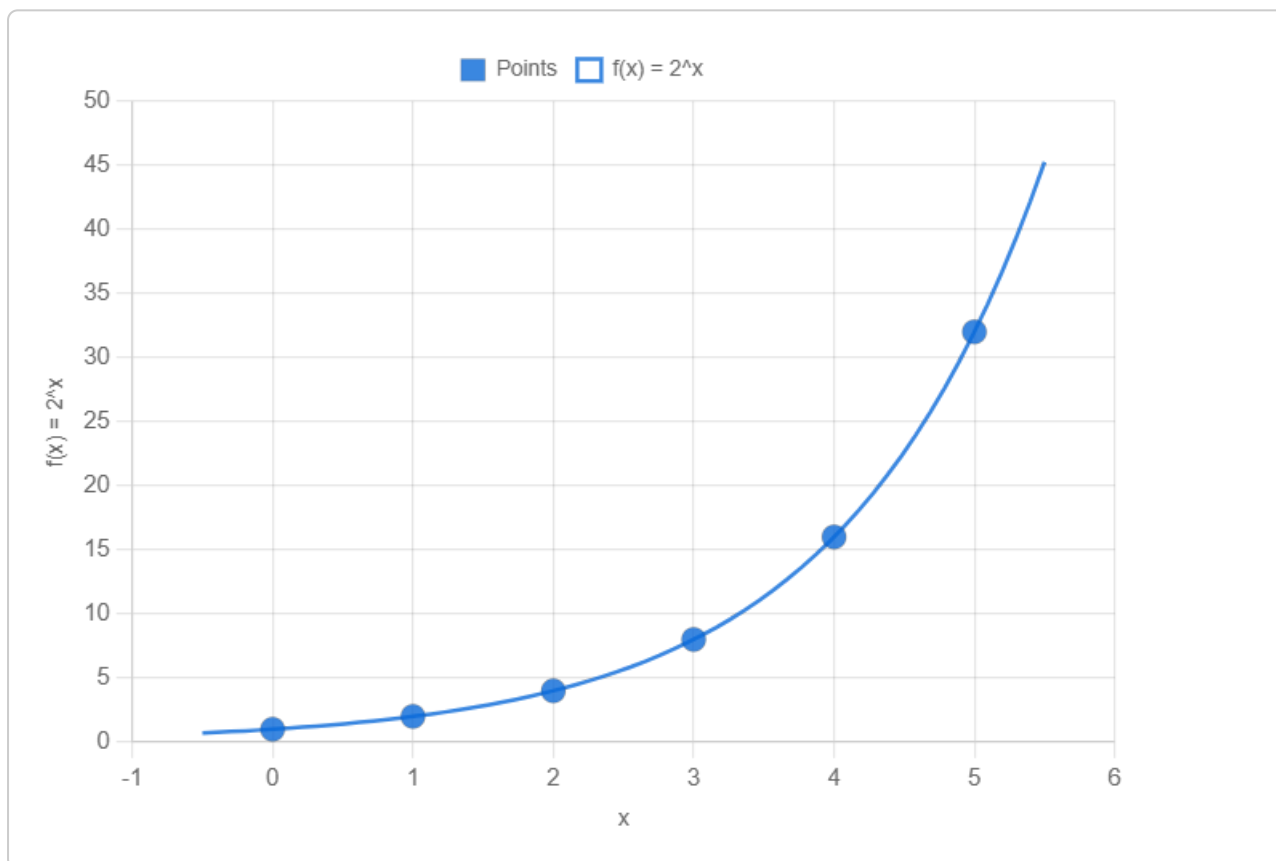
Soit la fonction $f(x) = 2^x$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x) = 2^x$						

2. Le graphique ci-dessous représente la fonction $f(x) = 2^x$. Lire graphiquement les valeurs de $f(1,5)$ et $f(3,5)$.

3. La fonction f est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.



$$x / f(x) = 2^x$$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 2 Comparer croissance et décroissance exponentielle

SOCLE

On considère les fonctions $f(x) = 3^x$ et $g(x) = 0,5^x$.

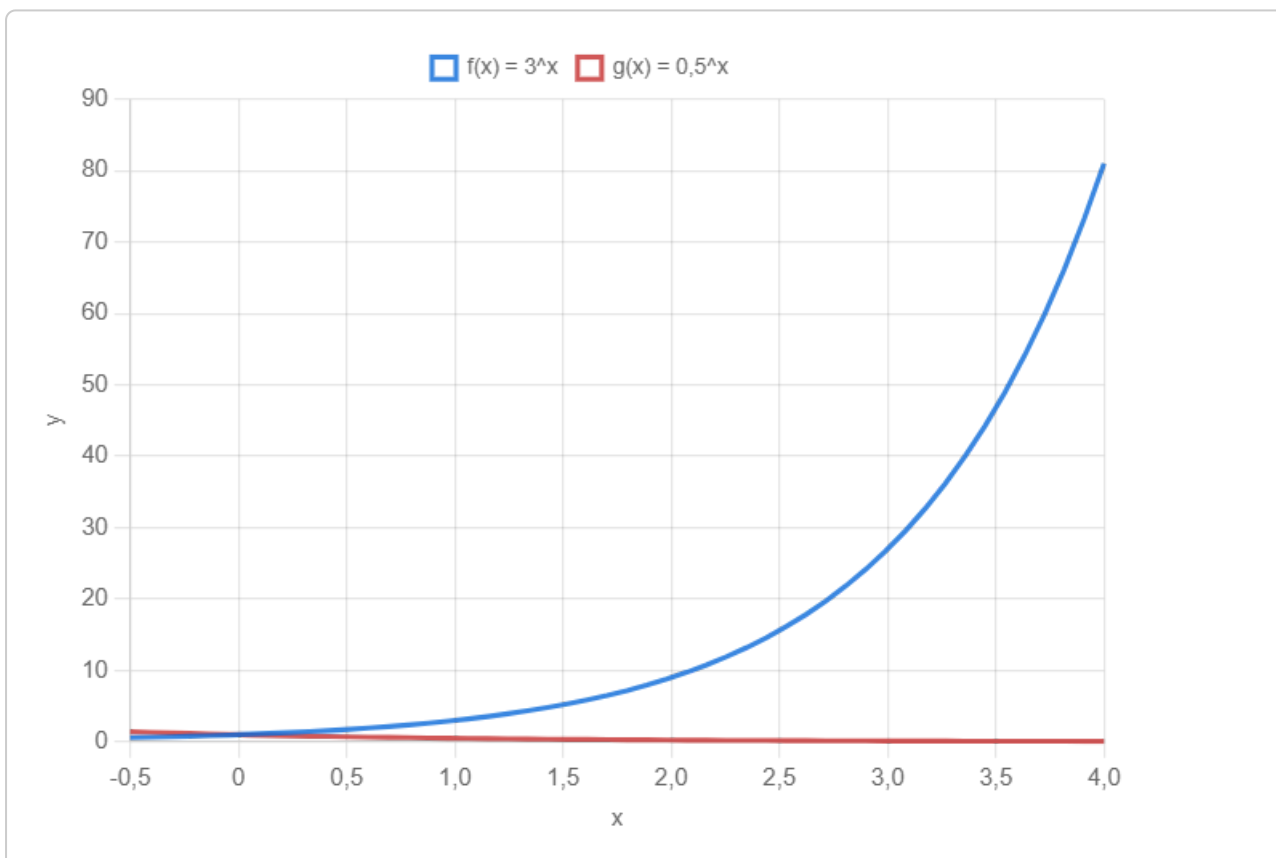
1. Compléter les deux tableaux de valeurs :

