

Nous allons étudier deux systèmes optiques :

- le miroir plan ;
- la lentille mince.

Nous allons également définir les notions importantes d'objet et d'image.

Définition. Un système optique est un ensemble de milieux homogènes et transparents séparés par les dioptries ou des miroirs.

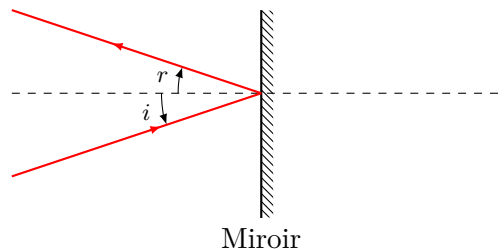
1 Miroir plan

1.1 Réflexion sur un miroir

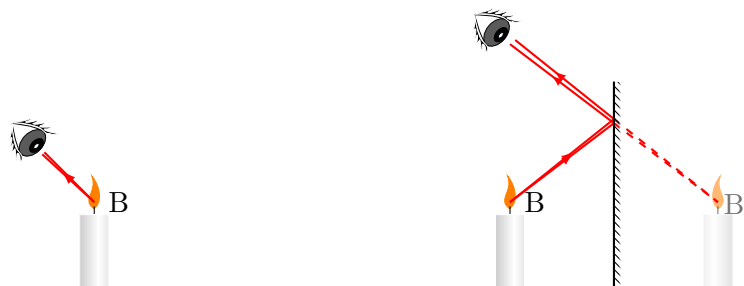
Définition. On appelle **miroir plan** une surface plane parfaitement réfléchissante.

Pour fabriquer un miroir, on recouvre une surface métallique réfléchissante d'une fine couche de verre protectrice.

Le rayon lumineux réfléchi appartient au plan d'incidence (composé du rayon lumineux incident et de la normale au plan d'incidence). L'angle de réflexion et l'angle d'incidence sont opposés : $r = -i$.



1.2 Image d'un objet par un miroir plan



Imaginons-nous observer une bougie devant un miroir, nous pouvons

- **observer directement la bougie** : les rayons émis par la flamme (source primaire) ou par le bâton de cire (source secondaire) parviennent à notre œil : celui-ci l'interprète et imagine la présence d'un objet à l'endroit d'où viennent les rayons.

- **observer le reflet de la bougie dans le miroir** : certains rayons émis arrivent au miroir et sont réfléchis : ces derniers parviennent jusqu'à notre œil : celui-ci interprète cela comme l'existence de quelque chose à l'endroit d'où viennent les rayons, un lieu situé en arrière du miroir.

L'œil « imagine quelque chose » au point d'intersection des rayons qui l'atteignent.

Définition.

- ▷ L'**objet** émet les rayons lumineux. Ceux-ci vont vers le système optique. On le définit alors comme l'endroit où se croisent les rayons lumineux allant vers le système optique.
- ▷ L'**image** est l'endroit d'où semble provenir la lumière. C'est l'endroit où se croisent les rayons lumineux issus du système optique.

Les rayons lumineux réfléchis semblent provenir de la position de cette image, mais ils n'en proviennent en réalité pas. Si on place un écran sur le lieu physique de l'image (derrière le miroir), on n'observera rien dessus. Par contre, pour notre œil, tout se passera comme si les rayons proviennent effectivement de l'image.

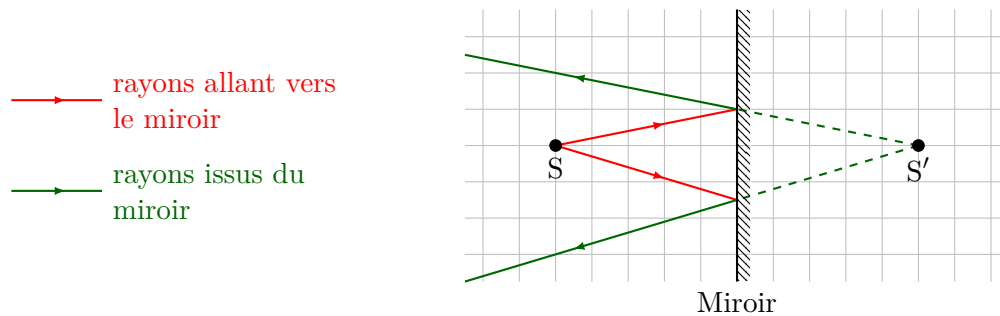
Définition. Lorsque le point de concours des rayons n'existe pas **physiquement**, l'image est dite **virtuelle**. On ne peut pas l'observer directement en plaçant un écran là où semblent se croiser les rayons.

1.3 Construction d'une image par un miroir plan

Le point objet S (dans le cas précédent la bougie) émet de la lumière dans toutes les directions.

Pour obtenir l'image d'un point S, on considère tous les rayons issus de la bougie qui frappent la surface du miroir. L'image sera là où ils semblent se croiser.

