

## Table des matières

<b>Page de Garde</b>	<b>I</b>
<b>Objectifs</b>	<b>II</b>
<b>Préface</b>	<b>IV</b>
<b>Table des matières</b>	<b>VI</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Partie I : Cours Bilans Macroscopiques</b>	
1. Concepts fondamentaux – analyse boîte noire	5
1.1. Introduction	5
1.2. Modeles de Bilans Macroscopiques	5
1.3. Bilan sur les colonnes de distillation	5
1.4. Équations générales	6
Exemple 1	6
Exemple 2	8
Exemple 3	12
2. Procédés avec ou sans réaction chimique	14
2.1. Équations générales en absence d'une réaction chimique	14
2.2. Équations générales en présence d'une réaction chimique	14
2.3. Exemple : Bilans sur les réaction de combustion	14
3. Détermination des degrés de liberté	19
4. Schéma avec recyclage	20
4.1. Bilan sur les opérations de cristallisation et séchage	20
Solubilité	20
Cristallisation	20
Cristalliseur	20
Sécheur	21
Schéma de recyclage	21
5. Schéma avec recyclage et purge	26
Recyclage	25
Schéma	26
<b>Partie II : Exercices avec solution@Exemples d'illustration</b>	
1. Exercices avec solution@Exemples d'illustration	28
2. Glossaire	81
3. Références Bibliographiques	82

Introduction  
Générale

A 3D rendered title graphic consisting of a dark gray rectangular panel with a white border. The text 'Introduction' is on the top line and 'Générale' is on the bottom line, both in a bold, sans-serif font. The letters are extruded, giving them a three-dimensional appearance. The panel is tilted slightly to the right. A thin vertical black line is positioned to the left of the panel.

### 1.1 Introduction:

Les bilans de matière et d'énergie sont extrêmement importants pendant la conception, la réalisation et l'exploitation.

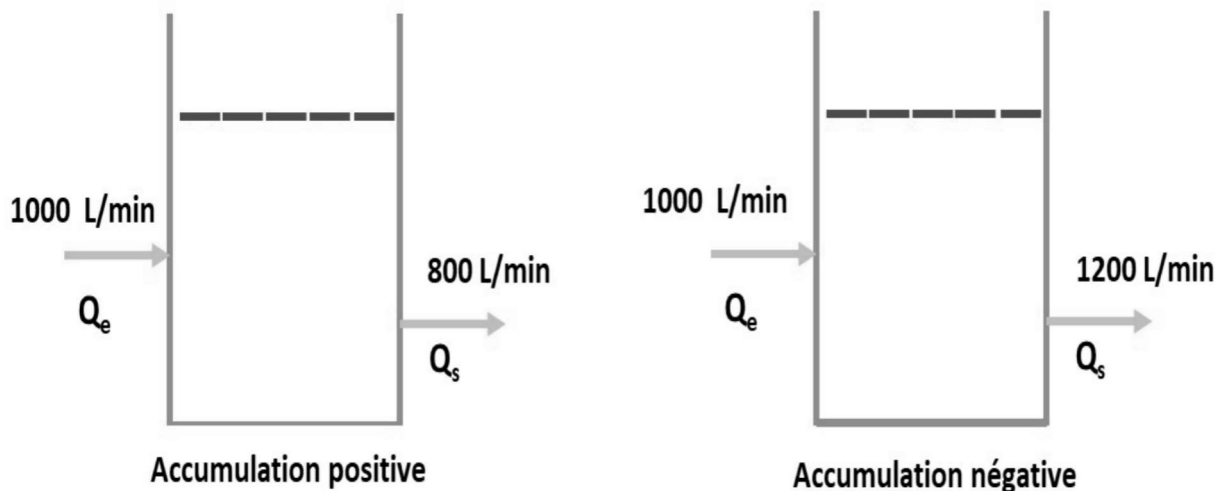
Le bilan matière est l'application de la loi de conservation de masse.

Il faut bien définir :

- Les conditions initiales du système ( $P_i, T_i, V_i, Q_{\text{entrée}}, \text{etc} \dots$ )
- Les conditions finales ( $P_s, T_s, V_s, Q_{\text{sortie}}, \text{etc} \dots$ )
- **La notion d'accumulation**

L'accumulation peut être positive dans le cas de gain de matière, ou négative dans le cas de perte de matière par système.

**Exemple :** back de stockage



**Schéma 1 :** Back de stockage (Positive et négative)

- Pour un régime permanent (ou stationnaire) :  $\frac{dn_j}{dt} = 0$

C'est un système sans accumulation ( $Q_{\text{entrée}} = Q_{\text{sortie}}, \Delta Q = 0$ )

Exemple : colonne de distillation, four, évaporateur, ...etc.

- Pour un régime transitoire (non stationnaire) :  $\frac{dn_j}{dt} \neq 0$

- **Production et consommation**

Dans le cas des réactions chimiques on a la production de certaines particules "les produits ", et la consommation d'autres "les réactifs". Si on fait le bilan sur un réactif on utilise le terme de consommation dans l'équation de bilan, et si on fait le bilan sur un produit on utilise le paramètre de production.

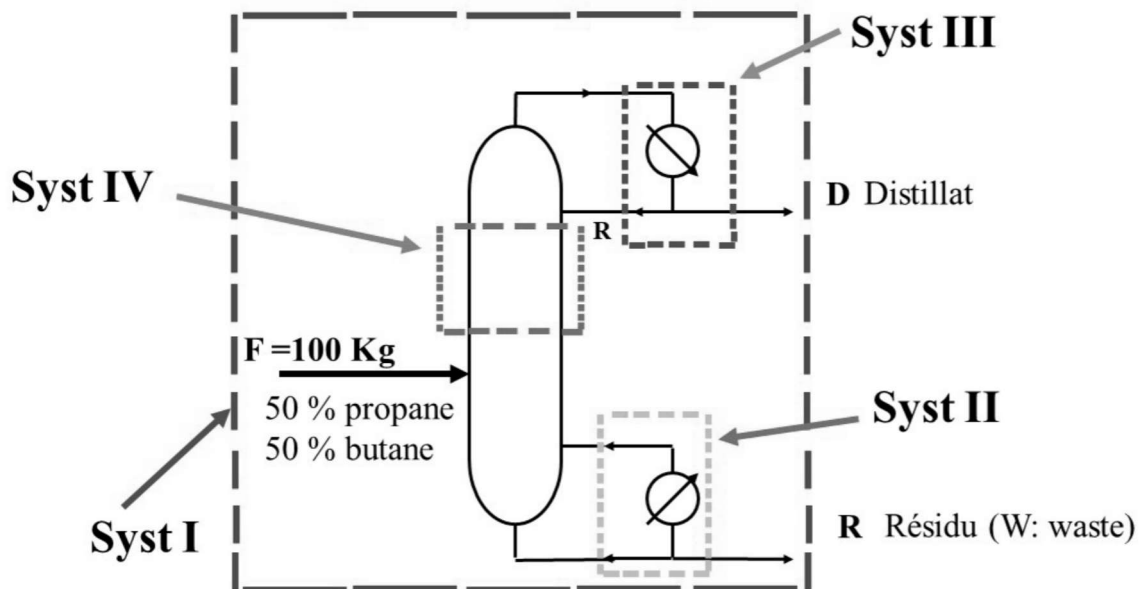
- **Principe de boîte noire**

Une boîte noire est la représentation d'un système sans considérer son fonctionnement interne, il est soit inaccessible ou omis délibérément. Tous peut être représenté sous forme d'une boîte noire : un réseau d'appareil, une colonne de distillation, un moteur, une usine, ...etc.

**Systeme :**

Il faut toujours définir le système sur lequel on fait notre le bilan de matière. Un système est une partie d'un procédé ou tous le procédé sur lequel on fait le bilan.

**Exemple :** colonne de distillation



**Schéma 2 :** Colonne de distillation

- Système I : la colonne de distillation
  - Système II : le rebouilleur
  - Système III : le condenseur
  - Système IV : une entrée deux plateaux
  - Chaque fois qu'on fait un bilan il faut absolument définir le système sur lequel on travaille.
  - Il faut nommer tous les flux qui entrent et qui sortent du système.
  - Exemple : F , D , W
  - La composition (ou %) doit être connue à chaque entrée et sortie du système.
- Il faut choisir une base de calcul, par exemple une heure de fonctionnement, ou une masse de produit entrant ou sortant.

### **Equation générale de bilan**

L'équation de bilan s'écrit de la manière suivante :

***Accumulation = Entrée – Sortie + Production – Consommation***

$$Acc = E - S + P - C$$

partie I : Cours Bilans  
Macroscopiques

## **1- Concepts fondamentaux – analyse boîte noire**

### **1.1. Introduction**

De façon simplifiée, les modèles sont considérés comme des boîtes noires contenant des fonctions de transfert réagissant à des variables d'entrée pour produire un résultat (variables de sorties).



Les modèles sont une représentation simplifiée de la réalité. Des hypothèses simplificatrices doivent être posées pour aider à représenter une réalité complexe. Pour être acceptables, les erreurs causées par la simplification de la réalité doivent être inférieure à la précision du phénomène que l'on veut estimer.

### **1.2. Modèles de BILAN MACROSCOPIQUE**

Les modèles de type macroscopique essaient de décrire les systèmes en termes de bilan des phénomènes dans des réservoirs, La production d'une forêt, la production d'un réacteur chimique, et les besoins en eau d'irrigation sont d'autres exemples. Les principaux modèles que nous devons utiliser peuvent être représentés par des modèles macroscopiques. L'évolution du niveau d'eau dans un réservoir, dans un barrage ou dans un lac est le cas le plus typique où un modèle macroscopique peut être utilisé pour simuler la réalité.

### **1.3. Bilans sur les colonnes de distillation**

#### **- Présentation de la conservation de matière**

La loi de la conservation de la matière, aussi connu en tant que principe de masse stipule que la masse d'un système fermé restera constante au fil du temps et ne sera pas détruite à la suite, quelque soit le processus agissant à l'intérieur du système.

Une déclaration analogue est que la masse ne peut pas être créée ou détruite, même si elle peut être réorganisée dans l'espace, et transformée en différents types de particules.

Cela implique que pour tout processus chimique dans un système fermé, la masse des réactifs doit être égale à la masse des produits. C'est aussi l'idée principale du premier principe de la thermodynamique.

**LAVOISIER** : “Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme”

#### 1.4. Equations générales

La forme générale de l'équation qui traduit la conservation de la matière dans un processus de Génie Chimique est :

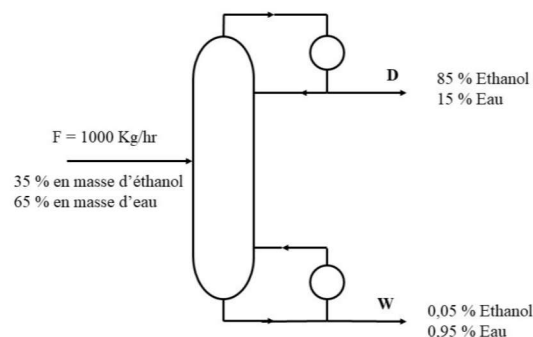
$$\text{Entrée} = \text{Sortie} + \text{accumulation en masse}$$

Dans notre cas, on supposera dans chaque exercice que l'accumulation dans le système est nulle. Mathématiquement, la traduction de la conservation de la matière pour un système sans réaction chimique devient donc la suivante :

$$\text{Entrée} = \text{Sortie}$$

**Exemple 1** : bilan matière sur une colonne de distillation. Calculer D et W ?

D : Distillat et W : Résidus (Waste)



**Schéma 3** : Colonne de distillation

- Dans la colonne de distillation ou d'absorption il n'y a pas une accumulation, c'est un système qui fonctionne généralement en continu.
- Il faut choisir le volume de contrôle « système » sur lequel le calcul doit être fait.
- Il faut faire le schéma exact du procédé.
- Il faut désigner tous les flux qui entrent et qui sortent.
- Il faut porter toutes les informations utiles sur le schéma.
- Il faut choisir les unités.
- Il faut choisir une base de calcul, par exemple un certain temps de fonctionnement.

**Solution :**

$$\text{Acc} = \text{entrée} - \text{sortie} + \text{production} - \text{consommation}$$

$$\simeq 0 \qquad \qquad \qquad \simeq \quad 0 \quad \swarrow$$

Pas accumulation                      pas de production ni de consommation

$$\text{Acc} = E - S + P - C \Rightarrow E = S$$

- **Bilan Globale** (eau + éthanol) :  $F = D + W \dots \dots \dots (1)$

- **Ethanol:**  $0,35 \times F = 0,85 \times D + 0,05 \times W \dots \dots \dots (2)$

- **Eau :**  $0,65 \times F = 0,15 \times D + 0,95 \times W \dots \dots \dots (3)$

De l'équation (1)  $D = 1000 - W$  et on remplace dans l'équation (2) ou (3)

$$350 = 0,85 \times (1000 - w) + 0,05 \times W$$

$$350 = 850 + w(0,05 - 0,85) \Rightarrow -500 = -0,80 \times W$$

$$W = \frac{500}{0,80} = 625 \frac{\text{Kg}}{\text{h}} \text{ Et on trouve aussi, } D = 375 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

**Rendement  $\eta$  :**

**Rendement de la distillation :** Le but de la distillation est d'obtenir le maximum de produit le plus volatil dans le distillat, donc  $\eta$  est égal au quotient de la masse du produit volatil pur recueilli dans le distillat par la masse du même produit dans l'alimentation.

$$\eta = \frac{X_D \times D}{X_F \times F}$$

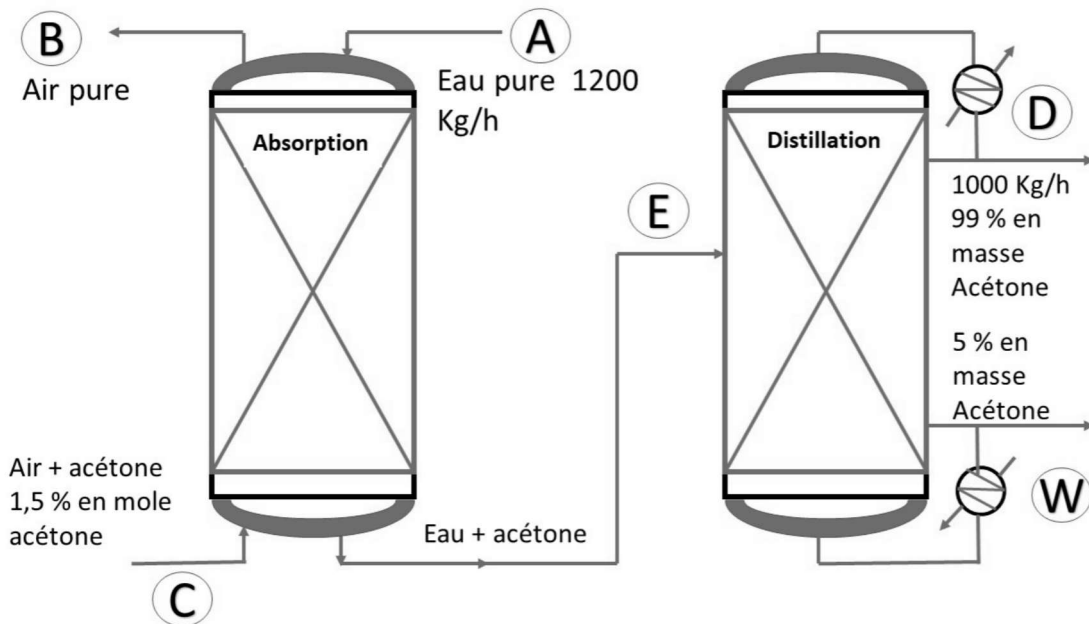
**Exemple :**

(Exemple 1 du cours :  $1000 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$  eau – alcool avec 35 % en masse  $\text{CH}_3\text{OH}$  et 85 % en masse de distillat)

$$\eta = \frac{0,85 \times 375}{0,35 \times 1000} = 0,9107 = 91,07 \%$$

Le rendement de cette opération  $\eta = 91,07 \%$

**Exemple 2 :** Cas de deux colonnes fonctionnantes simultanément



**Schéma 4 :** Colonne d'absorption et de distillation

Déterminer la composition de E (l'alimentation de la colonne de distillation)

Pour faire un bilan on doit procéder par étape :

1. Faire un schéma du procédé
2. Nommer tous les fluides
3. Mettre toutes les informations à côté du nom
4. Choisir une surface de contrôle (autour de la 2<sup>ème</sup> colonne dans notre cas).