x	0	1	2	3	4
$f(x) = 3^x$					

x	0	1	2	3	4
$g(x) = 0,5^x$					

2. Quel est le sens de variation de f ? de g ?

3. Observer les courbes ci-dessous. Quelle propriété partagent les deux courbes en $x = 0$?



$f(x) = 3^x$ (bleu) et $g(x) = 0,5^x$ (rouge)

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 3 Passer de la forme exponentielle à la forme logarithmique

SOCLE

Compléter le tableau en utilisant la relation : si $a^x = b$ alors $x = \log(b)/\log(a)$.

1. Écrire sous forme logarithmique :

a) $10^3 = 1\,000 \rightarrow \log(\dots) = \dots$

b) $10^{-2} = 0,01 \rightarrow \log(\dots) = \dots$

c) $2^{10} = 1\,024 \rightarrow \frac{\log(\dots)}{\log(\dots)} = \dots$

2. Écrire sous forme exponentielle :

a) $\log(100) = 2 \rightarrow 10^{\dots} = \dots$

b) $\log(0,001) = -3 \rightarrow 10^{\dots} = \dots$

3. Calculer à la calculatrice (arrondir au centième) :

a) $\log(50)$ b) $\log(3\,000)$ c) $\log(0,2)$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 4 Calculer avec les puissances de 10 — pas à pas

SOCLE

Méthode

Puissances de 10 :

- $10^n = 1$ suivi de n zéros. Ex : $10^3 = 1\,000$.
- $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$. Ex : $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$.
- $10^0 = 1$ toujours.

1. Compléter le tableau :

Puissance	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5
Valeur					

2. Compléter avec des puissances négatives :

Puissance	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
Valeur				

3. QCM — Cocher la bonne réponse :

$$10^0 = \quad \square 0 \quad \square 1 \quad \square 10$$

$$10^6 = \quad \square 600 \quad \square 60\,000 \quad \square 1\,000\,000$$

$$10^{-3} = \quad \square -1\,000 \quad \square 0,001 \quad \square 0,01$$

Mes calculs :

EXERCICE 5 Lire un graphique exponentiel — questions guidées**SOCLE**

Un menuisier agenceur observe la croissance d'une colonie de moisissures sur un échantillon de bois non traité. Le nombre de colonies N est modélisé par $N(t) = 5 \times 2^t$ où t est le nombre de jours.

Méthode — Lire un graphique exponentiel**Étape 1 :**

Repérer la valeur initiale (quand $t = 0$).

Étape 2 :

Observer si la courbe monte (croissante) ou descend (décroissante).

Étape 3 :

Chercher le temps de doublement : au bout de combien de temps la valeur a doublé ?

1. Combien y a-t-il de colonies au départ ($t = 0$) ?

$$N(0) = 5 \times 2^{\square} = 5 \times \square = \square \text{ colonies.}$$

2. Compléter le tableau :

t (jours)	0	1	2	3	4
$N(t)$					

3. La fonction N est-elle croissante ou décroissante ? Cocher : ☐ croissante ☐ décroissante

4. Au bout de combien de jours le nombre de colonies a-t-il doublé (passé de 5 à 10) ?

Temps de doublement = jour(s).

5. Le menuisier doit traiter le bois avant d'atteindre 50 colonies. A-t-il le temps d'attendre 4 jours ? Justifier.

Mes calculs :

[illegible]

EXERCICE 6 Utiliser le logarithme décimal — pas à pas

SOCLE

Un technicien chauffagiste doit calculer le nombre de connecteurs nécessaires pour qu'un signal passe en dessous d'un seuil. Il utilise le logarithme décimal.

Méthode — Utiliser le logarithme décimal**Rappel :**

$\log(10^n) = n$. Le logarithme « compte les zéros ».

Pour résoudre $a^x = b$:

on calcule $x = \frac{\log(b)}{\log(a)}$.

1. Compléter (sans calculatrice) :

$$\log(10) = \square \quad \log(100) = \square \quad \log(1\,000) = \square \quad \log(1) = \square$$

2. Compléter les ordres de grandeur :

Un atelier fait 15 m de long. $15 \approx 10^{\square}$, l'ordre de grandeur est $\square$ m.

Un fil de cuivre a un diamètre de 0,002 m. $0,002 \approx 10^{\square}$, l'ordre de grandeur est $\square$ m.

3. Résoudre pas à pas : $2^x = 16$.

On applique la formule : $x = \frac{\log(\square)}{\log(\square)}$.

Calculatrice : $\log(16) = \square$ et $\log(2) = \square$.

Donc $x = \frac{\square}{\square} = \square$.

4. Résoudre de même : $10^x = 500$.

$x = \log(\square) = \square$ (arrondir au centième).

Mes calculs :

EXERCICE 16 Utiliser les propriétés de la fonction exponentielle

SOCLE

Rappel Si $a > 0$ et $a \neq 1$: $a^x \times a^y = a^{x+y}$; $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$; $(a^x)^n = a^{nx}$.

Calculer chaque expression (laisser la réponse sous forme de puissance) :

a) $2^3 \times 2^4 = \dots\dots\dots$ b) $\frac{3^7}{3^2} = \dots\dots\dots$ c) $(5^2)^3 = \dots\dots\dots$

d) $10^{-2} \times 10^5 = \dots\dots\dots$ e) $2^0 = \dots\dots\dots$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 17 Appliquer un modèle de dépréciation — pas à pas

SOCLE

Contexte : Un menuisier agenceur achète une machine à 8 000 €. Sa valeur diminue de 15 % chaque année.