En pratique bien sûr, on observera quelques rayons dont on déterminera l'intersection.



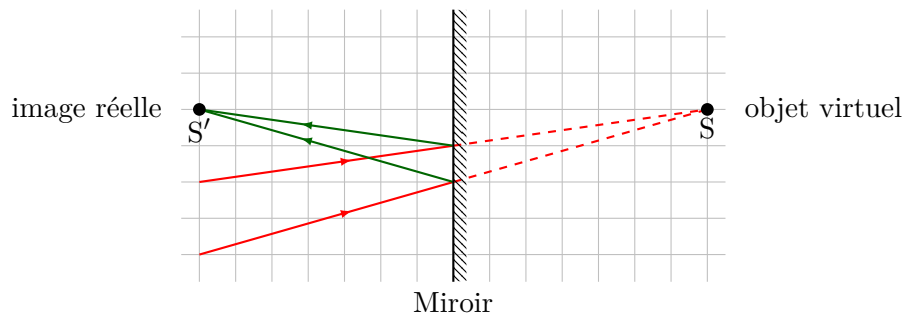
Dans le cas du miroir plan, l'image d'un point objet est son symétrique par rapport au plan du miroir.

Cas d'un objet virtuel Nous avons défini l'objet : il envoie des rayons lumineux vers le système optique. De façon générale, on le définit comme le point de concours des rayons arrivant sur le système optique.

Il se peut que ce point de concours n'existe pas physiquement : on parle alors d'**objet virtuel**.

Définition. Le point de concours des rayons **arrivant** sur le système optique est appelé objet. Si il est situé en arrière du système optique (ici le miroir), il est dit **virtuel**.

Remarque. La notion d'objet virtuel n'est pas intuitive : il faut un système optique (lentille par exemple) pour créer un objet virtuel. Il est donc bien important de connaître la définition exacte d'un objet en optique et de s'y rapporter.

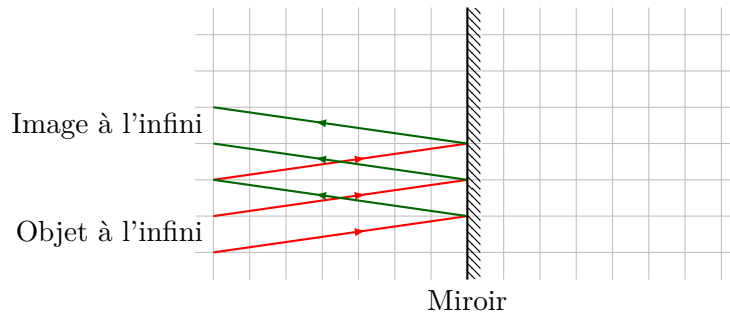


Dans le cas d'un objet virtuel, l'image par un miroir est réelle : on peut placer un écran en S' pour l'observer.

Point objet et point image à l'infini. Le Soleil est une source étendue de lumière située à très grande distance de nous. Ainsi, on peut considérer ses rayons comme parallèles.

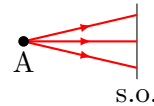
Définition.

- ▷ Si les rayons arrivent **parallèles** sur le système optique, on dit que l'objet est **à l'infini**.
- ▷ Si les rayons émergent **parallèles** du système optique, on dit que l'image est **à l'infini**.

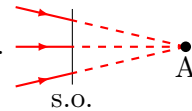


1.4 Bilan

Objet réel. Les rayons **incidents** sont issus du point objet.



Objet virtuel. Les rayons **incidents** semblent se diriger vers le point objet.



Objet à l'infini. Les rayons **incidents** sont parallèles.

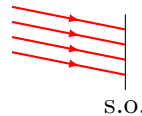


Image réelle. Les rayons **sortants** se dirigent vers l'image.

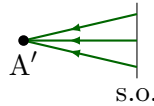


Image virtuelle. Les rayons **sortants** semblent provenir de l'image.

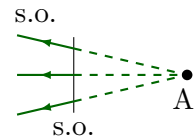
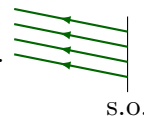