**Solution :**

On prend une base de calcul (une heure de production par exemple)

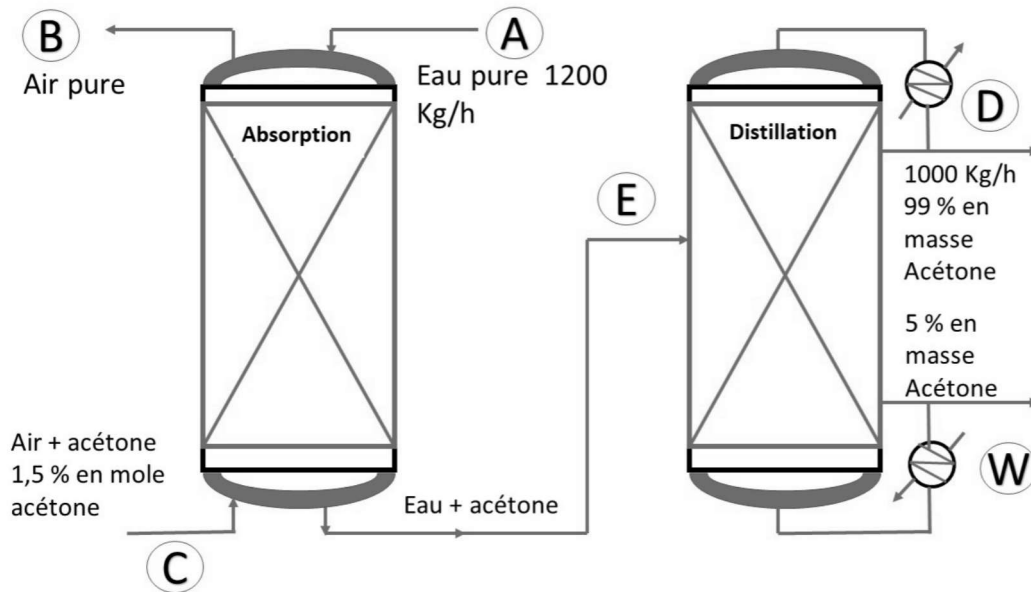
Les unités de calcul en  $\frac{\text{Kg}}{\text{h}}$

**Equation générale de bilan :**  $\text{Acc} = E - S + P - C$

$\text{Acc} = 0$  : pas d'accumulation, en régime permanent

$P + C = 0$  : pas de production ni de consommation

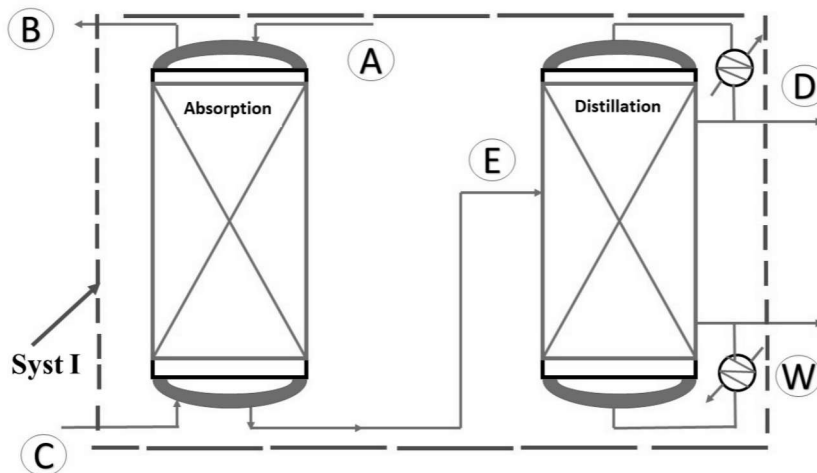
$\rightarrow E = S$



**Schéma 5 :** zone de contrôle sur les deux colonnes

À l'entrée :  $E = 1200 \frac{\text{Kg}}{\text{h}} + C$

À la sortie :  $S = B + D + W$



**Schéma 6** : Zone de contrôle sur les deux colonnes

$$E = 1200 + C = B + 1000 + w$$

$$\Rightarrow 200 + C = B + w \quad (1)$$

On travaille en % massique

On prend comme base de calcul : une heure de fonctionnement et 100 moles mole de mélange air-acétone (Ce n'est pas donné dans l'exercice).

100 moles de mélange à 1,5 % en mole d'acétone contiennent : 1,5 moles d'acétone et 98,5 moles air

Sachent que  $M_{\text{acétone}} = 58 \text{ g/mol}$  et  $M_{\text{air}} = 29 \text{ g/mol}$

La fraction massique de l'acétone :

$$X_{\text{acé}} = \frac{m_{\text{acé}}}{m_{\text{acé}} + m_{\text{air}}}$$

$$X_{\text{acé}} = \frac{1,5 \times 58}{1,5 \times 58 + 98,5 \times 29} = 0,0295 = 2,95 \% \text{ en masse}$$

$\Rightarrow$  Tous les % sont massiques, on reprend le calcul

**Bilan sur l'acétone :**  $0,0295 \times C = 0,99 \times 1000 + 0,05 \times W \quad (2)$

**Bilan sur l'eau :**  $1200 = 0,01 \times 1000 + 0,95 \times W \Rightarrow 1190 = 0,95 \times W \quad (3)$

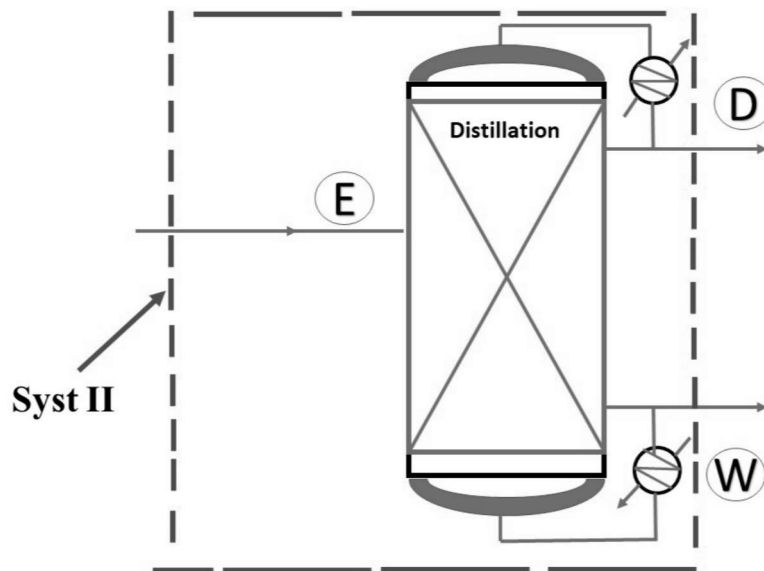
**Bilan sur l'air :**  $(1 - 0,0295) \times C = B \quad (4)$

$$\text{\AA partir de (3) : } w = \frac{1190}{0,95} = 1253 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

$$\text{\AA partir de (2) : } C = \frac{990 + 0,05 \times 1253}{0,0295} = 35683 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

$$\text{\AA partir de (4) : } B = (1 - 0,0295) \times 35683 = 34630 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

Maintenant on considère le système II (zone de contrôle sur la deuxième colonne).



**Schéma 7 :** Zone de contrôle sur la deuxième colonne

$$\text{Equation de bilan global : } E = D + W$$

$$\Rightarrow E = 1000 + 1253 = 2253 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

La composition de E = ?

$$\text{Bilan sur l'acétone : } X_{Ac} \times E = 0,99 \times D + 0,05 \times W$$

$$X_{Ac} \times 2253 = 0,99 \times 1000 + 0,05 \times 1253$$

$$X_{Ac} = \frac{990 + 62,65}{2253} = 0,46 \quad \text{donc il y a 46 \% d'acétone dans E}$$

$$X_{Eau} = 1 - X_{Ac} = 1 - 0,46 = 0,53 \text{ \% eau dans E}$$

**Rendement de l'extraction ou d'absorption (ou taux) :**

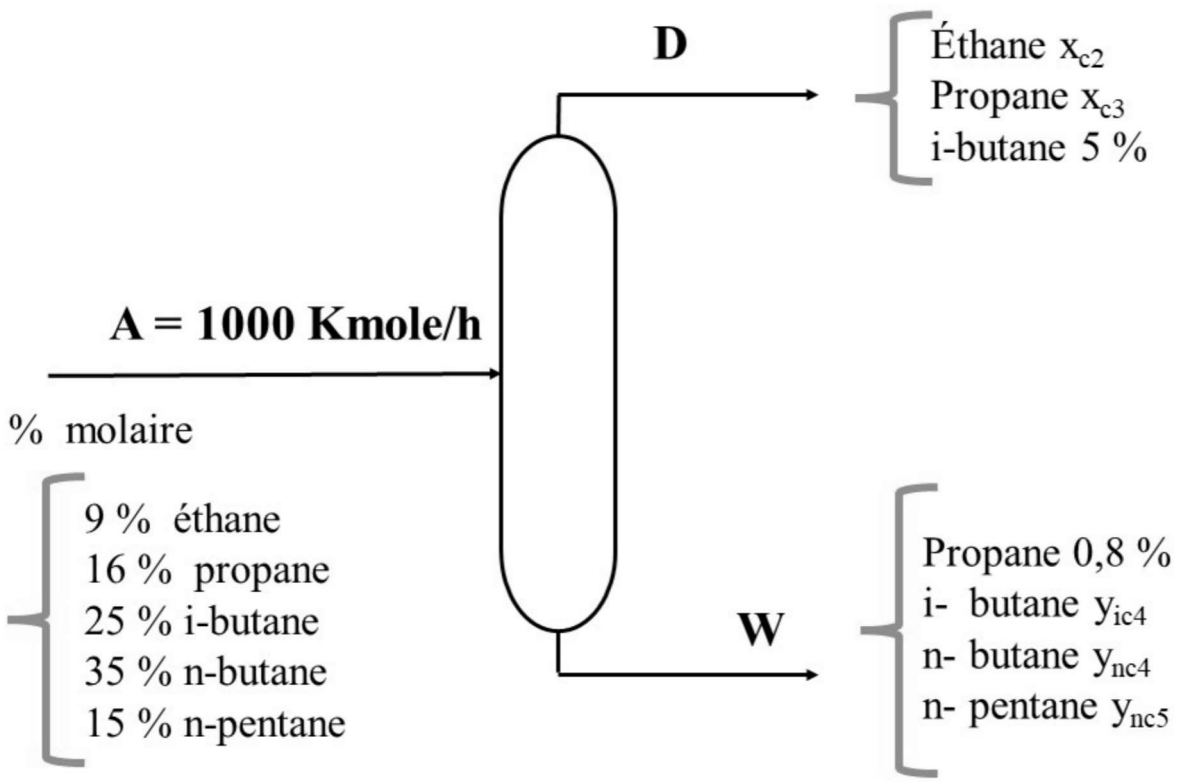
Le but de l'extraction (ou d'absorption) est de faire passer le soluté contenu dans une substance à épurer dans la solution de l'extrait (solution riche), donc  $\eta$  est égal au quotient de la masse de soluté extrait E par la masse de soluté introduite dans l'alimentation F.

$$\eta = \frac{X_e \times E}{X_f \times F}$$

(**Exemple 2** du cours : deux colonnes fonctionnantes simultanément, acétone à l'entrée de l'absorbeur  $X_{Ac} = 2,95 \%$  massique et à la sortie  $X_E = 46 \%$ )

$$\eta = \frac{0,46 \times 2253}{0,0295 \times 35683} = 0,9845 = 98,45 \%$$

**Exemple 3 :** distillation d'un mélange complexe



**Schéma 8 :** Colonne de distillation d'un mélange poly-composants

- Calculer les compositions en D et W ?

$$\text{Bilan global : } F = D + W \Rightarrow 1000 = D + W \quad (1)$$

$$\text{Bilan sur l'éthane : } 0,09 \times 1000 = X_{C_2} \times D \quad (2)$$

$$\text{Bilan sur le propane : } 0,16 \times 1000 = X_{C_3} \times D + 0,8 \% \times W \quad (3)$$

$$\text{Bilan sur le i-butane : } 0,25 \times 1000 = 5\% \times D + y_{iC_4} \times W \quad (4)$$

$$\text{Bilan sur le n-butane : } 0,35 \times 1000 = y_{nC_4} \times W \quad (5)$$

$$\text{Bilan sur le n-pentane : } 0,15 \times 1000 = y_{nC_5} \times W \quad (6)$$

Initialement, nous avons 7 inconnues :  $D, W, X_{C_2}, X_{C_3}, Y_{iC_4}, Y_{nC_4}$  et  $Y_{nC_5}$  et 6 équations. Pour pouvoir résoudre ce système, nous pouvons ajouter les équations suivantes :  $X_{C_2} + X_{C_3} + 0,05 = 1$  (7)

$$0,008 + Y_{iC_4} + Y_{nC_4} + Y_{nC_5} = 1 \quad (8)$$

$$\text{D'après l'équation (8) : } Y_{iC_4} + Y_{nC_4} + Y_{nC_5} = 1 - 0,008 = 0,992$$

Si on additionne les équations (4 + 5 + 6) membre à membre

$$\rightarrow 750 = 0,05 D + (Y_{iC_4} + Y_{nC_4} + Y_{nC_5}) \times W$$

$$\text{Donc } 750 = 0,05 D + 0,992 \times W \quad (9)$$

D'après l'équation (1) :  $D = 1000 - W$ , on remplace dans l'équation (9)

$$\text{d'où } 750 - 0,05 \times 1000 = W \times (0,992 - 0,05)$$

$$\rightarrow 700 = W \times 0,942$$

$$\rightarrow W = 743,1 \text{ Kg/h} \quad \text{et } D = 1000 - 743,1 = 256,9 \text{ Kg/h}$$

$$\text{D'après l'équation (2) } \rightarrow X_{C_2} = \frac{90}{D} = \frac{90}{256,9} = 0,3503$$

$$\text{D'après l'équation (3) } \rightarrow X_{C_3} = 0,5997$$

$$\text{D'après l'équation (4) } \rightarrow Y_{iC_4} = 0,319$$

$$\text{D'après l'équation (5) } \rightarrow Y_{nC_4} = 0,471$$

$$\text{D'après l'équation (6) } \rightarrow Y_{nC_5} = 0,202$$

## 2- Procédés avec ou sans réaction chimique

### 2.1. Equations générales en l'absence d'une réaction chimique :

En l'absence d'une réaction chimique la quantité de matière des espèces chimiques entrant et sortant sera la même, ce qui donne lieu à une équation pour chacune des espèces dans le système.