Rappel Diminuer de 15 % revient à multiplier par $1 - 0,15 = 0,85$. La valeur après t ans : $V(t) = 8\,000 \times 0,85^t$.

1. Calculer la valeur de la machine après 1 an, puis après 3 ans. Compléter le tableau :

t (ans)	0	1	3	5
$V(t)$ (€)	8 000			

2. Après combien d'années la machine vaut-elle moins de 4 000 € ? (Utiliser la calculatrice ou tester des valeurs entières de t .)

.....

Mes calculs :

EXERCICE 18 Reconnaître croissance et décroissance exponentielle

SOCLE

Pour chaque modèle, indiquer si c'est une **croissance** ou une **décroissance** exponentielle et identifier la valeur initiale.

a) $f(t) = 500 \times 1,08^t \rightarrow \dots\dots\dots$ Valeur initiale : $\dots\dots\dots$

b) $g(t) = 200 \times 0,9^t \rightarrow \dots\dots\dots$ Valeur initiale : $\dots\dots\dots$

c) $h(t) = 1\,000 \times 2^t \rightarrow \dots\dots\dots$ Valeur initiale : $\dots\dots\dots$

d) $k(t) = 3\,000 \times 0,75^t \rightarrow \dots\dots\dots$ Valeur initiale : $\dots\dots\dots$

Réponses : $\dots\dots\dots$

Mes calculs :

EXERCICE 19 Logarithme décimal — lire et utiliser une table

SOCLE

Rappel $\log(x)$ est le logarithme décimal : $\log(10) = 1$, $\log(100) = 2$, $\log(0,1) = -1$.
Pour tout $x > 0$: $10^{\log(x)} = x$.

1. Sans calculatrice, donner la valeur entière de $\log(x)$ pour :

a) $\log(1\,000) = \dots\dots\dots$ b) $\log(0,01) = \dots\dots\dots$ c) $\log(10^5) = \dots\dots\dots$

2. Résoudre à la calculatrice (arrondir au centième) : $10^x = 750$.

.....

3. Vérifier votre réponse à la question 2 en calculant $10^{2,88}$ à la calculatrice.

.....

Mes calculs :

EXERCICE 7 Résoudre des équations exponentielles

STANDARD

Résoudre chaque équation en utilisant le logarithme décimal. Arrondir au centième.

a) $2^x = 64$

b) $3^x = 50$

c) $10^x = 500$

d) $1,05^x = 2$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 8 Appliquer les propriétés du logarithme décimal

STANDARD

On rappelle que $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$ et $\log(a^n) = n \times \log(a)$.

1. Simplifier sans calculatrice :

a) $\log(2) + \log(5)$

b) $\log(4) + \log(25)$

c) $3 \times \log(10)$

2. Exprimer en fonction de $\log(2)$:

a) $\log(8)$ b) $\log(32)$ c) $\log(0,5)$

3. Sachant que $\log(2) \approx 0,301$ et $\log(3) \approx 0,477$, calculer sans calculatrice :

a) $\log(6)$ b) $\log(9)$ c) $\log(12)$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 9 Modéliser une croissance et une décroissance**STANDARD**

Le niveau sonore L (en décibels) est lié à l'intensité sonore I par la relation :

$$L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{avec } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

1. Un technicien chauffagiste mesure une intensité $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$ près d'une chaudière. Calculer le niveau sonore L .
2. La réglementation impose un niveau maximal de 85 dB dans un local technique. Quelle intensité maximale cela représente-t-il ?
3. Vérifier que doubler l'intensité sonore augmente le niveau de seulement 3 dB environ.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 10 Temps de doublement et demi-vie**APPROFONDISSEMENT**

On modélise l'évolution d'une grandeur par $f(t) = V_0 \times a^t$, où t est en années.

1. Un placement financier rapporte 3 % par an. On modélise le capital par

$$C(t) = 1\,000 \times 1,03^t.$$

a) Calculer le capital après 5 ans, puis après 10 ans.

b) Au bout de combien d'années le capital aura-t-il doublé ? (Résoudre $1,03^t = 2$)

2. Un matériau radioactif a une demi-vie de 8 jours. Sa masse est modélisée par

$$m(t) = 100 \times 0,5^{t/8} \text{ (en grammes, } t \text{ en jours).}$$

a) Calculer la masse restante après 8 jours, puis après 24 jours.

b) Au bout de combien de jours la masse sera-t-elle inférieure à 10 g ?

Réponses :

Mes calculs :