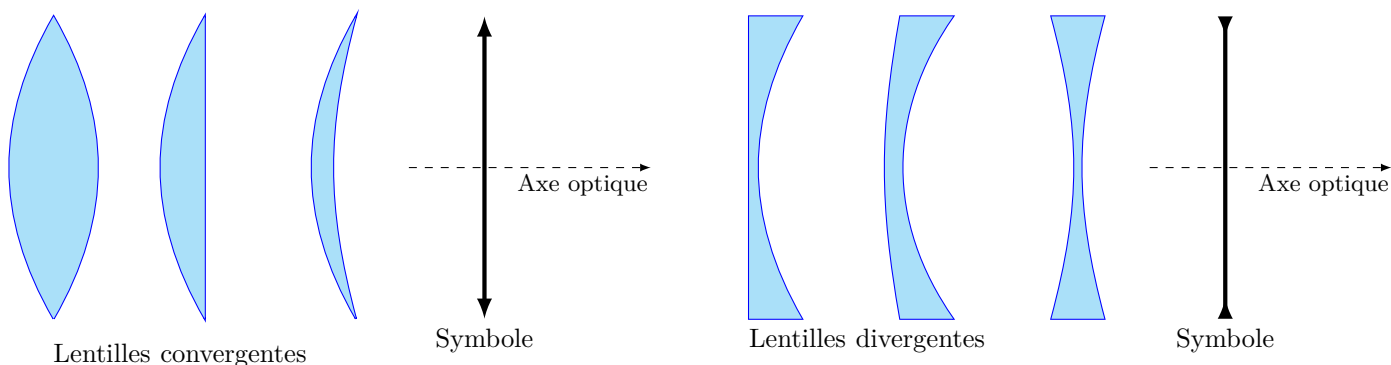
Image à l'infini. Les rayons **sortants** sont parallèles.



2 Lentilles

2.1 Introduction

Une lentille est constituée d'un milieu transparent, du verre généralement, délimité par deux dioptries sphériques dont les centres sont situés sur l'axe de révolution Δ . Une lentille est dite **mince** si toutes ses dimensions sont petites devant les rayons de courbures des parties arrondies.



Observation via une lentille convergente. On observe un objet **réel** (les lettres écrites sur une feuille) avec une lentille convergente. On observe un effet de loupe. L'image est **agrandie**, **à l'endroit**, et **virtuelle**, tant que la lentille n'est pas trop loin de la feuille.

Observation via une lentille divergente. On observe cet objet **réel** avec une lentille divergente. On observe une image **virtuelle**, **plus petite** et **à l'endroit**, quelque soit la position de la lentille.

Projection par une lentille convergente. On éclaire un objet translucide comme une règle. On peut réaliser une projection de la règle avec une lentille convergente. L'image est **réelle** (on l'observe sur le tableau), et **retournée**.

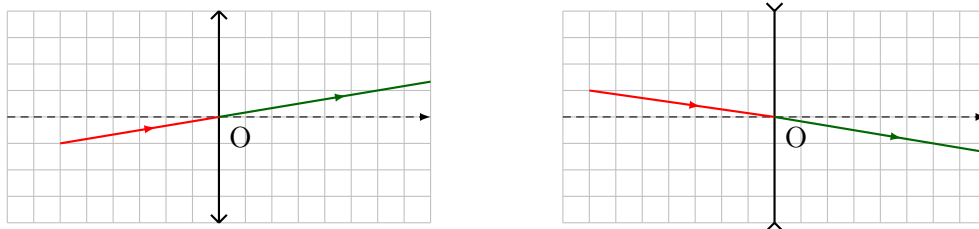
2.2 Trajectoire des rayons

Pour construire les images d'un objet avec une lentille, nous avons besoin de définir trois points particuliers.

2.2.1 Le centre optique

Définition. Le centre optique d'une lentille, généralement noté O , est situé à l'intersection de la lentille et de l'axe optique.

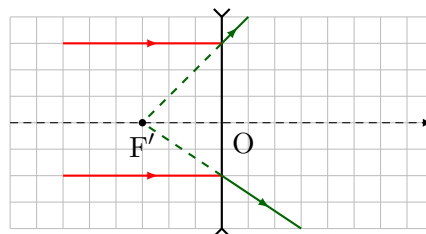
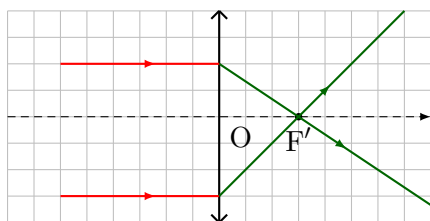
Tout rayon lumineux passant par le centre optique n'est pas dévié.



2.2.2 Foyer image

Définition. Tout rayon incident parallèle à l'axe optique (horizontal) passe un point de l'axe optique nommé foyer image, et noté F' .

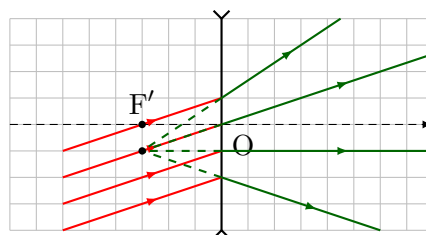
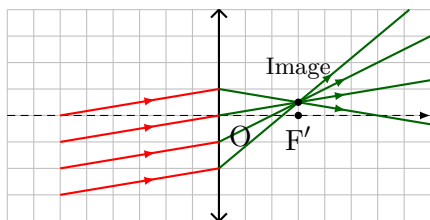
- ▷ Pour les lentilles convergentes, le foyer image est derrière la lentille.
- ▷ Pour les lentilles divergentes, le foyer image est devant la lentille : les rayons semblent issus de ce point.