*On peut donc effectuer aussi bien des bilans matière massique où molaire.*

### 2.2. Equations générales en présence d'une réaction chimique :

Pour résoudre un bilan matière avec la présence d'une réaction chimique, il faut bien suivre l'avancement (voir l'exemple suivant).

### 2.3. Exemple : Bilans sur les réactions de combustion

**Exemple 4 :** combustion d'éthane dans un moteur à combustion

85 kmoles d'éthane mélangées avec 15 kmoles d'oxygènes sont brûlées avec 200 % d'excès d'air.

- Calculer la composition des gaz d'échappement si 80 % de l'éthane donne du CO<sub>2</sub>, 10 % du CO et 10 % restant imbrulé.

Solution :

**Base de calcul :** 100 Kmoles de fuel

Réaction de combustion dans le moteur

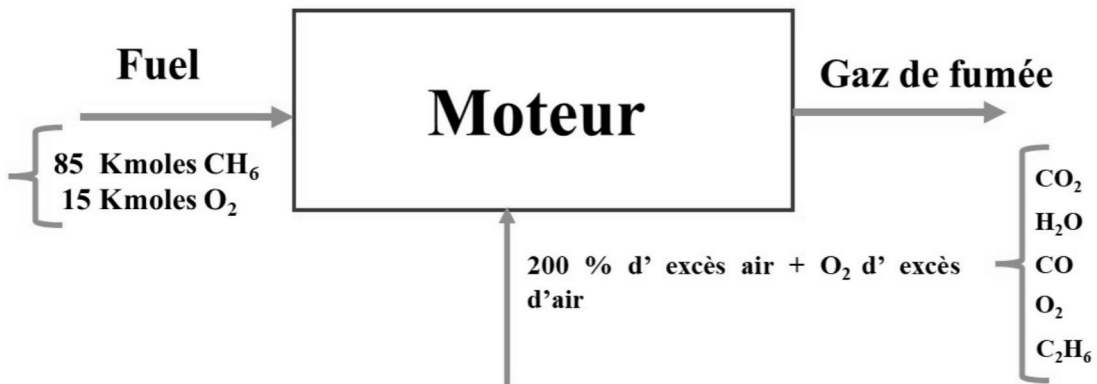


Schéma 9 : Moteur

Quantité d'O<sub>2</sub> nécessaire

**Réaction (1) :** Réaction de combustion complète et la quantité d'oxygène requise :



$$n_{\text{O}_2} = \frac{80 \times 3,5}{1} = 297,50 \text{ Kmoles O}_2$$



$$n_{\text{O}_2} = \frac{297,50 \times 80}{100} = 238 \text{ Kmoles nécessaire à la combustion totale}$$

**Réaction (2) :** Réaction de combustion incomplète et la quantité d'oxygène requise :



$$n_{\text{O}_2} = \frac{85 \times 2,5}{1} = 212,50 \text{ Kmoles O}_2$$



$$n_{\text{O}_2} = \frac{212,50 \times 10}{100} = 21,25 \text{ Kmoles nécessaire}$$

La quantité O<sub>2</sub> nécessaire pour une réaction complète et incomplète

$$n_{O_2} = 21,25 + 238 = 259,25 \text{ Kmoles } O_2$$

**10 % est imbrûlé :**

- C<sub>2</sub>H<sub>6</sub> Non brûlé : 10 % × 85 Kmoles = 8,5 Kmoles de C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>

Et la quantité d'O<sub>2</sub> introduite avec C<sub>2</sub>H<sub>6</sub> : 15 Kmoles O<sub>2</sub>

Donc : 259,25 – 15 = 244,25 Kmoles O<sub>2</sub> (la quantité d'O<sub>2</sub> exacte et nécessaire)

On travaille avec 200 % d'excès

100 % nécessaire et 200 % excès ⇒ 300 %

**Calcul : O<sub>2</sub> et N<sub>2</sub> (nombre de moles) entrant avec l'air**

$$O_2 : 244,25 (1 + 2) = 732,75 \text{ Kmoles } O_2$$

L'excès de O<sub>2</sub> qui soit dans la fumée :

$$732,75 - 238 = 494,75 \text{ Kmoles } O_2$$

**N<sub>2</sub> : la quantité de N<sub>2</sub> correspondante qui accompagne O<sub>2</sub>**

$$\begin{array}{ccc} 0,79 \text{ Kmoles } N_2 & \longrightarrow & 0,21 \text{ Kmole } O_2 \\ n_{N_2} & \longrightarrow & 732,75 \text{ Kmoles } O_2 \end{array}$$

$$n_{N_2} = \frac{0,79 \times 732,75}{0,21} = 2756,53 \text{ Kmoles } N_2$$

Revenons aux équations des réactions pour trouver les produits générés :

**CO<sub>2</sub> :**

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ mole } C_2H_6 & \longrightarrow & 2 \text{ Kmole } CO_2 \\ 85 \text{ Kmoles} & \longrightarrow & n_{CO_2} \text{ Kmoles} \end{array}$$

$$n_{CO_2} = \frac{85 \times 2}{1} = 170 \text{ Kmoles } CO_2$$

170 Kmoles  $\longrightarrow$  100 %

$n_{\text{CO}_2}$   $\longrightarrow$  80 %

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{170 \times 80}{100} = 136 \text{ Kmoles CO}_2$$

**CO :**

1 mole  $\text{C}_2\text{H}_6$   $\longrightarrow$  2 Kmole CO

85 Kmoles  $\longrightarrow$   $n_{\text{CO}}$  Kmoles

$$n_{\text{CO}} = \frac{85 \times 2}{1} = 170 \text{ Kmoles CO}_2$$

170 Kmoles  $\longrightarrow$  100 %

$n_{\text{CO}}$   $\longrightarrow$  10 %

$$n_{\text{CO}} = \frac{170 \times 10}{100} = 17 \text{ Kmoles CO}$$

**H<sub>2</sub>O :**

Est produit par les 2 réactions :

1 Kmole  $\text{C}_2\text{H}_6$   $\longrightarrow$  3 Kmoles  $\text{H}_2\text{O}$

85 Kmoles  $\longrightarrow$   $n_{\text{H}_2\text{O}}$  Kmoles

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{85 \times 3}{1} = 255 \text{ Kmoles}$$

255 Kmoles  $\longrightarrow$  100 %

$n_{\text{H}_2\text{O}}$   $\longrightarrow$  80 %

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{80 \times 255}{100} = 204 \text{ Kmoles H}_2\text{O}$$

1 Kmole  $\text{C}_2\text{H}_6$   $\longrightarrow$  3 Kmoles  $\text{H}_2\text{O}$

85 Kmoles  $\longrightarrow$   $n_{\text{H}_2\text{O}}$  Kmoles

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{85 \times 3}{1} = 255 \text{ Kmoles}$$



$$n_{H_2O} = \frac{10 \times 255}{100} = 25,50 \text{ Kmoles } H_2O$$

Nombre total de molécules d'eau = 204 + 25,50 = 229,50 Kmoles

**Nombre de moles total dans les gaz de fumées :**

- $C_2H_6$  ..... 8,50 Kmoles de  $C_2H_6$
- $H_2O$  ..... 204 + 25,50 = 229,50 Kmoles de  $H_2O$
- $CO$  ..... 17 Kmoles de  $CO$
- $CO_2$  ..... 136 Kmoles de  $CO_2$
- $N_2$  ..... 2756,53 Kmoles de  $N_2$
- $O_2$  ..... 494,75 Kmoles de  $O_2$

**Nombre total de moles 3642,28 moles**

$$Y_{C_2H_6} = \frac{n_{C_2H_6}}{n_{Total}} = \frac{8,5}{3642,28} = 0,00233370 = 0,23337 \%$$

$$Y_{H_2O} = \frac{n_{H_2O}}{n_{Total}} = \frac{229,50}{3642,28} = 0,063009 = 6,63009 \%$$

$$Y_{CO} = \frac{n_{CO}}{n_{Total}} = \frac{17}{3642,28} = 0,00466740 = 0,466740 \%$$

$$Y_{CO_2} = \frac{n_{CO_2}}{n_{Total}} = \frac{136}{3642,28} = 0,0373392490 = 3,7339 \%$$

$$Y_{N_2} = \frac{n_{N_2}}{n_{Total}} = \frac{2756,53}{3642,28} = 0,756814 = 75,6814 \%$$

$$Y_{O_2} = \frac{n_{O_2}}{n_{Total}} = \frac{494,75}{3642,28} = 0,135835 = 13,5835 \%$$

### 3- Détermination des degrés de liberté :

- **Degré de liberté d'un système**

On introduit la notion de nombre de degrés de liberté que l'on définit, dans le cas le plus général, par :

Le degré de liberté d'un système d'équations est défini comme suit :

Le degré de liberté = le nombre des inconnues – le nombre des équations indépendantes

$$N_d = N_i - N_e$$

Si  $N_d$  est nulle, c'est à dire  $N_i = N_e \rightarrow$  la solution existe, et les variables (les paramètres) du système sont bien définis.

La première étape, avant de calculer ce nombre, est de tracer les frontières qui identifient les différents systèmes pour lesquels on écrit les équations de bilan. On doit d'abord commencer par tracer les frontières autour de chaque unité, ensuite autour des nœuds et enfin autour de l'ensemble du procédé. La seconde étape est de vérifier quel est le nombre d'équations de bilan que l'on peut écrire pour chaque système tracé ; en sachant qu'on peut écrire autant d'équations que de composants traversant le système.

Selon la valeur du DDL, Trois situations peuvent se présenter :

1-  $D_L \leq 0$ , le problème admet une solution unique (on parle de système complètement spécifié) ;

2-  $D_L > 0$ , le problème admet une infinité de solutions (on parle de système sous-spécifié) ;

## **4- Schéma avec recyclage :**

### **4-1. Bilans sur les opérations de cristallisation et séchage**

- **Solubilité**

Pendant la dissociation d'un composé dans un solvant, ce dernier présente une limite de concentration du composé au-dessus de laquelle le composé ne peut être dissout, il s'agit d'un équilibre thermodynamique entre le composé à dissoudre et la solution.

**N. B. :** *une solution sursaturée* est une solution qui contient plus de soluté qu'elle ne peut en dissoudre normalement.

- **Cristallisation**

La cristallisation en solution est un des plus anciens procédés, les anciens l'ont réalisé pour obtenir du sel à partir de l'évaporation de l'eau de mer. La cristallisation est une opération physique qui consiste à isoler un produit en solution pour le récupérer sous forme solide.

C'est un procédé utilisé dans le domaine de génie des procédés, et spécialement en industrie pharmaceutique et alimentaire (sucre, jus de fruits concentré). Il est utilisé dans les opérations de purification et séparation de mise en forme du solide.

- **Cristalliseur**

Les cristalliseurs sont utilisés dans les procédés pour réaliser une séparation solide-liquide. Le solide présent dans la solution d'alimentation sous forme dissoute, se cristallise à l'intérieur de l'appareil grâce à un changement de température. Les cristaux sont séparés du liquide par l'intermédiaire d'un filtre. L'opération de cristallisation permet d'obtenir des produits de très haute pureté avec une faible consommation d'énergie.

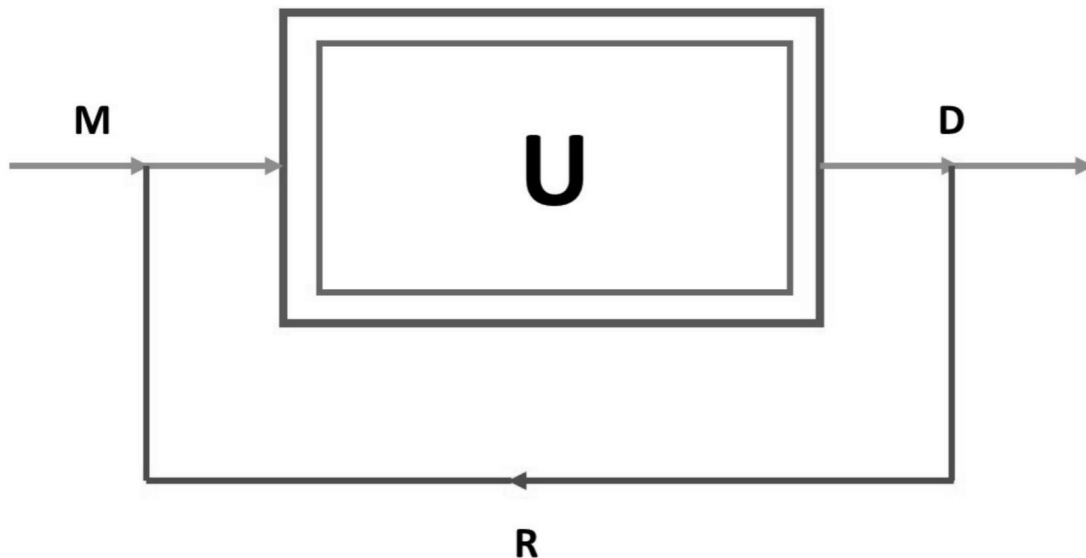
- **Sécheur**

Le séchage est une opération de transfert de matière dans laquelle de l'humidité est éliminée par évaporation, d'une phase solide ou d'une phase liquide, pour obtenir un produit sec. Cette opération nécessite un apport de chaleur. En plus du produit sec, on récupère à la sortie un courant de vapeur pure. L'alimentation peut être un solide, et le produit séché peut contenir une humidité résiduelle.