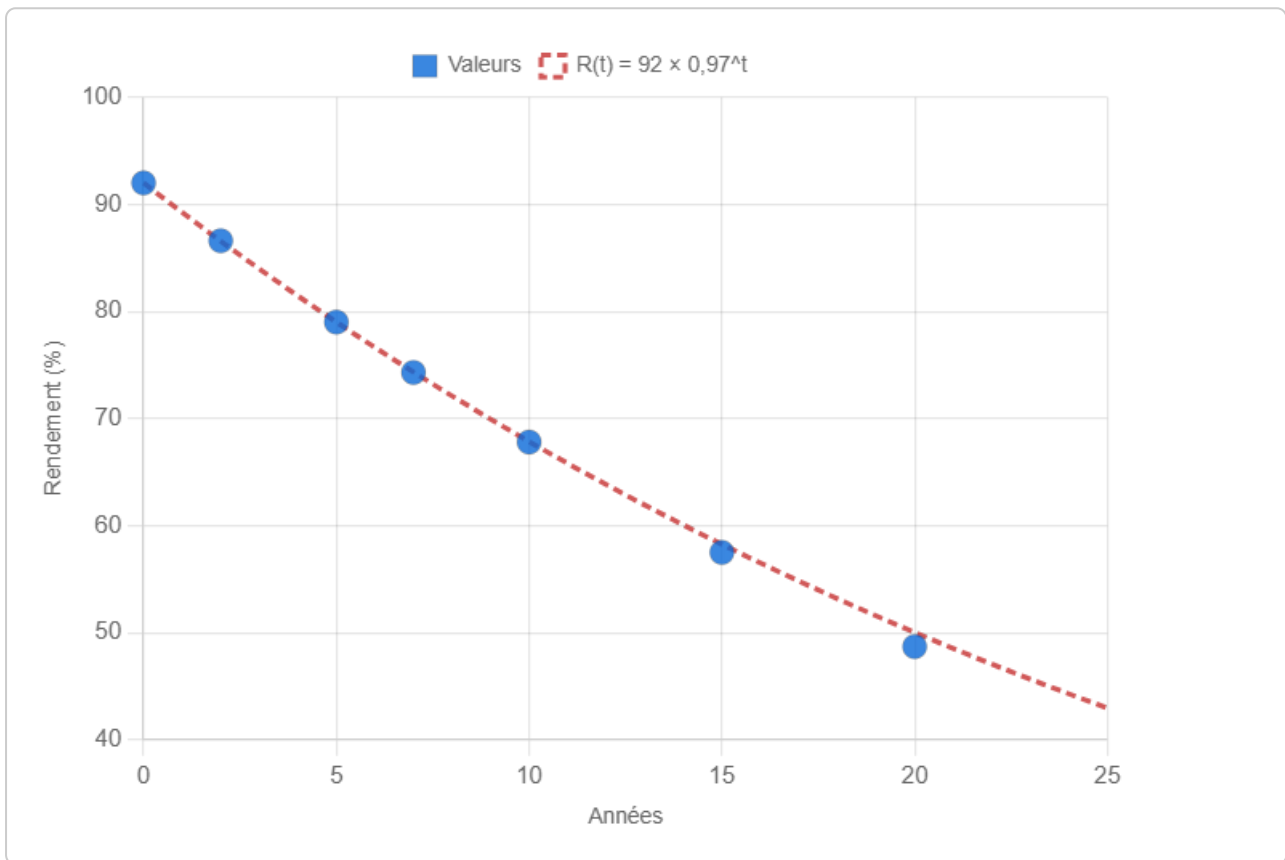
EXERCICE 11 Interpréter les coefficients d'un modèle exponentiel

APPROFONDISSEMENT

Le rendement d'une chaudière ancienne diminue au fil du temps. On modélise ce rendement par :

$$R(t) = 92 \times 0,97^t$$

où R est le rendement (en %) et t le nombre d'années d'utilisation.



Années d'utilisation / Rendement (%)

1. Quel est le rendement initial de la chaudière (à $t = 0$) ?
2. Calculer le rendement après 5 ans, puis après 10 ans.
3. Que signifie le coefficient 0,97 en termes de perte annuelle ?
4. La chaudière est considérée obsolète quand $R < 75$ %. Après combien d'années ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 12 Comparer deux modèles : linéaire vs exponentiel

APPROFONDISSEMENT

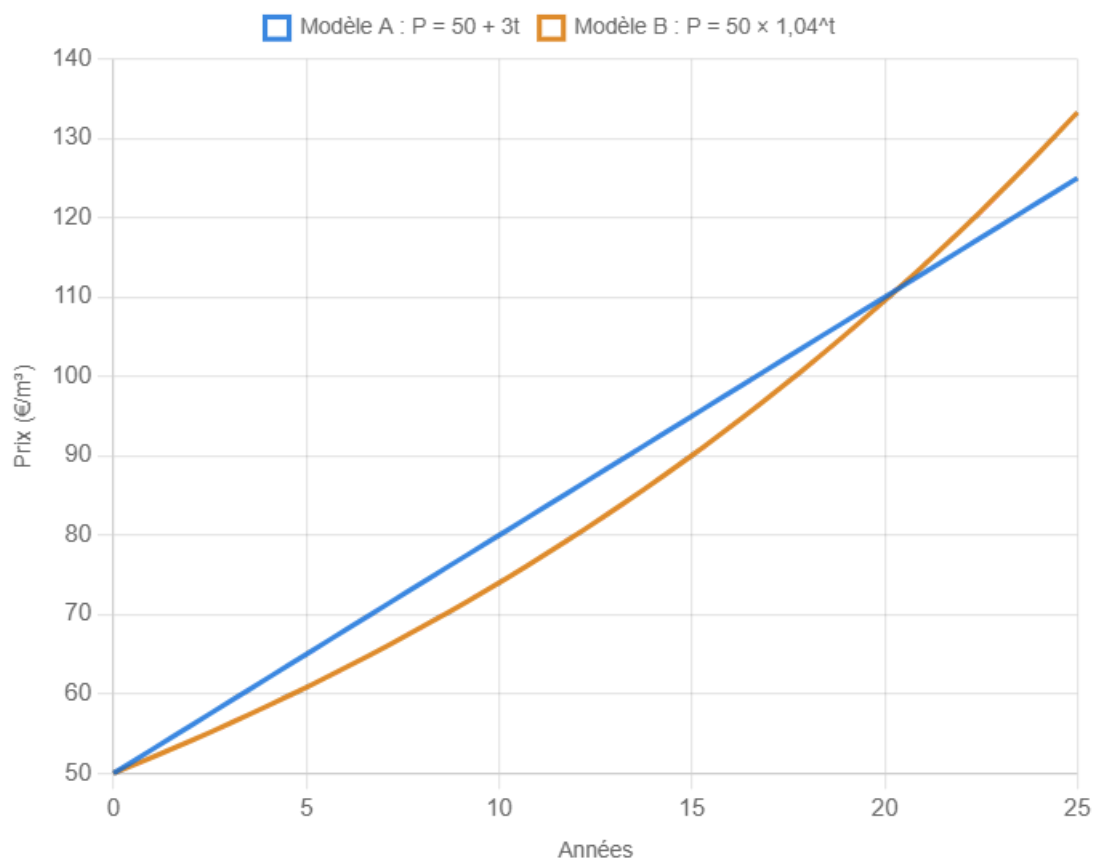
Un menuisier compare deux hypothèses pour l'évolution du prix d'un type de bois :

- **Modèle A (linéaire) :** $P_A(t) = 50 + 3t$ (prix en €/m³, t en années)
- **Modèle B (exponentiel) :** $P_B(t) = 50 \times 1,04^t$

1. Compléter le tableau comparatif :

t (années)	0	5	10	15	20
$P_A(t)$ (€)					
$P_B(t)$ (€)					

2. À partir de quelle année le modèle exponentiel dépasse-t-il le modèle linéaire ?
3. Observer les courbes ci-dessous. Lequel des deux modèles semble le plus réaliste à long terme ?



Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 20 Dépréciation d'un équipement — contexte professionnel

STANDARD

Contexte : Un installateur thermique achète une chaudière à condensation à 6 000 €. La valeur de cet équipement diminue de 12 % par an.

1. Écrire le modèle de dépréciation $V(t)$.

.....

2. Calculer la valeur après 3 ans et après 7 ans.

.....

3. Au bout de combien d'années la chaudière vaut-elle moins de 2 000 € ? Utiliser log.

.....

4. Le coût de remplacement est estimé à 4 500 €. À partir de quelle année ce remplacement est-il financièrement justifié (valeur résiduelle < coût de remplacement / 2) ?

.....

Mes calculs :

EXERCICE 21 Résoudre une inéquation exponentielle

STANDARD

Résoudre chaque inéquation (arrondir au centième).

a) $1,03^t \geq 1,5$

b) $0,9^t \leq 0,5$

c) $2^t > 100$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 22 Modèle de croissance bactérienne**STANDARD**

Contexte : Dans un laboratoire de contrôle qualité, le nombre de bactéries dans un échantillon double toutes les 3 heures. On part de 500 bactéries. Le modèle est : $N(t) = 500 \times 2^{t/3}$ (avec t en heures).

1. Calculer $N(3)$, $N(6)$ et $N(12)$.

.....

2. Au bout de combien d'heures y a-t-il plus de 10 000 bactéries ?

.....

3. Un technicien stoppe le processus quand $N > 8\,000$. Déterminer au bout de combien d'heures il doit intervenir.

.....

Mes calculs :

EXERCICE 23 Propriétés du logarithme — applications

STANDARD

1. Écrire chaque expression comme un seul logarithme :

a) $\log(4) + \log(250)$ b) $\log(300) - \log(3)$ c) $2\log(5) + \log(4)$

.....

2. Résoudre : $\log(x) + \log(x + 3) = \log(10)$.

.....

Mes calculs :

EXERCICE 24 Niveau sonore et décibels — atelier

STANDARD

Contexte : Dans un atelier de menuiserie, le niveau sonore L (en dB) est lié à l'intensité I (en W/m^2) par $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

1. Une scie à ruban produit une intensité $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Calculer le niveau sonore L .

.....

2. La protection auditive est obligatoire au-delà de 85 dB. Quelle intensité maximale cela correspond-il ?

.....

3. Si on utilise 3 machines simultanément (intensités cumulées), l'intensité totale est $I_T = 3 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Calculer L_T et le comparer à L obtenu en 1.

.....

Mes calculs :

EXERCICE 25 Comparaison de placements financiers

STANDARD

Contexte : Un artisan dispose de 5 000 €. Il hésite entre deux placements sur 10 ans :

- **Placement A :** capital augmente de 250 € par an (linéaire).
- **Placement B :** capital augmente de 4 % par an (exponentiel).

1. Écrire les formules $A(t)$ et $B(t)$.

.....

2. Compléter le tableau :

t (ans)	0	5	10	20
$A(t)$ (€)				
$B(t)$ (€)				

3. Au bout de combien d'années le placement B dépasse-t-il le placement A ? Résoudre algébriquement ou par essais.

.....

Mes calculs :

EXERCICE 26 Rendement solaire — modèle exponentiel**STANDARD**

Contexte : Un technicien en énergies renouvelables modélise la dégradation du rendement d'un panneau solaire par :

$$\eta(t) = 100 \times 0,994^t$$

où η est le rendement (en %) et t le nombre d'années depuis l'installation.

1. Quel est le rendement initial ?

.....

2. Calculer le rendement après 10 ans et après 25 ans.

.....

3. La garantie constructeur est de 25 ans pour un rendement minimal de 80 %. Vérifier si cette garantie est respectée.

.....

4. Au bout de combien d'années le rendement passe-t-il sous les 80 % ? Résoudre $0,994^t = 0,8$.

.....

Mes calculs :

EXERCICE 13 Refroidissement d'un circuit de chauffage

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un technicien chauffagiste effectue la maintenance d'un circuit de chauffage central. Après l'arrêt de la chaudière, la température de l'eau dans le circuit diminue selon un modèle exponentiel.

La température T (en °C) de l'eau dans le circuit est modélisée par :

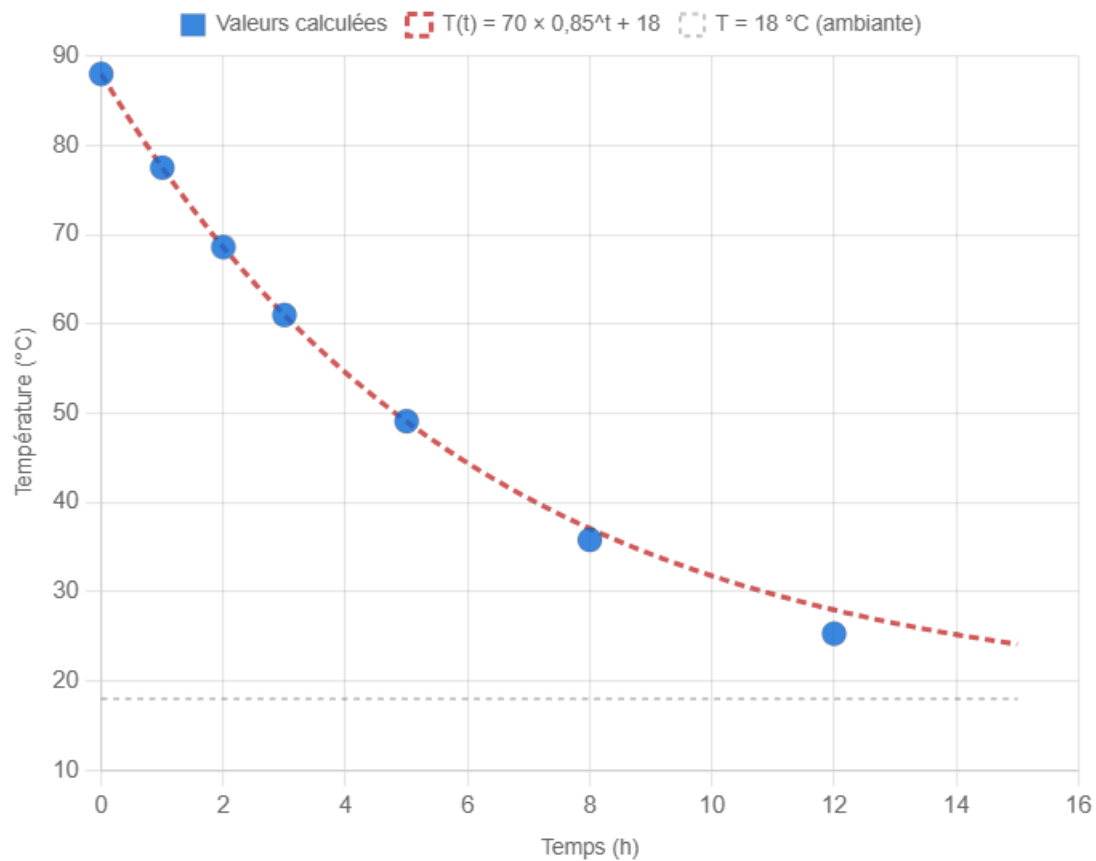
$$T(t) = 70 \times 0,85^t + 18$$

où t est le temps écoulé (en heures) après l'arrêt de la chaudière. Le terme $+18$ correspond à la température ambiante du local.