2.2.3 Le plan focal image

Définition. Le plan focal image est le plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer image F' .

Un faisceau de rayons parallèles converge dans le plan focal image.

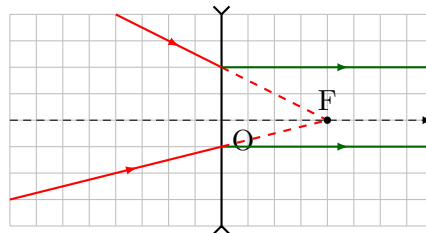
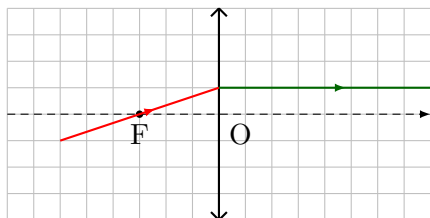


On trace d'abord le rayon passant par le centre optique : il n'est pas dévié. Les autres rayons passent alors par l'intersection de ce rayon et du plan focal image. Ce point est nommé **foyer secondaire**.

2.2.4 Foyer objet

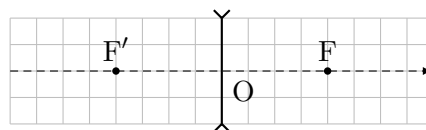
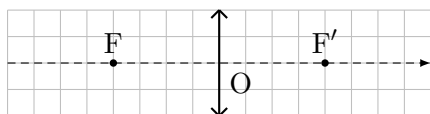
Définition. Tout rayon venant du foyer objet, noté F , émerge parallèlement à l'axe optique.

- ▷ Pour les lentilles convergentes, le foyer objet est devant la lentille.
- ▷ Pour les lentilles divergentes, le foyer objet est derrière la lentille : les rayons se dirigent vers ce point.



Relation entre foyer image et foyer objet

Les foyers images et objets d'une lentille mince sont symétriques l'un de l'autre par rapport au plan de la lentille.

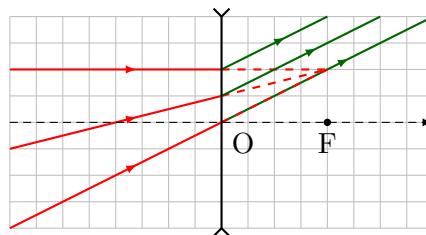
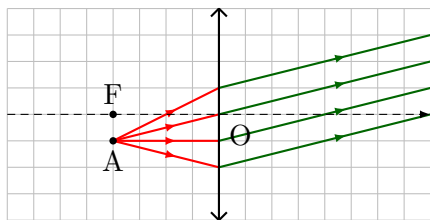


2.2.5 Plan focal objet

Définition. Le plan focal objet est le plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par le foyer objet F .

Tout objet ponctuel placé dans le plan focal objet aura son image à l'infini : un faisceau de lumière parallèle émerge de la lentille.

On utilise là encore la propriété du centre optique de la lentille pour commencer, puis celle énoncée ci-dessus.



2.2.6 Bilan

- ▷ Tout rayon qui passe par le centre optique n'est pas dévié.
- ▷ Tout rayon qui passe par (ou se dirige vers) le foyer objet émerge parallèlement à l'axe optique.
- ▷ Tout rayon arrivant parallèlement à l'axe optique passe par le (ou semble venir du) foyer image.
- ▷ Un faisceau de rayons parallèles converge dans le (ou semble venir d'un point du) plan focal image.
- ▷ Un point du plan focal objet a son image à l'infini : un faisceau de rayons parallèle émerge.

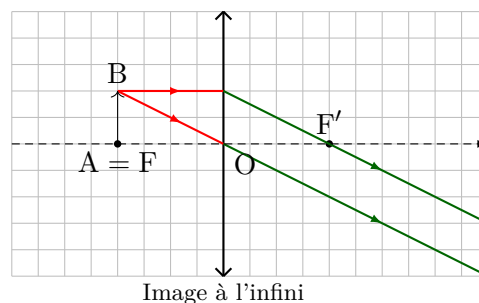
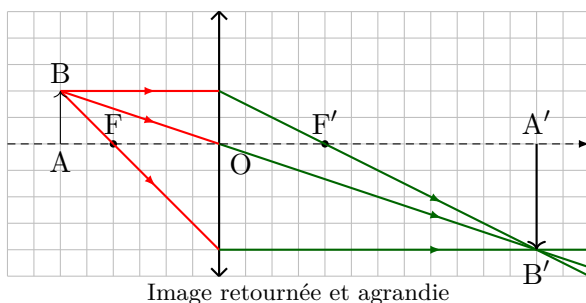
2.3 Construction des images

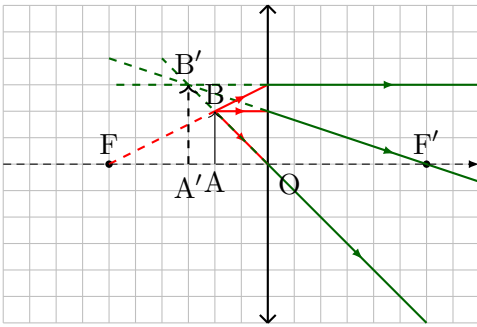
On trace trois rayons issus de l'objet / semblant aller vers l'objet :

- un passant par le centre optique ;
- un passant par le foyer objet ;
- un parallèle à l'axe optique.