- **Schéma de recyclage**

Ce schéma comporte un ensemble d'équipement U, une boucle de recyclage R vers l'amont et deux nœuds M et D.

Le nœud amont M est un nœud de mélange (ou mélangeur). Le nœud aval D est un nœud de dérivation de courants (qui peut être analogue parfois à une opération de séparation).



**Schéma 10** : Schéma recyclage

En général, dans ce type de motif, l'ensemble U comporte au moins un réacteur.

**Exemple 5 :** Cristallisation de la solution de  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$

La solubilité du dinitrate est de 5 g pour 100 g d'eau à 0 °C et de 34 g pour 100 g d'eau à 100 °C. Calculer la quantité d'eau à utiliser pour obtenir une solution saturée contenant, à chaud, à 100 Kg de dinitrate de baryum et la masse de cristaux obtenus en refroidissant cette solution de 100 à 0 °C. Calculer le rendement de l'opération.

**Solution :**

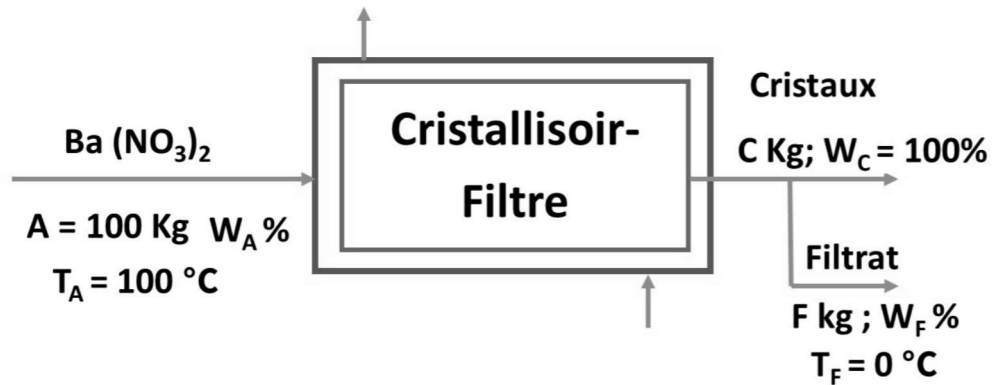
**Base de calcul :** pour 100 Kg de  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  à solubiliser à 100 °C

Lorsque l'on refroidit une solution saturée de soluté dans un solvant, il y a cristallisation d'une partie du soluté et le solide formé est ensuite séparé par filtration. Cette dernière opération donne deux phases :

- Une phase solide, constituée de cristaux plus au moins secs. Parfois, certains composés ont la propriété de cristalliser avec des molécules de solvant (solvatés) ;
- Une phase liquide qui est une solution saturée en soluté dans le solvant, à la température de fin de cristallisation

• **Détermination des titres massiques :**

Les titres massiques en soluté dans les solutions, sont déduits des solubilités. Ces dernières sont généralement exprimées en g de soluté pour 100 g de solvant, dans les conditions de températures déterminées. Soient  $w_A$ ,  $w_C$  et  $w_F$  les titres massiques respectifs de nitrate de baryum dans l'alimentation, les cristaux et le filtrat et A, C et F les masses respectives de la solution d'alimentation, des cristaux et du filtrat.



**Schéma 11 :** Schéma d'une cristallisation -filtration discontinue

$$w_A = \frac{34}{24 + 100} = 0,2537 \Rightarrow 25,37 \%$$

$$w_F = \frac{5}{5 + 100} = 0,0476 \Rightarrow 4,76 \%$$

$w_c = 1$  (100 %) Les cristaux sont considérés comme anhydres après filtration).

• **Calcul de la quantité d'eau nécessaire pour obtenir une solution saturée :**

Il est envisagé d'obtenir une solution saturée 100 °C contenant 100 Kg de soluté

(soit  $A w_A = 100$  Kg). Donc  $A = \frac{100}{0,2537} = 394,17$  Kg de solution

contenant 100 Kg de soluté. La masse de solvant à utiliser dans ces conditions est donc de  $394,17 - 100 = 294,17$  Kg d'eau.

• **Bilan massique de la cristallisation :**

Il est possible d'écrire la loi de la conservation de la masse par rapport aux divers courants et par rapport au soluté.

**Bilan global :**  $A = C + F \Rightarrow A = 394,17$  Kg ..... (1)

**Bilan par rapport à  $Ba(NO_3)_2$  pur :**  $A w_A = C w_C + F w_F$  ..... (2)

(1)  $\Rightarrow F = A - C$ . La valeur de F obtenue est ensuite reportée dans l'équation

(2), on déduit :  $A w_A = C w_C + A w_F - C w_F$ , d'où

$$C = \frac{A (w_A - w_F)}{w_C - w_F} = \frac{394,17 \times (0,2537 - 0,0476)}{1 - 0,0476} = 85,30 \text{ Kg}$$

Il est donc récupéré 85,30 Kg de cristaux et la masse correspondante du filtrat est de  $394,17 - 85,30 = 308,87$  Kg

• **Rendement de la cristallisation :**

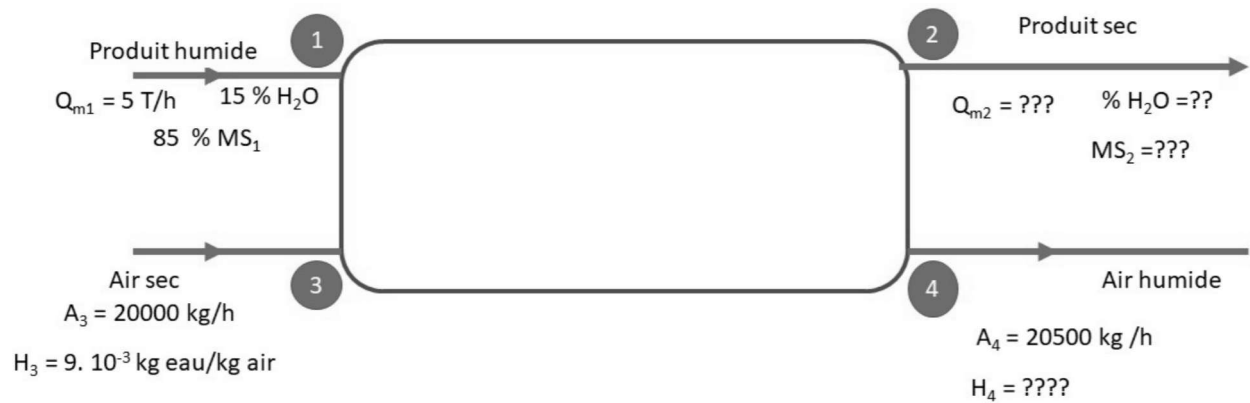
Le but d'une cristallisation est d'obtenir des cristaux. Le rendement de cette opération est donc égal au quotient de la masse de cristaux obtenus (soluté pur) par la masse de cristaux que l'on aurait dû obtenir, c'est-à-dire la masse de soluté introduite dans l'alimentation. Soit, compte tenu du symbolisme utilisé :

$$\eta = \frac{X_C \times C}{X_A \times A} = \frac{1 \times 85,30}{394,17 \times 0,2537} = 0,853 = 85,3 \%$$

Le rendement de cette opération :  $\eta = 85,3 \%$

**Exemple 6 : Séchage de biscuits**

Un produit humide est partiellement déshydraté dans un sécheur, à partir des renseignements portés sur la figure ci-dessous.



**Schéma 12 :** Schéma de biscuits

- Calculer la masse d'eau retirée au produit humide en 1 heure
- Calculer le débit massique du produit déshydraté  $Q_{m2}$  ?
- Calculer le % de matière sèche  $MS_2$  dans le produit déshydraté, ainsi que le % en eau.
- Calculer la teneur en eau de l'air sortant  $H_4$ .

Solution :

- La masse d'eau retirée en 1 heure = la masse d'eau absorbée par l'air

$$20500 - 20000 = 500 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

- Le débit massique du produit déshydraté :
- Bilan matière

$$\text{Acc} = E - S + P - C$$

$$\text{Acc} = 0, P = 0 \text{ et } C = 0 \Rightarrow \text{Pas de réaction chimique}$$

$$E - S = 0 \Rightarrow E = S$$

$$Q_{m_1} + A_3 = Q_{m_2} + A_4 \dots \Rightarrow Q_{m_2} = Q_{m_1} + A_3 - A_4$$

$$Q_{m_2} = 5000 - 500 = 4500 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

- Le pourcentage de matière sèche  $\Rightarrow$  Bilan matière sur matière sèche

$$E = S$$

$$\Rightarrow Q_{m_1} \times MS_1 = Q_{m_2} \times MS_2 \dots \Rightarrow MS_2 = \frac{Q_{m_1} \times MS_1}{Q_{m_2}}$$

$$MS_2 = \frac{5000 \times 0,85}{4500} = 0,9444 = 94,44 \%$$

- Le pourcentage en eau dans le produit sec

$$\text{On sait que : } x \% + y \% = 1$$

$$\Rightarrow \% \text{ eau}_2 = 1 - MS_2 \qquad \% \text{ eau}_2 = 5,56 \%$$

- Teneur en eau de l'air sortant  $H_4$

Bilan sur l'eau :

$$Q_{m_1} \times 0,15 + A_3 \times 9 \times 10^{-3} = Q_{m_2} \times 0,0556 + A_4 \times H_4$$

$$5000 \times 0,15 + 20000 \times 9 \times 10^{-3} = 4500 \times 0,0556 + 20500 \times H_4$$

$$H_4 = 33,16 \times 10^{-3} \frac{\text{Kg eau}}{\text{Kg air}}$$

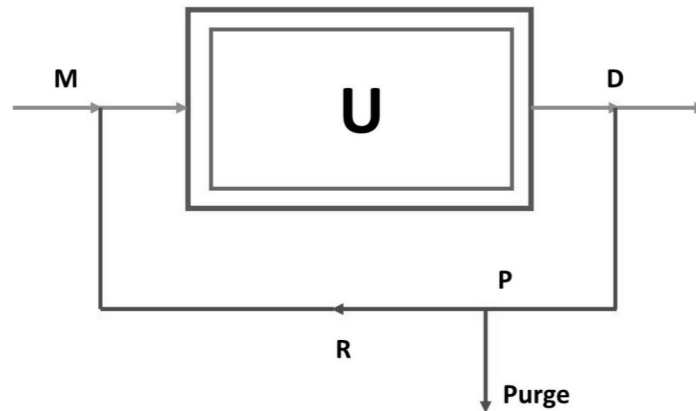
## 5- Schéma avec recyclage et purge

- Recyclage

On effectue très souvent les recyclages dans les installations comportant un réacteur car le taux de conversion n'est généralement pas égal à l'unité. Ainsi, on recycle à l'entrée du réacteur les produits qui n'ont pas réagi et ceci après séparation des produits de la réaction.

- Schéma

Les caractéristiques sont très similaires à celles du motif Schéma recyclage. Cependant, le schéma comporte un troisième nœud P situé sur la boucle de recyclage R. le nœud P est une dérivation à partir de laquelle le courant de purge est dirigé vers l'extérieur du procédé, évitant ainsi l'accumulation d'un constituant non réactif.



**Schéma 13 :** Schéma recyclage avec purge

Lorsque l'alimentation contient un constituant qui ne réagit pas (gaz inerte par exemple) et est susceptible de s'accumuler dans le circuit de recyclage, il est nécessaire de purger une fraction de recyclage.

A quoi sert une purge ?

- Empêcher l'accumulation d'un produit dans l'installation.

➤ Eliminer une impureté qui poserait un problème dans la suite du procédé. Rappelons que, lorsque l'alimentation contient un constituant qui ne réagit pas (impureté ou inerte), et que les opérations de séparation ne permettent pas d'éliminer (qui va, donc, obligatoirement s'accumuler dans le circuit de recyclage), il est nécessaire de placer une purge ; en régime permanent, la purge doit évacuer une quantité de ce constituant égale à celle qui entre dans le procédé.

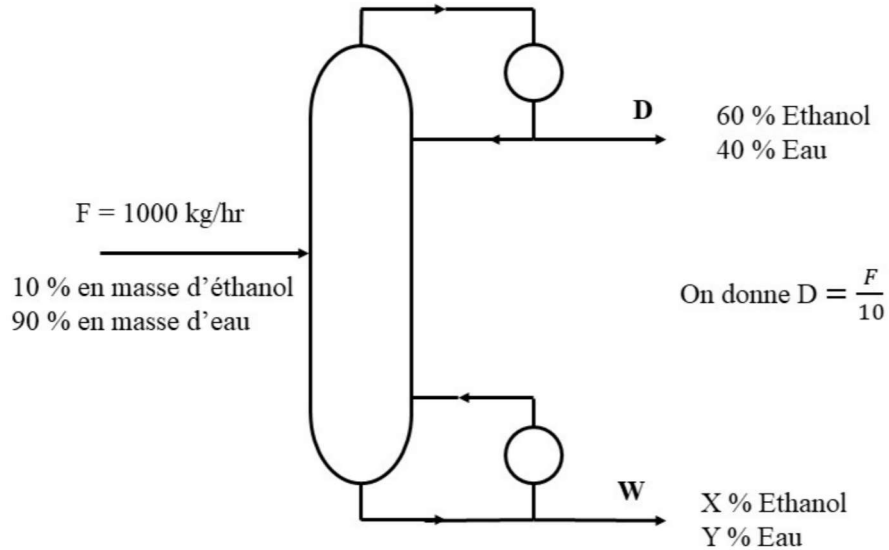
En désignant par  $X_I^F$  la fraction molaire du constituant contenu dans l'alimentation  $F$  qui ne réagit pas, par  $X_I^P$  sa fraction molaire dans le débit de purge  $P$ , l'équation fondamentale de purge, indépendante de toutes les autres équations s'écrit :

$$F \times X_I^F = P \times X_I^P$$

On effectue très souvent les recyclages dans les installations comportant un réacteur car le taux de conversion n'est généralement pas égal à l'unité. Ainsi, on recycle à l'entrée du réacteur les produits qui n'ont pas réagi et ceci après séparation des produits de la réaction.

partie II : Exercices  
avec  
solution@Exemples  
d'illustration

**Exercice N° 1 :** Soit la colonne de distillation suivante :



Calculer la composition massique du produit de fond, ainsi que sa quantité.