1. Calculer la température de l'eau au moment de l'arrêt ($t = 0$).
2. Compléter le tableau de valeurs (arrondir au dixième) :

t (h)	0	1	2	3	5	8	12
$T(t)$ (°C)							

3. Tracer la courbe sur le graphique ci-dessous. Que constate-t-on ?
4. Le technicien ne peut intervenir que lorsque l'eau est en dessous de 35 °C. Au bout de combien de temps peut-il intervenir ?
5. Vers quelle température la courbe se stabilise-t-elle ? Interpréter.



Temps (h) / Température (°C) — Refroidissement du circuit

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 14 Séchage du bois en atelier

APPROFONDISSEMENT

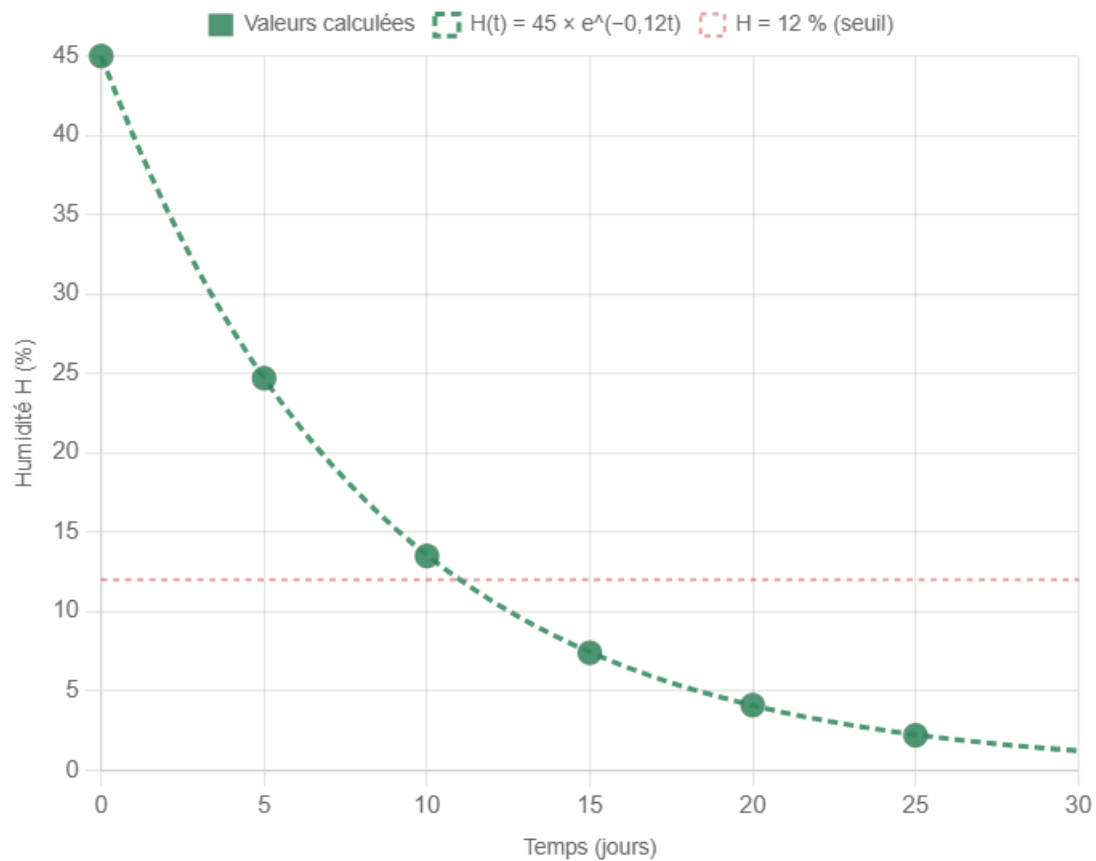
Contexte : Un menuisier agenceur prépare des planches de chêne pour un agencement intérieur. Le taux d'humidité du bois diminue de façon exponentielle dans le séchoir de l'atelier.

Le taux d'humidité H (en %) est modélisé par :

$$H(t) = 45 \times e^{-0,12 t}$$

où t est le temps en jours et $e \approx 2,718$.

1. Quel est le taux d'humidité initial du bois ?
2. Calculer le taux d'humidité après 5 jours, 10 jours et 20 jours.
3. Le bois est considéré prêt pour l'agencement lorsque $H < 12$ %. Après combien de jours ?
4. On souhaite que le bois atteigne 8 % d'humidité. Combien de jours supplémentaires faut-il après avoir atteint 12 % ?
5. Commenter la forme de la courbe : pourquoi le séchage ralentit-il avec le temps ?



Temps (jours) / Taux d'humidité H (%)

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 15 Dépréciation d'un équipement professionnel**APPROFONDISSEMENT**

Contexte : Un atelier de menuiserie et un bureau d'études en génie climatique achètent chacun un équipement neuf. La valeur de revente de ces équipements diminue chaque année selon un modèle exponentiel.