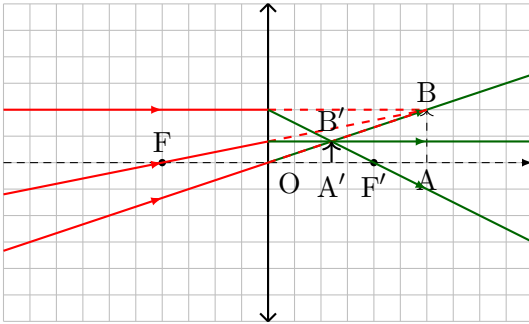
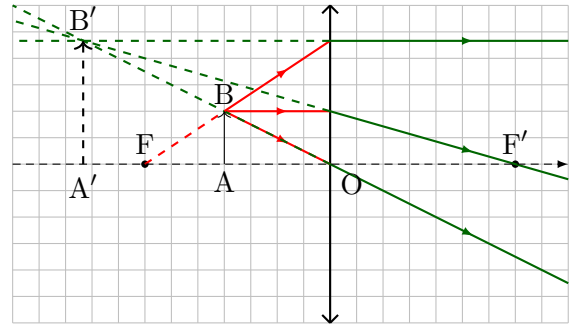
Le point de concours des rayons issus de la lentille donne l'image.

Remarque. Pour un objet étendu, les lentilles conservent les angles. Un objet perpendiculaire à l'axe optique a une image perpendiculaire à l'axe optique. On parle d'**aplanétisme**.





Loupe : image virtuelle agrandie



Objet virtuel, image réelle

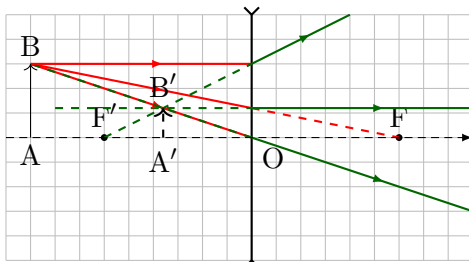
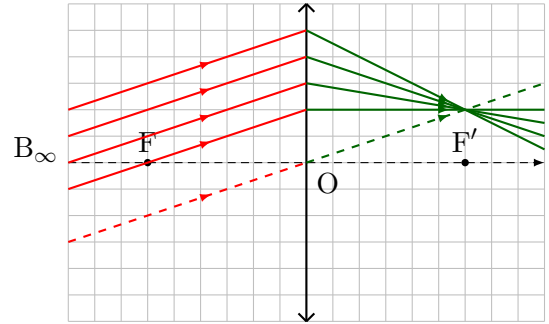