**Solution :**

- **Bilan Global** (eau + éthanol) :  $F = D + W \dots \dots \dots (1)$
- **Bilan sur l'éthanol** :  $0,1 F = 0,6 D + x W \dots \dots \dots (2)$
- **Bilan sur l'eau** :  $0,9 F = 0,4 D + y W \dots \dots \dots (3)$

Et on a :  $D = \frac{F}{10} \Rightarrow D = \frac{1000}{10} = 100 \text{ kg}$

Donc d'après l'équation (2) :  $0,1 \times 1000 = 0,6 \times 100 + x W$

$100 = 60 + x W \dots \dots \dots (4)$

Donc d'après l'équation (3) :  $900 = 40 + y W \dots \dots \dots (5)$

Et

L'équation (1) devient  $1000 = 100 + W \Rightarrow W = 1000 - 100$

$W = 900 \text{ kg}$

- **On remplace dans l'équation (4) :**  $100 = 60 + x \times 900$

$\Rightarrow x = \frac{40}{900} \Rightarrow x = 0,0444 = 4,44 \%$

- On remplace dans l'équation (5): Eau:  $900 = 40 + y W$   
 $900 = 40 + y \times 900$

$$\Rightarrow y = \frac{860}{900} \Rightarrow y = 0,955 = 95,55 \%$$

On peut trouver  $y$  par une autre méthode : la somme des fractions est égale à l'unité :  $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 0,044 = 95,56 \%$

**Exercice N° 2 :**

Soit la colonne de distillation du mélange Benzène ( $C_6H_6$ ) -Toluène ( $C_7H_8$ )

Calculer le rapport massique R/D; taux de reflux de la colonne.

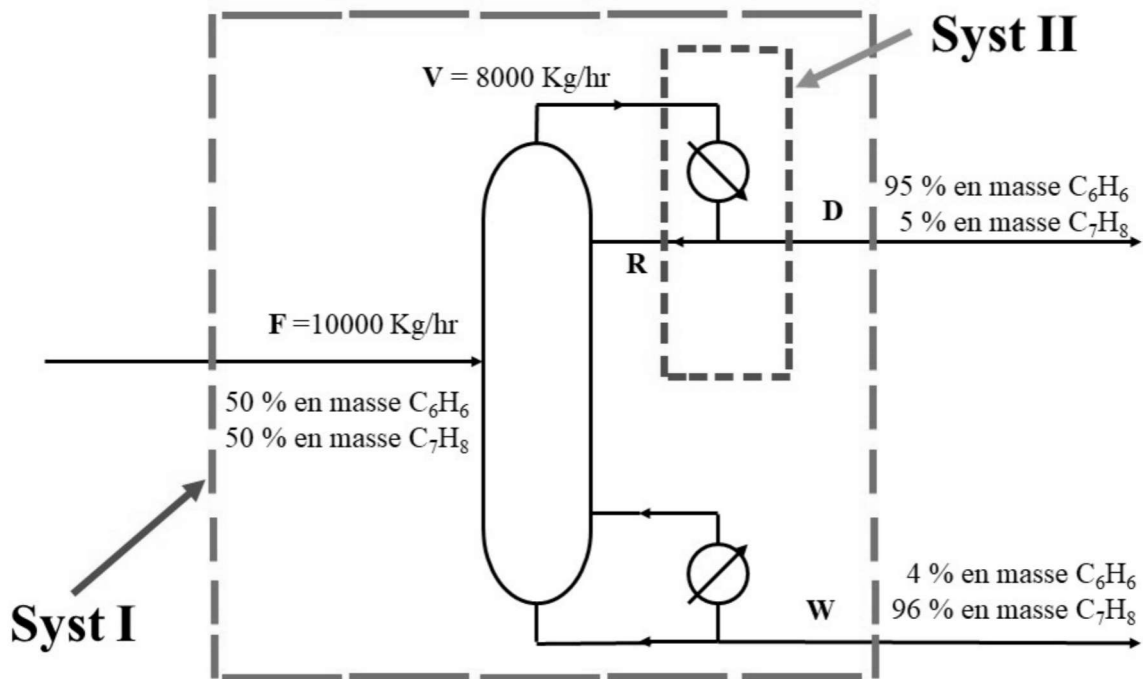
Si le rendement en toluène peut être exprimé par  $\eta = \frac{X_W \times W}{X_F \times F}$

$X_w$ ,  $X_F$  sont les fractions massiques du toluène dans le résidu et l'alimentation respectivement. Calculer la valeur de ce rendement.

**Solution :**

**Surface I**

Soit le schéma suivant :



- **Bilan Global** (Benzène + Toluène) sur le Syst I ou surface de contrôle I

$$\begin{aligned}F &= D + W \\10000 &= D + W\end{aligned}\quad \text{eq (1)}$$

- **Bilan sur le Benzène** :  $10000 \times 0,5 = 0,95 D + 0,04 \times W$

$$5000 = 0,95 D + 0,04 \times W \quad \text{eq (2)}$$

D'après l'équation (1)  $w = 10000 - D$

On remplace dans l'équation (2)  $5000 = 0,95 D + 0,04 \times (10000 - D)$

$$D = 5054,94 \text{ kg}$$

On déduit aussi que  $W = 4945,06 \text{ kg}$

#### **Bilan sur le système II ou la Surface de contrôle II**

$$V = R + D$$

$$R = V - D$$

$$R = 8000 - 5054,94$$

$$R = 2945,05 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

Donc  $\frac{R}{D} = \frac{2945,05}{5054,94} = 0,58 = 58 \%$

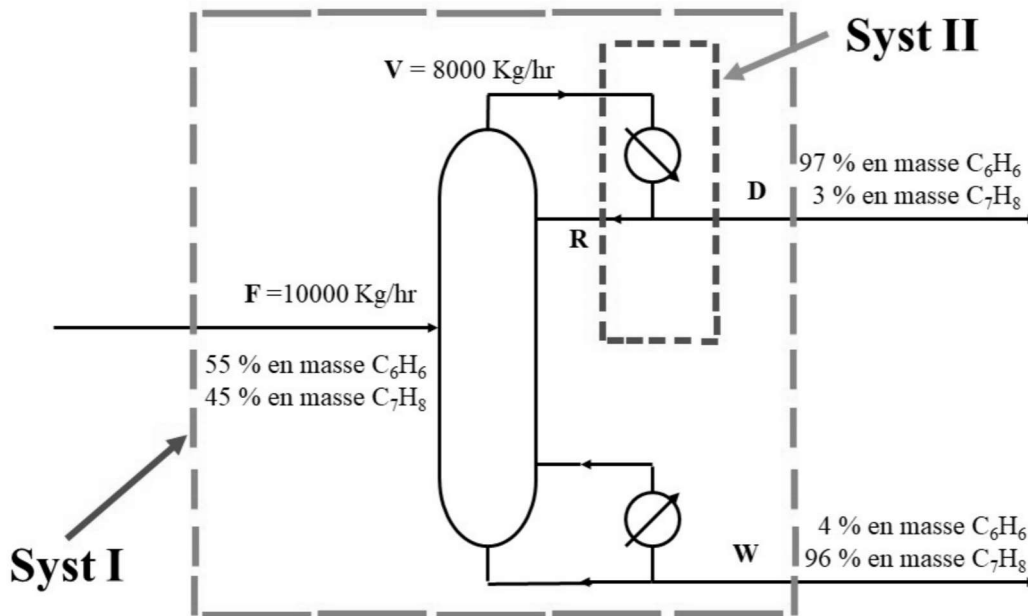
#### **Exercice N° 3 :**

Une colonne de distillation sépare 10000 kg/h d'un mélange Benzène-Toluène, avec 55 % Benzène. Le produit récupéré au condenseur au sommet de la colonne contient 97 % de Benzène. Le fond de la colonne contient 96 % de Toluène. Le courant de vapeur V entrant dans le condenseur venant de tête de la colonne est de 8000 kg/h, une partie du produit retourne à la colonne comme reflux et le reste est soutiré. Tous les % sont massiques.

- Dessiner et renseigner le schéma du procédé
- Quel est le degré de liberté de ce système
- Calculer les débits de distillat et de résidu. Quels est le taux de reflux.

**Solution :**

On prend comme base de calcul, une heure de fonctionnement de cette colonne



Si on considère le Système I

- **Bilan Global** (Benzène + Toluène) :  $F = D + W$  ..... (1)
- **Bilan sur le Benzène** :  $0,55 \times F = 0,97 \times D + 0,04 \times W$  ..... (2)
- **Bilan sur le Toluène** :  $0,45 \times F = 0,03 \times D + 0,96 \times W$  ..... (3)

On a deux équations indépendantes à deux inconnus

$D_L$  : le degré de liberté est défini comme suit

$$D_L = \text{nombre des inconnues} - \text{nombre d'équations}$$

$$D_L = 2 - 2 = 0$$

**Donc le système accepte une solution**

D'après l'équation (1)  $D = 10000 - W$ , et on remplace dans l'équation (2)

$$0,55 \times 10000 = 0,97 \times (10000 - W) + 0,04 \times W$$

$$W = 4516,192 \text{ kg}$$

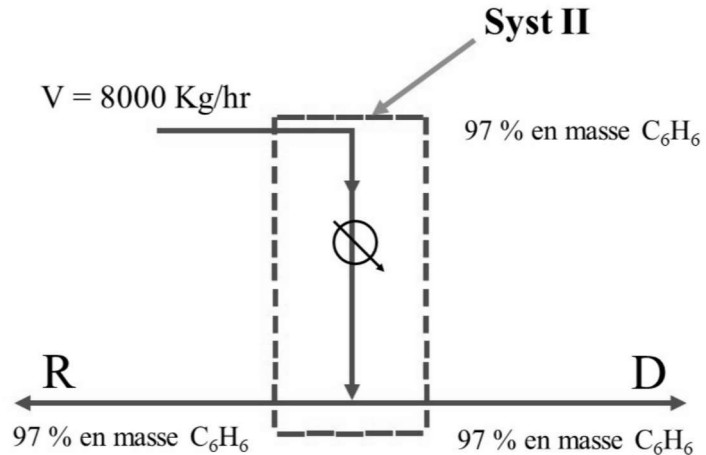
$$D = 10000 - 4516,192$$

$$D = 5483,87 \text{ kg}$$

**Bilan sur le condenseur ou sur le système II :**

- **Bilan Global** (Benzène + Toluène) :

$$V = D + R$$



- **Bilan sur Benzène :** 
$$\begin{cases} V = D + R \\ 0,97 \times V = 0,97 \times D + 0,97 \times R \\ 0,97 \times V = 0,97 \times 5483,87 + 0,97 \times R \end{cases}$$

Avec  $V = 8000 \text{ kg}$

$$\text{Donc } R = 2516,13 \text{ kg}$$

Taux de reflux :

$$\frac{R}{D} = \frac{2516,13}{5483,87} = 0,46 = 46 \%$$

**Exercice N° 4 :**

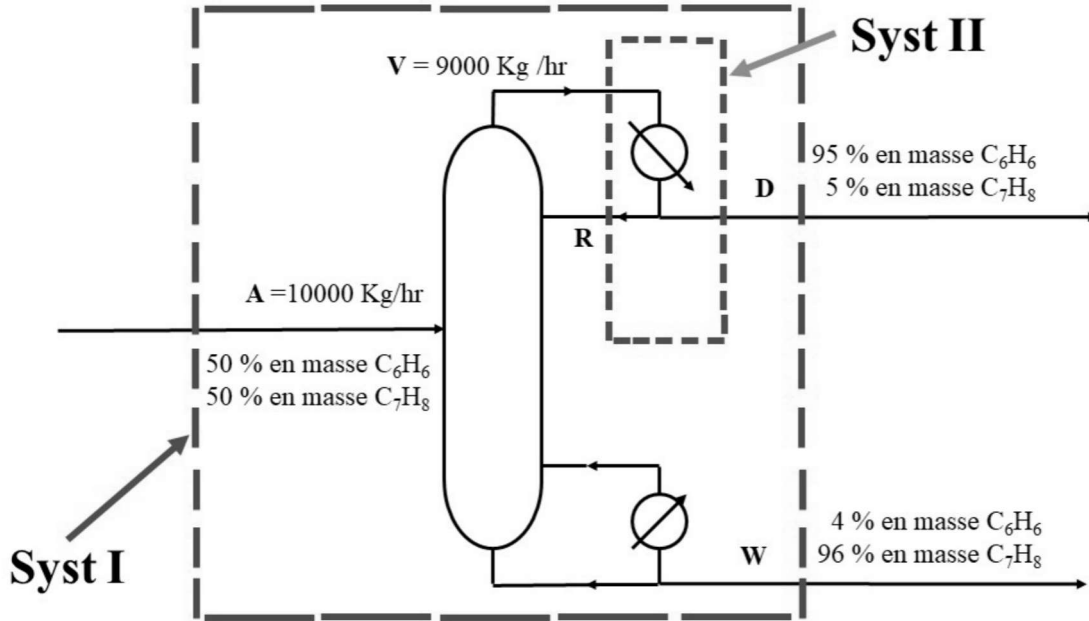
La distillation continue de 10 tonnes par heure d'un mélange contenant 50 % de benzène et 50 % de toluène donne un distillat à 95 % de benzène et un résidu à 96 % de toluène (% massique). La mesure des débits en tête de colonne indique un débit de vapeur  $V (L_V) = 12600 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ . Une partie des vapeurs condensées est réintroduite en reflux (R) et le reste est soutiré dans le distillat (D).

- Calculer les débits de distillat (D), de reflux (R) et de résidu (W) en  $\text{Kg h}^{-1}$ .
- Calculer le taux de reflux R/D.

Solution :

On considère comme base de calcul une heure de fonctionnement de la colonne.

- **Bilan Global** (Benzène + Toluène) :  $F = D + W$  ..... (1)
- **Bilan sur le Benzène** :  $X_F \times F = X_D \times D + X_W \times W$  ..... (2)
- **Bilan sur le condenseur** :  $V = L_V = D + R$  ..... (3)



**Schéma d'une rectification continue**

D'après l'équation (1)  $W = F - D$ , on remplace dans l'équation (2)

$$D = A \times \frac{(X_F - X_W)}{(X_D - X_W)} = 10000 \times \frac{(0,50 - 0,04)}{(0,95 - 0,04)} = 5054,9 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\Rightarrow D = 5054,9 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \text{ et } W = 10000 - 5054,9 = 4945,1 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

D'après l'équation (3)  $9000 = 5054,9 + R$

$$12600 = 5054,9 + R \quad R = 3945,1 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\frac{R}{D} = \frac{3945,1}{5054,9} = 0,780 = 78 \%$$

Le taux de reflux utilisé pendant la rectification continue est donc de  $0,78 = 78 \%$ .