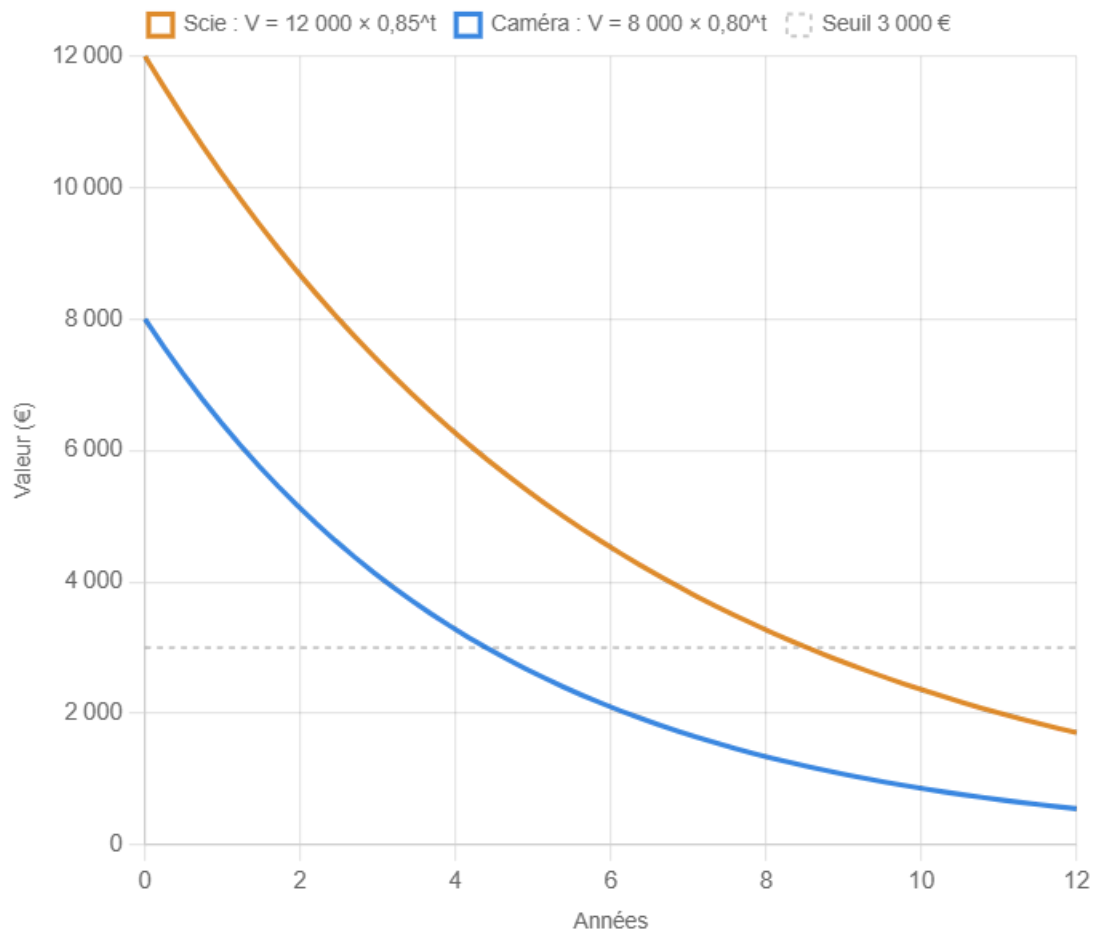
Les deux équipements sont modélisés par :

- **Scie à panneaux (menuiserie) :** $V_S(t) = 12\,000 \times 0,85^t$ (en €)
- **Caméra thermique (génie climatique) :** $V_C(t) = 8\,000 \times 0,80^t$ (en €)

1. Quel est le prix d'achat de chaque équipement ?
2. Compléter le tableau de dépréciation :

t (années)	0	1	2	3	5	8
$V_S(t)$ (€)						
$V_C(t)$ (€)						

3. Quel est le taux de dépréciation annuel de chaque équipement ?
4. Au bout de combien d'années la scie à panneaux vaudra-t-elle moins de 3 000 € ?
5. Au bout de combien d'années la caméra thermique vaudra-t-elle moins de 1 000 € ?
6. Observer les courbes. Les deux équipements auront-ils un jour la même valeur de revente ? Estimer graphiquement quand.



Années / Valeur de revente (€) — Scie à panneaux et Caméra thermique

Réponses :

Mes calculs :

Contexte : Le COP (Coefficient de Performance) d'une pompe à chaleur air/eau diminue avec les années d'utilisation selon le modèle :

$$C(t) = 4,2 \times 0,96^t$$

où t est le nombre d'années. Un technicien chauffagiste doit anticiper les maintenances.

1. Calculer $C(0)$, $C(5)$ et $C(10)$. Que représente $C(0)$?
2. La PAC est considérée inefficace si $C < 2,5$. Au bout de combien d'années faut-il prévoir le remplacement ?
3. Calculer le taux annuel de dégradation du COP (en pourcentage).
4. Un second modèle propose $C_2(t) = 4,2 \times 0,98^t$. De combien d'années supplémentaires le remplacement est-il repoussé ?

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 32 Identifier et choisir un modèle — données réelles**APPROFONDISSEMENT**

Contexte : Un ébéniste suit la valeur résiduelle de ses machines. Il dispose des données suivantes (en €) :

Années t	0	2	4	6	8
Valeur V	10 000	8 100	6 561	5 314	4 305

1. Calculer le rapport $\frac{V(2)}{V(0)}$, $\frac{V(4)}{V(2)}$ et $\frac{V(6)}{V(4)}$. Que remarque-t-on ?
2. En déduire le modèle exponentiel $V(t) = V_0 \times q^t$. Préciser V_0 et q .
3. Calculer le taux annuel de dépréciation.
4. Prévoir la valeur de la machine après 12 ans.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 33 Équation et inéquation — résolution algébrique complète

APPROFONDISSEMENT

Résoudre chaque équation ou inéquation en détaillant la résolution.

a) $5^{2x-1} = 25$

b) $3 \times 2^{x+1} - 48 = 0$

c) $\log(x^2) - \log(x + 12) = 0$ (on précisera les conditions d'existence)

d) $1,06^t > 3$ (temps de triplement d'un capital)

Réponses :

Mes calculs :

Contexte : Un menuisier sèche des planches de chêne. Le taux d'humidité (en %) évolue selon :

$$H(t) = H_0 \times e^{-0,08t}$$

où t est le temps en jours et $e \approx 2,718$. On peut utiliser $e^x \approx (2,718)^x$ ou la calculatrice.

L'humidité initiale est $H_0 = 60\%$.

1. Calculer $H(5)$, $H(10)$ et $H(20)$.

2. La mise en œuvre nécessite un taux d'humidité inférieur à 12 %. Déterminer le nombre de jours de séchage nécessaires.

Résoudre : $60 \times e^{-0,08t} = 12$, c'est-à-dire $e^{-0,08t} = 0,2$.