Image virtuelle réduite

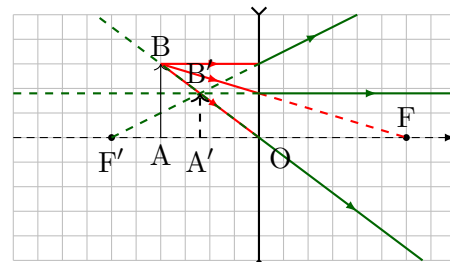


Image virtuelle réduite

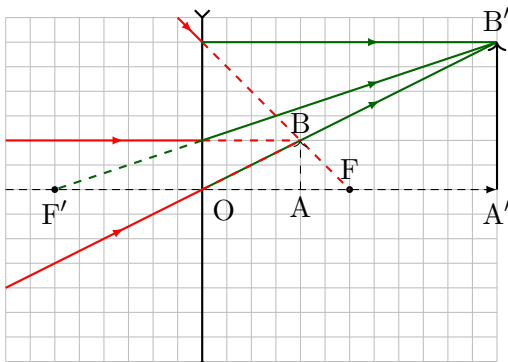


Image réelle agrandie

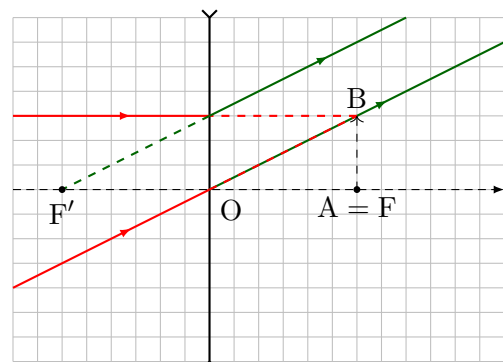


Image à l'infini

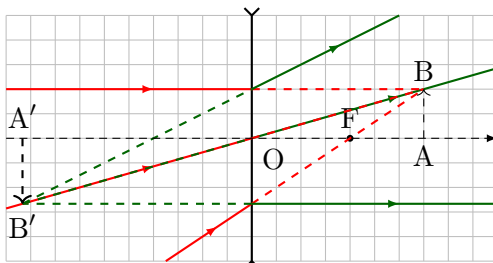


Image virtuelle agrandie et retournée

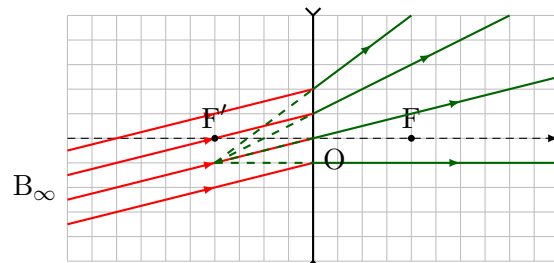
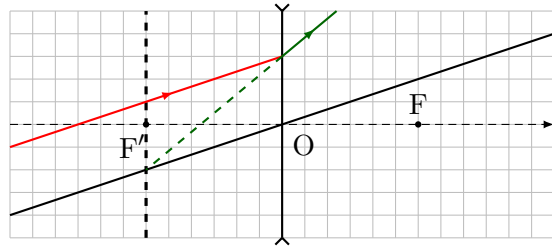
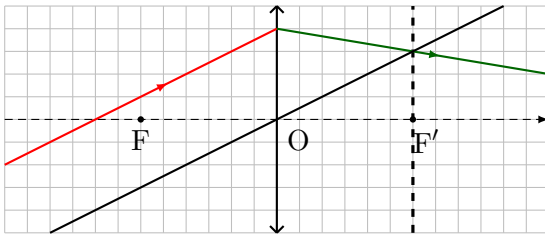


Image virtuelle dans le plan focal image

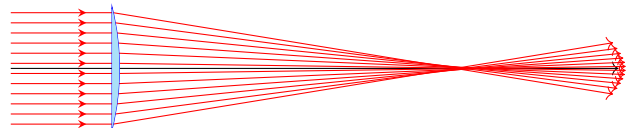
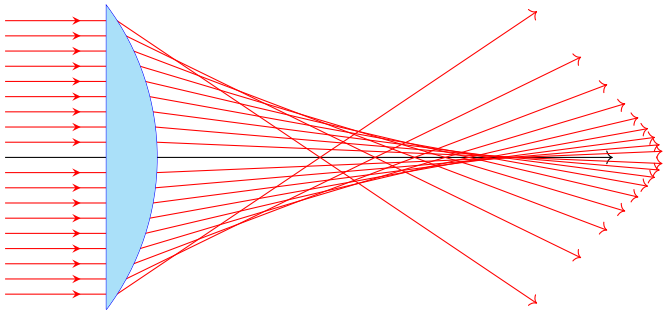
2.4 Méthode du foyer secondaire

Pour savoir comment un rayon quelconque est dévié par une lentille, on utilise la **méthode du foyer secondaire**. On trace la parallèle au rayon considéré passant par le centre optique : celui-ci n'est pas dévié. Enfin, on utilise la propriété du plan focal image : le rayon émergent croise celui-ci dans le plan focal image.



2.5 Les limites du modèle de la lentille mince

Observons la trajectoire de rayons lumineux issus de l'infini. Ces trajectoires sont simplement calculées à partir des lois de Descartes de la réfraction. Nous observons la même chose dans l'expérience.



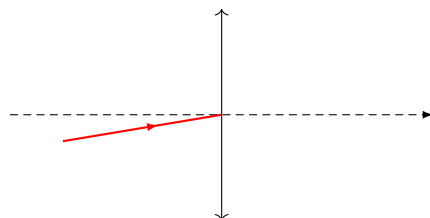
Définition. Il y a **stigmatisme rigoureux** si tout rayon passant par un point objet A, réel ou virtuel, passe, après avoir traversé le système optique, par un point image unique A', réel ou virtuel. On dit que A et A' sont des points **conjugués**.

C'est le cas du miroir plan. Mais pas de la lentille. À un faisceau parallèle correspond une tache, au lieu d'un objet. Si la taille de cette tache est trop petite pour être vue par le détecteur, alors on a un stigmatisme approché.

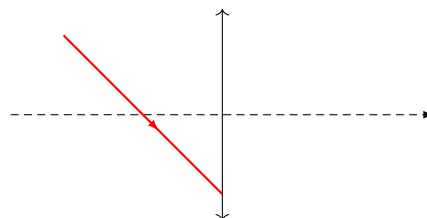
Définition. Un système optique vérifie un **stigmatisme approché** si la taille de la tâche image correspondant à un point objet est assez petite (ce critère dépend du détecteur).