**Exercice N° 5 :**

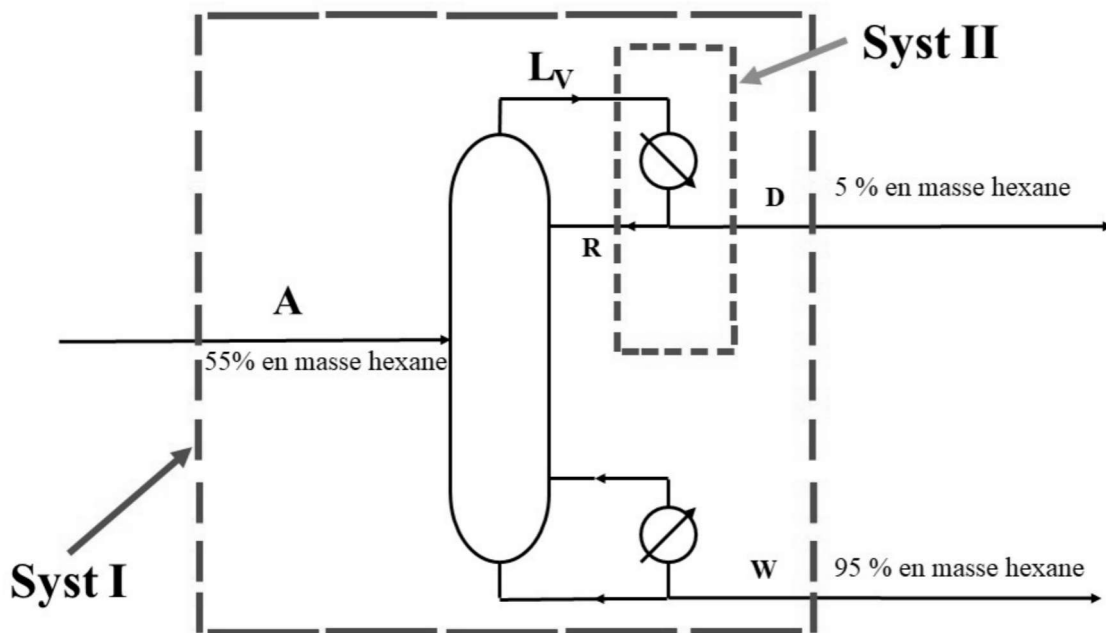
De l'hexane ( $C_6H_{14}$ ) et du pentane ( $C_5H_{12}$ ) sont séparés en continu dans une colonne de distillation avec un taux de reflux  $R/D = 0,5$ . L'alimentation contient 55 % d'hexane, le distillat contient 5 % d'hexane et le courant de résidu contient 95 % d'hexane (tous les % sont massiques).

- Dessiner et renseigner le schéma du procédé.
- En prenant une base d'alimentation de 100 Kg/h et en utilisant les équations de bilan, quelles seront les valeurs des débits, de tête de colonne  $L_v$ , de distillat (D) et de résidu (W).
- Si le rendement en hexane peut être exprimé par  $\eta = X_w W / X_F F$ , calculer la valeur de ce rendement.

**Solution :**

On considère une base de calcul de  $100 \frac{kg}{h}$  de mélange d'hexane et de pentane, et pour une heure de fonctionnement.

**Bilan sur le système I**



• **Equation de bilan général :**  $F = D + W \dots \dots \dots (1)$

• **Bilan sur l'hexane :**  $X_{Hex} \times F = X_{Hex} \times D + X_{Hex} \times W \dots \dots \dots (2)$

$$0,55 \times F = 0,05 \times D + 0,95 \times W \dots \dots \dots (2)$$

De l'équation (1)  $W = F - D$

Et on remplace dans l'équation (2)

$$0,55 \times 100 = 0,05 \times D + 0,95 \times (100 - D)$$

$$55 - 95 = D (0,05 - 0,95) \Rightarrow D = \frac{55 - 95}{0,05 - 0,95} = 44,44 \text{ kg}$$

D'après l'équation (1)  $W = 100 - 44,44 = 55,56 \text{ kg}$

**Bilan sur le système II :**

$$L_V = D + R \dots \dots \dots (3)$$

On a comme donné

$$\frac{R}{D} = 0,50 \quad R = 0,50 \times D$$

On remplace dans l'équation (3)

$$L_V = 0,50 \times D + D = D (0,5 + 1)$$

$$L_V = 1,5 D = 1,5 \times 44,44$$

$$L_V = 66,66 \text{ kg}$$

Le rendement de distillation :

$$\eta = \frac{0,95 \times W}{0,55 \times F} = \frac{0,95 \times 55,56}{0,55 \times 100} = 0,9597 = 95,97 \%$$

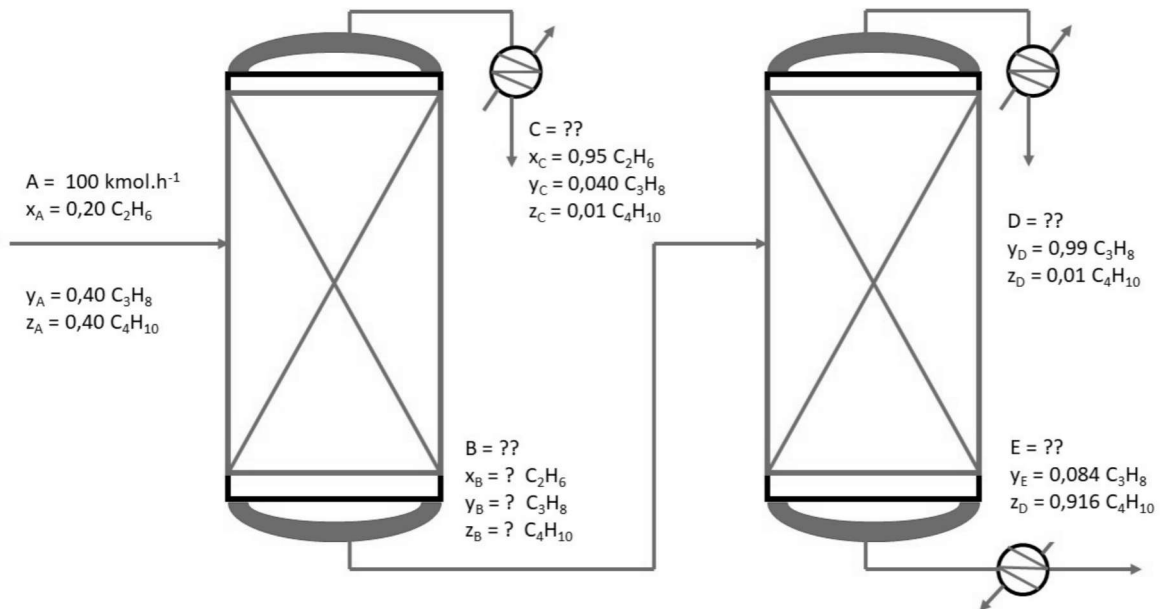
**Exercice N° 6 :**

On désire fractionner en continu un mélange d'hydrocarbures liquides contenant de l'éthane (20 %), du propane (40 %) et du butane (40 %) à l'aide de deux colonnes à distillation. Le distillat de la première colonne contient 95 % d'éthane, 4 % de propane et 1 % de butane. Le résidu de la première colonne est envoyé dans une seconde colonne et donne une fraction contenant 99 % de propane et 1 % de butane dans le distillat et une fraction contenant 8,4 % de propane et 91,6 % de butane dans le résidu. Etablir le bilan-matière pour une charge horaire de 100 Kmol de mélange initial (tous les titres sont molaires).

- Déterminer le flux molaire en C, B, D, E et les fractions molaires  $y_B$  et  $z_B$

**Solution :**

Le bilan molaire est effectué sur les quantités totales de matière et par rapport à chaque constituant,  $x_i, y_i, et z_i$  sont les titres molaires respectifs de l'éthane, du propane et du butane dans les courants correspondants.



**Schéma d'une distillation continue à deux colonnes en série**

**Bilan sur la première colonne de distillation :**

**Bilan global :**  $A = B + C \dots \dots \dots (1)$

**Bilan par rapport à l'éthane :**  $Ax_A = Bx_B + Cx_C \dots \dots \dots (2)$

**Bilan par rapport au propane :**  $Ay_A = By_B + Cy_C \dots \dots \dots (3)$

**Bilan par rapport au butane :**  $Az_A = Bz_B + Cz_C \dots \dots \dots (4)$

Il est à remarquer que l'éthane est totalement récupéré dans le distillat de la première colonne puisque le distillat et le résidu de la seconde colonne ne contiennent que du propane et du butane. Donc  $x_B = 0$ , par conséquent

$$(2) \Rightarrow Ax_A = Cx_C \Rightarrow C = \frac{0,20 \times 100}{0,95} = 21,053 \text{ Kmol/h}$$

$$(1) \Rightarrow B = A - C \Rightarrow B = 100 - 21,053 = 78,947 \text{ Kmol/h}$$

$$(3) \Rightarrow y_B = \frac{Ay_A - Cy_C}{B} = \frac{100 \times 0,40 - 21,053 \times 0,04}{78,947} = 0,496 \text{ Kmol/h}$$

$$(4) \Rightarrow z_B = \frac{Az_A - Cz_C}{B} = \frac{100 \times 0,40 - 21,053 \times 0,01}{78,947} = 0,504 \text{ Kmol/h}$$

**Bilan sur la seconde colonne de distillation :**

**Bilan global :**  $B = D + E \dots \dots \dots (5)$

**Bilan par rapport au propane :**  $By_B = Dy_D + Ey_E \dots \dots \dots (6)$

**Bilan par rapport au butane :**  $Bz_B = Dz_D + Ez_E \dots \dots \dots (7)$

D'après l'équation (5)  $\Rightarrow E = B - D$  et cette grandeur est reportée dans l'équation (6)

$$\Rightarrow By_B = Dy_D + By_E - Dy_E$$

$$\Rightarrow D = \frac{B(y_B - y_E)}{(y_D - y_E)} = \frac{78,947 \times (0,496 - 0,084)}{(0,990 - 0,084)} = 35,901 \text{ Kmoles/h}$$

$$5) \Rightarrow E = B - D \quad E = 78,947 - 35,901 = 43,046 \text{ Kmoles/h}$$

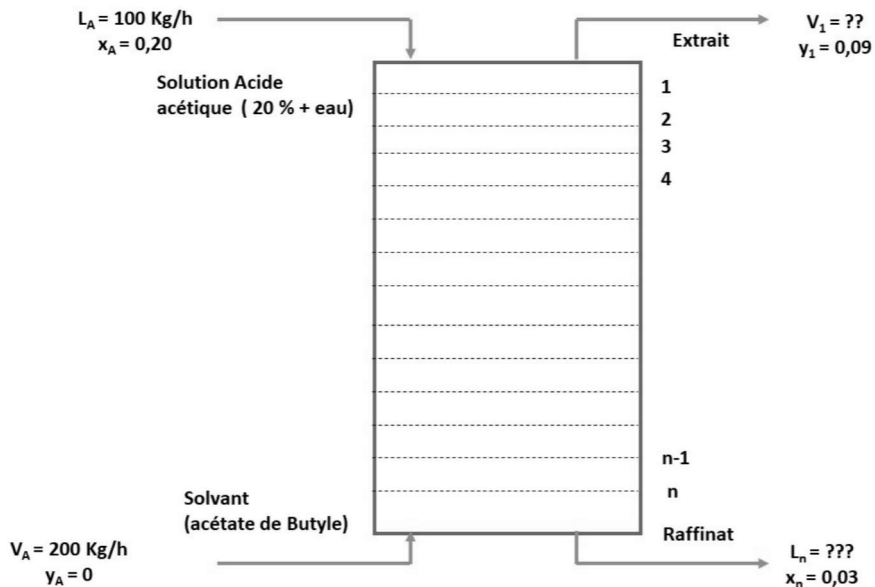
**Exercice N° 7 :**

On désire extraire acide acétique d'une solution aqueuse d'acide acétique par de l'acétate de butyle au moyen d'un extracteur continu à étages multiples fonctionnant à contre-courant. Le débit-masse horaire de l'alimentation en solution à 20 % en acide acétique est de 100 Kg/h tandis que celui du solvant, arrivant à contre-courant est de 200 Kg/h. La détermination du titre en acide acétique dans le raffinat est de 3 % et dans l'extrait de 9 % (titres massiques). Déterminer :

- Les débits-masse horaires de l'extrait et du raffinat sortant de l'extracteur ;
- Les quantités de l'acide acétique dans les deux phases ;
- Le taux d'extraction (rendement).

**Solution :**

L'extraction liquide-liquide est une opération de transfert de matière qui permet la séparation de substances présentes dans une solution (soluté + diluant) par transfert sélectif de soluté dans un solvant non miscible avec diluant. L'extrait est la solution effluente enrichie en soluté et le raffinat est la solution appauvrie.



**Schéma d'une extraction liquide-liquide continue**

**a- Bilan-matière :**

Le bilan-matière est réalisé sur les débit massiques totaux influents et effluents de l'extracteur et par rapport au soluté (acide acétique).

**Bilan global :** Entrée = Sortie  $L_A + V_A = L_n + V_I$  .....(1)

**Bilan par rapport à l'acide acétique :**  $L_A x_A + V_A y_A = L_n x_n + V_I y_I$  .....(2)

**Dans ces expressions :**

$L_A, L_n, V_A$  et  $V_I$  représentent les débits massiques respectifs de l'alimentation en solution, du raffinat effluent du n<sup>ieme</sup> plateau, de l'alimentation en solvant et de l'extrait sortant du 1<sup>er</sup> plateau ;

$x_A, x_n, y_A$  et  $y_I$  représentent les titres massiques en acide acétique respectivement dans l'alimentation, le raffinat, le solvant ( $y_A = 0$ ) et l'extrait.