On utilisera $\ln(0,2) \approx -1,609$ ou la relation $a^x = b \Rightarrow x = \frac{\log b}{\log a}$.

3. Un four de séchage réduit le coefficient à $-0,15$ (modèle accéléré). Combien de jours économise-t-on ?

Réponses :

Mes calculs :

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir



Objectifs du chapitre

[cliquer pour développer](#)

Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée



Barème : 20 points



Documents : non autorisés

SOCLE

Exercice 1 – Puissances de 10 et calculs exponentiels guidés

10 points

2 pts par question.

Rappel $10^n = 1$ suivi de n zéros. $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$. $10^0 = 1$.

1. Compléter les cases :

Puissance	10^2	10^4	10^{-1}	10^{-3}	10^0
Valeur					

2. Calculer $2^4 = \square$ et $3^3 = \square$.3. Soit $f(x) = 2^x$. Compléter le tableau :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

4. La fonction $f(x) = 2^x$ est-elle croissante ou décroissante ? Cocher :
☐ croissante ☐ décroissante

Justifier : quand x augmente, $f(x)$

5. Résoudre pas à pas : $10^x = 1\,000$.

On reconnaît que $1\,000 = 10^{\square}$, donc $x = \square$.

SOCLE Exercice 2 – Consommation énergétique d'un système de chauffage

10
points

Un technicien chauffagiste constate que la consommation énergétique d'une chaudière ancienne augmente de 5 % par an. La consommation initiale est $C_0 = 12\,000$ kWh/an.

On modélise la consommation après t années par : $C(t) = 12\,000 \times 1,05^t$.

2 pts par question.

1. Quelle est la consommation initiale ($t = 0$) ?

$$C(0) = 12\,000 \times 1,05^{\square} = 12\,000 \times \square = \square \text{ kWh.}$$

2. Calculer la consommation après 1 an :

$$C(1) = 12\,000 \times 1,05 = \square \text{ kWh.}$$

3. Compléter le tableau (arrondir à l'unité) :

t (années)	0	1	2	3	5
$C(t)$ (kWh)					

4. La consommation augmente-t-elle de façon régulière (linéaire) ou de façon de plus en plus rapide (exponentielle) ? Justifier en observant les écarts entre valeurs consécutives.

5. Le propriétaire veut changer la chaudière quand la consommation dépassera 15 000 kWh. D'après le tableau, entre quelles années cela se produit-il ?

STANDARD Exercice 1 – Calculs et propriétés

10 points

2 pts par question.

1. Calculer les valeurs suivantes sans calculatrice :

$$2^5 = \dots \quad 10^{-2} = \dots \quad 3^0 = \dots \quad 5^{-1} = \dots$$

2. Résoudre l'équation $2^x = 32$.

3. Résoudre l'équation $3^x = \frac{1}{27}$.

4. En utilisant la propriété $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$, calculer $\log(200)$ sachant que $\log(2) \approx 0,301$.

5. Résoudre l'équation $\log(x) = 2,5$. Arrondir au dixième.

professionnel)

Un technicien en installation climatique mesure l'intensité d'un signal transmis par un capteur de température à travers une série de connecteurs. L'intensité initiale est $I_0 = 50$ mA. Après chaque connecteur, le signal est atténué : l'intensité est multipliée par 0,8.

On modélise l'intensité après n connecteurs par : $I(n) = I_0 \times 0,8^n$.

Barème détaillé ci-dessous.

1. (2 pts) Calculer $I(1)$, $I(2)$ et $I(3)$. Arrondir au dixième.

2. (2 pts) Compléter le tableau ci-dessous (arrondir au dixième) :

n	0	1	2	3	4	5
$I(n)$ (mA)						

3. (2 pts) Le capteur ne fonctionne plus si le signal descend en dessous de 20 mA. À partir de combien de connecteurs le signal est-il trop faible ? Justifier.

4. (2 pts) On définit l'atténuation en décibels par $A(n) = 10 \times \log\left(\frac{I(n)}{I_0}\right)$. Montrer que $A(n) = 10n \log(0,8)$.

5. (2 pts) Calculer $A(5)$. Arrondir au dixième. Interpréter le signe du résultat.

APPROFONDISSEMENT**Exercice 1 – Décroissance radioactive et demi-****vie****10
points**

Dans un laboratoire, on étudie un échantillon de césium 137 dont la demi-vie est de 30 ans. La masse initiale de l'échantillon est $m_0 = 200$ g. La masse restante après t années est modélisée par :

$$m(t) = 200 \times 0,5^{t/30}$$

1. (2 pts) Vérifier que $m(30) = 100$ g. Interpréter ce résultat.

2. (2 pts) Calculer la masse restante après 60 ans et après 90 ans.

3. (3 pts) Déterminer au bout de combien d'années la masse sera inférieure à 10 g. Poser l'inéquation et la résoudre avec le logarithme décimal.

4. (3 pts) Un isolant thermique utilisé en chauffage perd 2 % de son efficacité par an. Son efficacité initiale est de 95 %. Modéliser $E(t)$ et déterminer au bout de combien d'années l'efficacité passe en dessous de 70 %.

sonore et décibels

Le niveau sonore L (en décibels) est lié à l'intensité sonore I (en W/m^2) par la relation :

$$L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{avec } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

1. (2 pts) Un compresseur utilisé en atelier produit une intensité $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Calculer le niveau sonore L .

2. (2 pts) La réglementation impose le port de protections auditives à partir de 85 dB. Déterminer l'intensité correspondante.

3. (2 pts) Deux machines identiques fonctionnent simultanément. Chacune produit une intensité $I_1 = 10^{-4} \text{ W/m}^2$. L'intensité totale est $I = 2 \times I_1$. Calculer le niveau sonore total et montrer que deux machines ne doublent pas le nombre de décibels.

4. (4 pts) Le pH d'une solution est défini par $\text{pH} = -\log([\text{H}^+])$, où $[\text{H}^+]$ est la concentration en ions hydrogène (en mol/L).

a) Calculer le pH d'une solution dont $[\text{H}^+] = 10^{-4} \text{ mol/L}$.

b) Calculer le pH d'une solution dont $[\text{H}^+] = 3,2 \times 10^{-6} \text{ mol/L}$. Arrondir au dixième.

c) Une solution a un pH de 3. Déterminer $[\text{H}^+]$.

d) Expliquer pourquoi l'échelle des pH est logarithmique : que se passe-t-il quand la concentration est multipliée par 10 ?