Condition de Gauss. Pour qu'une lentille soit stigmatique approchée, il faut :

- que les angles des rayons avec l'axe optique soient faibles ;
- que la distance des rayons à l'axe optique soit faible devant le rayon de courbure des dioptries.



Conditions de Gauss respectées.



Conditions de Gauss non respectées.

3 Relations de conjugaison et de grandissement

3.1 Distances algébriques

On note $\overline{AB}$ la distance algébrique entre les points A et B. Cette distance s'exprime en mètres et est négative si B est avant A par rapport à l'orientation de l'axe optique et positive dans le cas contraire.



De même, les distances sur des axes orthogonaux à l'axe optique sont comptées positivement de bas en haut et négativement dans le cas contraire.

Les grandeurs algébriques vérifient la relation :

$$\overline{BA} = -\overline{AB}$$

Si A, B et C sont sur le même axe

$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB}$$

3.2 Distance focale et vergence

Définition. La **distance focale** f' d'une lentille est

$$f' = \overline{OF'}$$

où O est le centre de la lentille et F' le foyer image. Cette distance s'exprime en mètres.

On a par ailleurs $\overline{OF'} = -\overline{OF}$ car les foyers sont symétriques l'un de l'autre.

La distance focale permet de caractériser entièrement une lentille.

- ▷ Une lentille **convergente** a une distance focale f' **positive**.
- ▷ Une lentille **divergente** a une distance focale f' **négative**.

Définition. La **vergence** v d'une lentille est définie par

$$v = \frac{1}{f'}$$

Sa dimension est l'inverse d'une distance, dont l'unité est la **dioptrie** notée δ . L'unité dioptrie s'utilise uniquement pour la vergence des lentille. C'est une unité particulière à l'optique.

Application

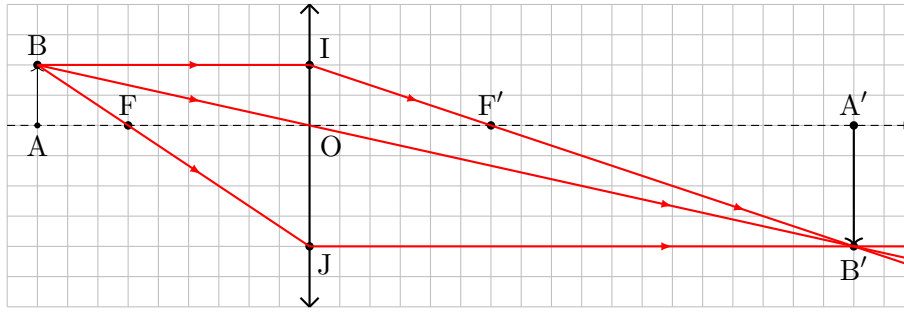
On considère une lentille de focale $f' = 20$ cm. Est-elle convergente ou divergente ? Calculer sa vergence.

La distance focale est positive : la lentille est convergente.

$$f' = 20 \text{ cm} = 2,0 \times 10^{-1} \text{ m}$$

Sa focale vaut $+5,0 \delta$.

3.3 La relation de conjugaison



Les triangles ABF et OJF sont semblables donc :

$$\frac{\overline{FA}}{\overline{FO}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OJ}}$$

Les triangles A'B'F' et OIF' sont semblables donc :

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}}$$

Or :

$$\overline{OI} = \overline{AB} \quad \overline{OJ} = \overline{A'B'} \quad \overline{F'O} = -\overline{OF'} = -f' \quad \overline{FO} = \overline{OF'} = f'$$

Donc :

$$\overline{FA} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} f' \quad \text{et} \quad \overline{F'A'} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} f'$$

On a obtenu la **formule de Newton** (ou relations avec origine aux foyers) :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2$$

Pour faire intervenir $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$, on écrit :

$$\overline{F'A'} = \overline{F'O} + \overline{OA'} = \overline{OA'} - f' \quad \text{et} \quad \overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f' + \overline{OA}$$

Donc :

$$\overline{OA'} f' + \overline{OA'} \times \overline{OA} - f'^2 - f' \overline{OA} = -f'^2$$

Ainsi, en divisant par $\overline{OA'} \times \overline{OA} \times f'$:

$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} - \frac{1}{\overline{OA'}} = 0$$

C'est la **relation de conjugaison** des lentilles minces (formule de Descartes) :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

O étant le centre de la lentille mince, A' l'image de l'objet A et f' la distance focale de la lentille.

Application

Vérification sur le schéma. En termes de carreaux $\overline{OA} = -9$ et $\overline{OA'} = 18$:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{18} - \frac{1}{-9} = \frac{1}{6}$$

On a bien $f' = \overline{OF'} = 6$. Ensuite, $\overline{FA} = -3$ et $\overline{F'A'} = +12$ donc $\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -36$ et on a bien $-f'^2 = -36$.