(1)  $\Rightarrow L_n + V_I = 200 + 100 = 300 \Rightarrow L_n = 300 - V_I$ , reporte dans l'équation (2)

(2)  $\Rightarrow L_A x_A = (300 - V_I)x_n + V_I y_I$ , puisque  $y_A = 0$

$100 \times 0,2 = 300 \times 0,03 - 0,03 V_I + 0,09 V_I \Rightarrow 0,06 V_I = 11$

D'où,  $V_I = 183,3 \frac{kg}{h}$  et  $L_n = 116,7 \text{ Kg/h}$

**b- bilan en acide acétique**

Le débit d'acide acétique dans :

Le raffinat est obtenu à partir de :  $L_n x_n = 116,7 \times 0,03 = 3,50 \text{ Kg/h}$

L'extrait est obtenu à partir de :  $V_I y_I = 183,3 \times 0,03 = 16,50 \text{ Kg/h}$

**c- Taux d'extraction :**

La finalité d'une extraction liquide-liquide est de faire passer le soluté de la solution d'alimentation dans l'extrait. Le rendement de cette opération est donc égal au quotient de la masse d'acide acétique extrait par la masse d'acide contenue dans la solution d'alimentation.

$$\eta = \frac{V_I y_I}{L_A x_A} = \frac{183,3 \times 0,09}{100 \times 0,20} = 0,825 \Rightarrow \eta = 82,5 \%$$

**Exercice N° 8 :**

On propose d'épurer un effluent contenant du sulfure de dihydrogène en le faisant circuler à contre-courant, avec de l'eau, dans une colonne d'absorption à garnissage. L'opération a lieu à 20 °C et 1 atm dans des conditions isothermes. Le débit volumique d'air chargé en sulfure de dihydrogène est de 500 m<sup>3</sup>.h<sup>-1</sup> (à 0 °C et 1 atm) et son titre molaire est de 5 %. Le gaz sortant de la colonne contient encore 0.12 % de sulfure de dihydrogène (% volumiques).

Le débit massique d'eau pure alimentant la colonne est de 500 Kg.h<sup>-1</sup> et l'air est supposé être insoluble dans l'eau.

- Etablir les bilans massiques et molaires en soluté dans les divers courants de la colonne.
- Calculer le rendement de l'adsorption.

**Solution :**

L'absorption (lavage des gaz) est une opération de transfert de matière dans un liquide d'un (ou plusieurs) constituant (s) gazeux (soluté) mélangé(s) dans un gaz (diluant insoluble dans les solvants). Le gaz épuré est un gaz dépourvu, plus ou moins complètement, de soluté et la solution riche est la solution effluente enrichie en soluté.

**a-Bilan-matière**

Le bilan-matière peut être réalisé en harmonisant les données volumiques et molaires en données massiques en début de problème ou en convertissant les résultats à la fin. C'est la seconde méthode qui sera utilisée.

**Bilan Global :**  $L'_A + V'_A = L'_n + V'_I$  ..... (1)

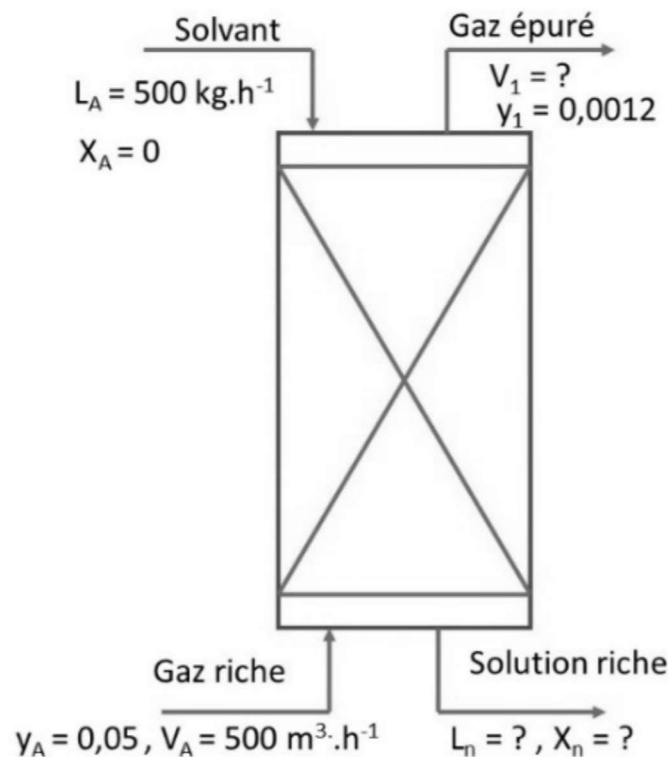
**Bilan par rapport : au sulfure de dihydrogène :**

$$L'_A x_A + V'_A y_A = L'_n x_n + V'_I y_I$$
 .....(2)

$L'_A, L'_n, V'_A$  et  $V'_1$  représentent les débits volumiques respectivement dans l'alimentation en solution, la solution riche, le gaz riche et le gaz épuré ;

$L_A, L_n, V_A$  et  $V_1$  Représentent les débits massiques respectivement dans l'alimentation en solution, la solution riche, le gaz riche et le gaz épuré. Ces débits sont déterminés en fonction des débits volumiques (dans les conditions normales de température en fonction et de pression dans lesquelles le volume molaire est égale à  $22,4 \text{ m}^3 \cdot \text{Kmol}^{-1}$ );

$x_A, x_n, y_A$  et  $y_1$  représentent les titres molaires en sulfure dihydrogène respectivement dans l'alimentation en solvant ( $x_A = 0$ ), la solution riche, le gaz riche et le gaz épuré.



**Gaz riche :**

- **Bilan globale :**  $V'_A = 500 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

ou  $\frac{500}{22,4} = 22,321 \text{ Kmol/h}$

- **Bilan en H<sub>2</sub>S** :  $V'_A y_A = 500 \times 0,05 = 25 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

Où  $22,321 \times 0,05 = 1,116 \text{ Kmol/h}$

$M_{\text{H}_2\text{S}} = 34,1 \text{ kg/kmoles}$

Où  $1,116 \times 34,1 = 38,06 \text{ Kg/h}$

- **Bilan en air** :  $V'_A (1 - y_A) = 500 (1 - 0,05) = 475 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

Où  $22,321 \times 0,95 = 21,205 \text{ kmol/h}$

$M_{\text{air}} = 29 \text{ kg/kmoles}$

Où  $21,205 \times 29 = 614,94 \text{ kg/h}$

- **Bilan mélange** :  $V'_A = 25 + 475 = 500 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

Où  $1,116 \times 21,205 = 22,321 \text{ Kmol/h}$

Où  $38,06 + 614,94 = 653,0 \text{ Kg/h}$

#### Gaz épuré :

L'air, étant considéré comme insoluble dans le solvant, est retrouvé intégralement à la sortie de la colonne ( $V'_{\text{A air}} = V'_{\text{I air}} = 475 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ ). Le débit volumique du courant efflué gazeux est donc égale à :

$$V_I = \frac{V'_{\text{A air}}}{(1 - y_A)} = \frac{475}{1 - 0,0012} = 475,57 \frac{\text{m}^3}{\text{h}};$$

- **Bilan en H<sub>2</sub>S**

$$V'_I y_I = 475,57 \times 0,0012 = 0,57 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Où  $\frac{0,57}{22,4} = 0,025 \frac{\text{kmol}}{\text{h}}$

Où  $0,025 \times 34,1 = 0,85 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

- **Bilan en air**

$$V'_I (1 - y_A) = 475,57 \times 0,9988 = 475 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Où  $\frac{475}{22,4} = 21,205 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}}$

Où  $21,205 \times 29 = 614,94 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

- **Bilan mélange :**

$$V'_I = 0,57 + 475 = 475,57 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$0,025 + 21,205 = 21,230 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}}$$

$$\text{Où } 0,85 + 614,94 = 615,79 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

**Solvant :**

- **Bilan en eau pure :**

$$L_A = 500 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

$$\text{Ou } \frac{500}{18} = 27,778 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}}$$

**Solution riche : ou**

L'air, étant considéré comme insoluble dans le solvant, l'eau n'absorbe que le sulfure de dihydrogène. Le bilan en sulfure de dihydrogène fournit donc la quantité du soluté absorbée par le solvant.

L'équation 2 donne la relation suivante, puisque  $x_A = 0$  :

- **Bilan en H<sub>2</sub>S**

$$L'_n x_n = 1,091 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}}$$

$$\text{Ou } 1,091 \times 22,4 = 24,438 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$\text{Ou } 1,091 \times 34,1 = 37,203 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$$

- **Bilan en eau :**

$$L'_n (1 - x_n) = 27,778 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}}$$

(Puisque l'eau est entièrement récupérée en pied de colonne) ; Ou  $500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

$$L'_A = V'_A y_A - V'_I y_I = 1,116 - 0,025 = 1,091 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}}$$

• **Bilan mélange :**

$$L'_n = 1,091 + 27,778 = 28,869 \frac{\text{Kmol}}{\text{h}};$$

Ou  $37,203 + 500 = 537,203 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

Les titres molaire et massique de la solution riche sont donc respectivement égaux à :

$$x_n = \frac{1,091}{28,869} = 0,0378 \Rightarrow x_n = 3,78 \%$$

$$W_n = \frac{37,203}{537,203} = 0,0693 \Rightarrow W_n = 6,93 \%$$

**Tableau récapitulatif de l'adsorption du sulfure de dihydrogene par l'eau:**

		Influents					Effluents				
Comp	M(g.mol <sup>-1</sup> )	q <sub>m</sub>	w	q	X	q <sub>v</sub>	q <sub>m</sub>	w	q	x	q <sub>v</sub>
		kg.h <sup>-1</sup>	%	Kmol/h	%	m <sup>3</sup> .h <sup>-1</sup>	kg.h <sup>-1</sup>	%	Kmol/h	%	Kmol/h
Air	29	614,94	94	21,205	95	475	614,94	99	21,205	99,9	475
H <sub>2</sub> S <sub>gaz</sub>	34,1	38,06	5,8	1,116	5	25,0	0,85	0,1	0,025	0,1	0,57
<b>Mélange<sub>gaz</sub></b>		653	100	22,321	100	500	615,79	100	21,25	100	475,57
H <sub>2</sub> O	18	500		27,778			500	93	27,778	96,2	
H <sub>2</sub> S <sub>sol</sub>	34,1						37,20	6,9	1,091	3,8	24,44
<b>Mélange<sub>sol</sub></b>		500		27,778			537,20	100	28,869	100	
<b>Total</b>		1153		50,099		500	1152,9		50,099		500,01

Débit volumique gazeux dans les conditions normales de température et de pression. Le bilan matière des influents et des effluents vérifie la loi de la conservation de la masse.

**b- rendement de l'absorption :**

Le but de l'absorption est de faire passer le soluté contenu dans le mélange a épurer dans la solution riche. Le rendement de cette opération est donc

$$\eta = \frac{L'_{11} x_n}{V'_{AY_A}} = \frac{28,869 \times 0,0378}{22,321 \times 0,0378} = 0,978 \Rightarrow \eta = 97,8 \%$$

**Exercice N° 9 :**

De l'air contenant 3 % d'acétone et 2 % d'eau alimente une colonne d'absorption. Le débit massique de ce mélange est 1000 Kg/h, l'absorbant utilisé pour capter de l'air est de l'eau pure. En sortie de l'absorbeur, l'air contient 0,5 % d'eau. Le produit en bas de l'absorbeur contenant 19 % d'acétone est envoyé vers une colonne de distillation pour séparer l'acétone de l'eau. Le résidu de la colonne de distillation contient 4 % d'acétone le reste étant de l'eau. La vapeur en tête de la colonne est condensée. Le condensat contient 99 % d'acétone, le reste étant de l'eau.  $M_{\text{acétone}} = 58 \text{ g/mol}$

- Dessiner et renseigner entièrement le schéma du procédé.
- Calculer tous les débits de tous les courants inconnus.

**Solution :**

- On prend une base de calcul : 1 heure de fonctionnement
- On considère que les % sont massiques

$$A = 1000 \text{ kg}$$

- **Acétone :** 3 % de A  $\Rightarrow 0,03 \times 1000 = 30 \text{ kg}$
- **H<sub>2</sub>O :** 2 % de A  $\Rightarrow 0,02 \times 1000 = 20 \text{ kg}$
- **Air :** 95 % de A  $\Rightarrow 0,95 \times 1000 = 950 \text{ kg}$

$$\begin{array}{l} 950 \text{ Kg} \longrightarrow 99,5 \% \\ X \longrightarrow 100 \% \end{array}$$

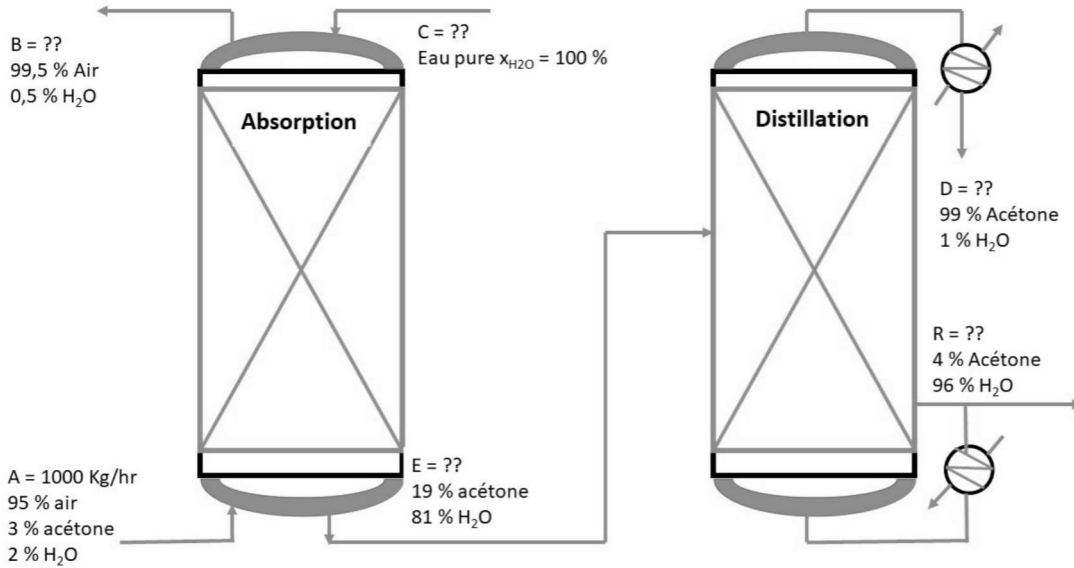
**La quantité de H<sub>2</sub>O :**

$$\frac{950 \times 0,005}{0,995} = 4,774 \text{ kg}$$

**Bilan sur l'eau :** Entrée = Sortie

Bilan sur la surface de contrôle qui contient les deux colonnes  $\Rightarrow$  **Systeme I**

$$0,02 \times A + C = 0,05 \times B + 0,01 \times D + 0,96 \times R$$



Bilan sur l'acétone :

$$0,03 \times A = 0,99 \times B + 0,04 \times R$$

Bilan sur l'air :

$$0,95 \times A = 0,995 \times B$$

$$\Rightarrow B = \frac{0,95 \times A}{0,995}$$

$$B = 954,77 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

Bilan sur le système II : la colonne d'absorption

$$E = S$$

$$A + C = B + E \dots \dots \dots (1)$$

Acétone :

$$0,03 \times A = 0,19 \times E$$

Sachant que  $F = E$

$$\Rightarrow F = \frac{0,03 \times 1000}{0,19}$$

$$\Rightarrow F = 157,8 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

De (1)  $C = B + E - A$

$$C = 954,7 + 157,8 - 1000$$

$$C = 112,5 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

**Bilan sur le système III : la colonne de distillation**

$$F = D + R$$

$$R = E - D$$

**Bilan sur l'eau :**

$$0,81 \times E = 0,01 \times E + 0,96 \times R$$

**Bilan sur l'acétone :**

$$\begin{aligned} 0,19 \times 157,8 &= 0,99 \times D + 0,04 \times R \\ 29,98 &= 0,99 \times D + 0,04 \times (157,8 - D) \\ 23,668 &= 0,95 \times D \end{aligned}$$

$$D = \frac{23,668}{0,95}$$

$$D = 24,91 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

$$R = 157,89 - 24,91$$

$$R = 132,89 \frac{\text{kg}}{\text{hr}}$$

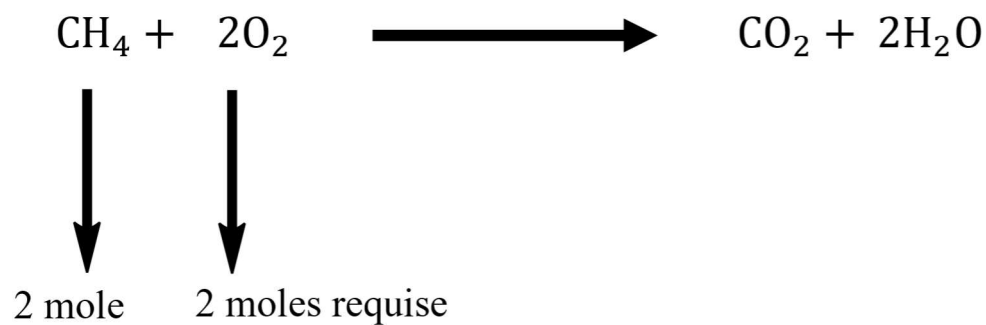
**Exercice N° 1 :**

Du méthane est brûlé avec 130 % d'excès d'air. La réaction de combustion étant considérée complète, calculer la composition des fumées.