Définition. Le **grandissement transversal** est donné par la relation

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Les triangles OAB et OA'B' étant semblables, on a :

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad \text{soit} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Le grandissement permet de calculer directement la taille finale de l'image en connaissant la taille et la position de l'objet. En général, les positions se déduisent de l'application de la relation de conjugaison.

Application

Une loupe est constituée d'une lentille convergente de focale $f' = 5$ cm. On observe un objet de 1 cm situé à 3 cm de la loupe. Faire un schéma de la situation. Déterminer graphiquement puis par le calcul la position de l'image, sa nature et sa taille. Quel est le grandissement ?

L'objet est réel et situé à 3 cm de la loupe :

$$\overline{OA} = -3 \text{ cm}$$

L'énoncé donne $f' = +5$ cm. Par application de la formule de conjugaison, on obtient :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}}$$

Avant de passer à l'inverse, il faut réduire au même dénominateur :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA} \times f'} + \frac{f'}{\overline{OA} \times f'} = \frac{\overline{OA} + f'}{\overline{OA} \times f'} \quad \text{soit} \quad \boxed{\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times f'}{\overline{OA} + f'} = -7,5 \text{ cm}}$$

L'image est virtuelle. Puis :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 2,5$$

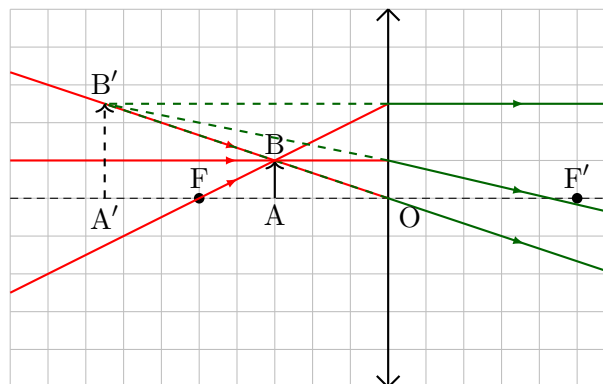
Or :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Donc, comme $\overline{AB} = +1$ cm :

$$\overline{A'B'} = +2,5 \text{ cm}$$

L'image est à l'endroit et plus grande : c'est une loupe.

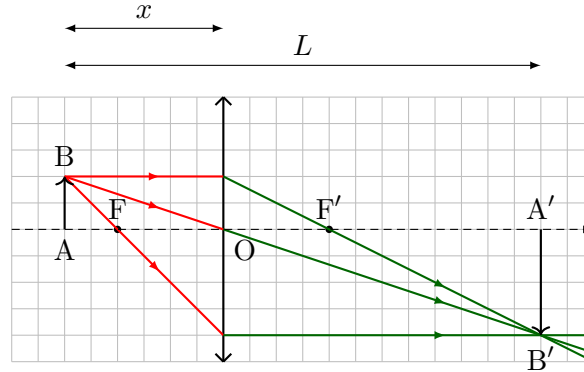


3.4 Projection d'une image par une lentille

On s'intéresse à la situation où l'on fait l'image d'un objet sur un écran. La distance L entre l'objet et l'écran est imposée par les conditions de l'expérience.

Quel type de lentille ? l'image d'un objet réel par une lentille divergente est toujours virtuelle : on doit utiliser une lentille convergente.

Schéma : Quelle position x permet l'obtention d'une image nette sur l'écran ?



La formule de conjugaison doit être vérifiée. Or $\overline{OA} = -x$ et $\overline{OA'} = L - x$. Donc :

$$\frac{1}{L-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

La formule de conjugaison peut se réécrire (en multipliant tous les termes par $(L-x)xf'$) :

$$xf' + (L-x)f' = x(L-x)$$

Ainsi :

$$x^2 - Lx + Lf' = 0$$

Cette équation d'inconnue x a pour discriminant $\Delta = L^2 - 4Lf'$. Cette équation n'admet donc de solution que si $\Delta > 0$ ou encore $L > 4f'$.

Pour projeter un objet sur un écran, il faut utiliser une **lentille convergente** et la distance objet-écran doit être supérieure à $4f'$.

Méthode de Bessel : Dans le cas où la condition $L > 4f'$ est vérifiée, les deux positions x pour lesquelles l'image est nette sont :

$$x_+ = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4Lf'}}{2} \quad \text{et} \quad x_- = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4Lf'}}{2}$$

L'écart entre les deux positions où l'image est nette est $\Delta x = x_+ - x_-$ soit :

$$\Delta x = \sqrt{L^2 - 4Lf'}$$

$$f' = \frac{L^2 - \Delta x^2}{4L}$$

On a obtenu là une formule permettant de mesurer précisément la distance focale d'une lentille convergente.