- On veut brûler 1 kg de CH<sub>4</sub>, combien de moles cela représente-t-il ?
- Calculer la masse de O<sub>2</sub> nécessaire à la combustion de 1 kg de CH<sub>4</sub>.

**Solution :**

- Combustion complète de CH<sub>4</sub>



Composition de l'air  $\begin{cases} 21 \% \text{ O}_2 \\ 79 \% \text{ N}_2 \end{cases}$

**1<sup>ère</sup> Méthode**

Calcul de nombre de mole d'air nécessaire:



$$n_{d'air \text{ nécessaire}} = \frac{2 \times 1}{0,21} = 9,52 \text{ moles}$$

L'air est composé de  $\begin{cases} 2 \text{ moles O}_2 \\ 9,52 - 2 = 7,52 \text{ moles N}_2 \end{cases}$

Calcul de nombre de mole d'excès d'air utilisé dans la combustion:

$$9,52 \times 1,3 = 12,38 \text{ moles d'air}$$

$$\begin{cases} O_2 : 2 \times 1,3 = 2,6 \text{ moles} \\ N_2 : 7,52 \times 1,3 = 9,77 \text{ moles} \end{cases}$$

$$n_{N_2} = 7,52 \text{ moles dans } 100 \%$$

$$n_{N_2} = 9,77 \text{ moles dans } 130 \% \text{ en excès}$$

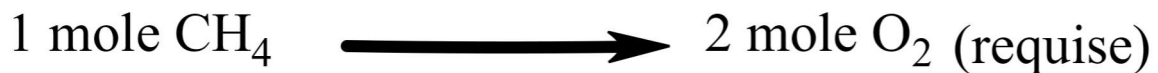
La somme est :  $n_{N_2} = 7,52 + 9,77 = 17,29 \text{ moles dans } 230 \%$

### 2<sup>ème</sup> Méthode

On prend une base de calcul 1 mole de  $CH_4$

Les gaz de fumées sont : ( $H_2O, CO_2, O_2, N_2$ )

Les quantités exactes :

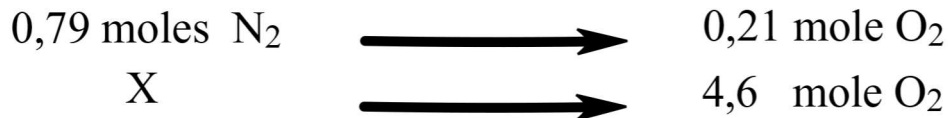


Excès d'air 130 %

$$\underbrace{2 \text{ moles } O_2} + \underbrace{2 \times 1,30} = 2 (1 + 1,3) = 4,6 \text{ moles}$$

quantité d' $O_2$  requisite    quantité d' $O_2$  en excès

$$4,6 - 2 = 2,6 \text{ moles en fumées}$$



$$X = 17,305 \text{ moles de } N_2$$

La réaction dégage 1 mole de  $CO_2$  et  $2H_2O$

Le nombre total de mole :  $17,3 + 2,6 + 1 + 2 = 22,9 \text{ moles}$

Fumées	Quantité en Moles	Fraction molaire $\frac{n_i}{n_T}$
CO <sub>2</sub>	1	0,043; la réaction donne 1 mole de CO <sub>2</sub>
H <sub>2</sub> O	2	0,087; la réaction donne 2 moles de H <sub>2</sub> O
O <sub>2</sub>	2,6	0,113 ; <b>2 mole : brûlés</b> <b>2,6 mole : en excès</b>
CH <sub>4</sub>	0	Tout le CH <sub>4</sub> a été brûlé
N <sub>2</sub>	100 % : 7,524 130 % : 9,776	100 % : 0,328 130 % : 0,426 <b>L'air en excès</b>
<b>Totale</b>	<b>22,89</b>	<b>0,997 ~ 1</b>

$$H_2O = \frac{2}{22,9} = 0,087 = 8,73 \%$$

$$CO_2 = \frac{1}{22,9} = 0,0436 = 4,36 \%$$

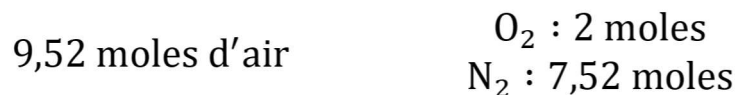
$$N_2 = \frac{17,3}{22,9} = 0,7553 = 75,54 \%$$

$$O_2 = \frac{2,6}{22,9} = 0,1135 = 11,35 \%$$

**A 100 %**



$$\frac{2 \text{ moles d'O}_2 \times 1 \text{ mole d'air}}{0,21 \text{ mole d'O}_2} = 9,52 \text{ moles d'air}$$



**A 130 %**

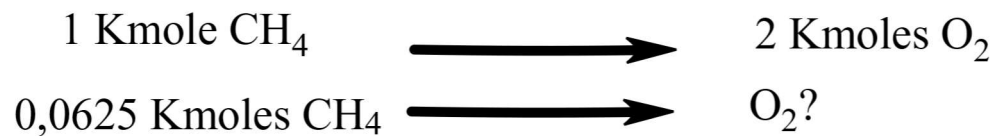
$$\begin{array}{ccc} 9,52 \text{ moles d'air} & \longrightarrow & 100 \% \text{ moles d'air} \\ X & \longrightarrow & 130 \% \text{ moles d'air} \end{array}$$

$$X = 12,376 \text{ moles d'air}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 \text{ moles O}_2 & \longrightarrow & 100 \% \text{ moles d'air} \\ X & \longrightarrow & 130 \% \text{ moles d'air} \end{array}$$

$$X_{\text{O}_2} = 2,6 \text{ moles}$$

- 1 kg de CH<sub>4</sub>       $n = \frac{m}{M}$  ,  $M_{\text{CH}_4} = 16 \text{ Kg/Kmoles}$
- $n = \frac{1}{16} = 0,0625 \text{ Kmoles} = \frac{\text{Kg}}{\frac{\text{kg}}{\text{Kmoles}}}$
- $\Rightarrow$  Masse O<sub>2</sub> nécessaire à la combustion d'1 kg de CH<sub>4</sub>



$$n_{\text{O}_2} = 0,0625 \times 2 = 0,125 \text{ Kmoles nécessaire}$$

$$m_{\text{O}_2} = n_{\text{O}_2} \times M_{\text{O}_2} = 0,125 \times 32$$

$$m_{\text{O}_2} = 4 \text{ Kg O}_2 \text{ nécessaire}$$

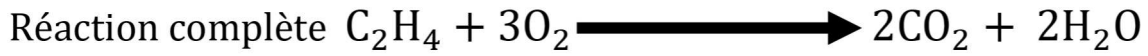
**Exercice N° 2 :**

20 kg de C<sub>2</sub>H<sub>4</sub> sont brûlés dans un moteur à combustion interne avec 400 kg d'air.

Cette combustion a donné naissance à 44 Kg de CO<sub>2</sub>.

- Calculer le pourcentage d'excès d'air utilisé.

Solution :



$$n = \frac{m}{M} = \frac{20 \text{ kg}}{28 \text{ kg/kmoles}} = 0,714 \text{ kmol}$$

- Calcul de l'O<sub>2</sub> requis pour la combustion

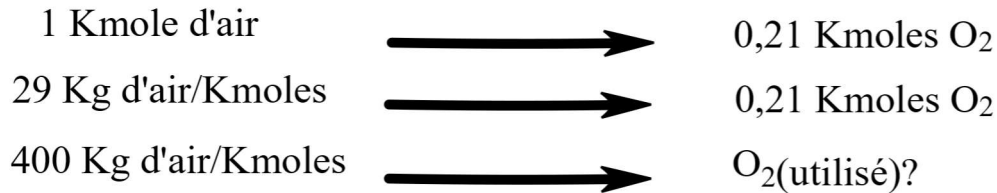
% Excès d'air

$$= \frac{n_{\text{moles d'O}_2 \text{ utilisé}} - n_{\text{moles requis}}}{n_{\text{moles requis}} \text{ (nécessaire pour assurer une combustion complète)}}$$



$$n_{O_2} = 2,14 \text{ Kmoles d'O}_2 \text{ requis}$$

- La quantité d'air entrant est égale à : Masse molaire d'air = 29 Kg/Kmole



$$n_{O_2} = \frac{400 \times 0,21}{29}$$

$$n_{O_2} = 2,89 \text{ Kmoles O}_2 \text{ utilisé}$$

$$\% \text{ Excès d'air} = \frac{2,89 - 2,14}{2,14} \times 100$$

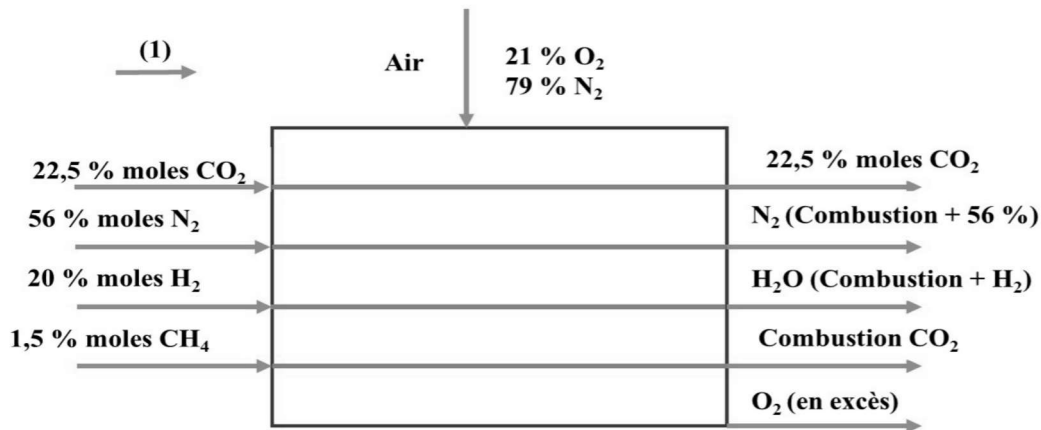
$$\% \text{ Excès d'air} = 35,04 \%$$

$$\% \text{ Excès d'air} = 100 + 35,04 = 135 \%$$

**Exercice N° 3 :**

On veut brûler un gaz dont la composition molaire indique qu'il y a 22,5 % de CO<sub>2</sub>, 20 % de H<sub>2</sub>, 1,5 % de CH<sub>4</sub> et 56 % de N<sub>2</sub>. Si la combustion de ce gaz est effectuée en présence de 10 % d'excès d'air. On demande de donner la composition de la fumée.

**Solution : Pour 100 moles de mélanges**



**Quantité de CO<sub>2</sub> produite de la réaction**



$n_{\text{CO}_2} = 1,5 \text{ Kmoles CO}_2 \text{ produite}$

$n_{\text{CO}_2}]_{\text{Tot}} = 1,5 + 22,5 = 24 \text{ Kmoles}$

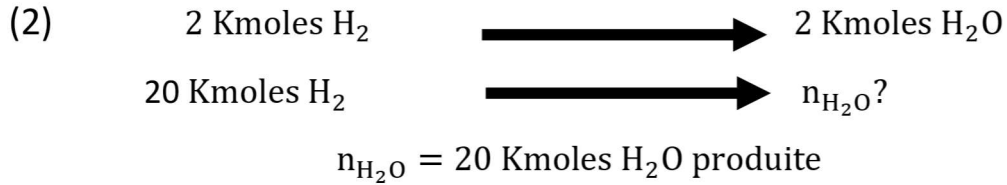
**Quantité de H<sub>2</sub>O produite de la réaction**

**Réaction complète**



$n_{\text{H}_2\text{O}} = 3,0 \text{ Kmoles H}_2\text{O produite}$

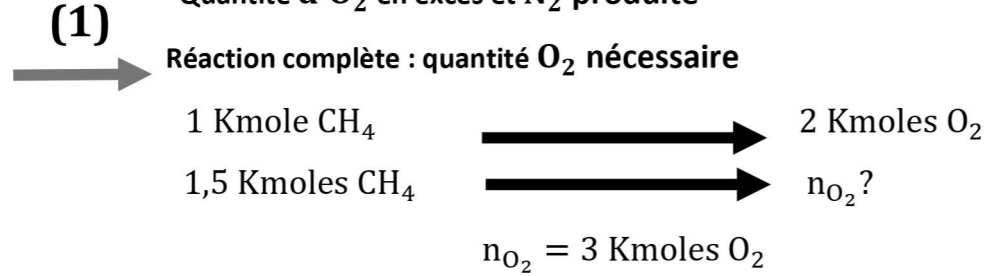
**Réaction H<sub>2</sub> :**



**Quantité H<sub>2</sub>O totale :**

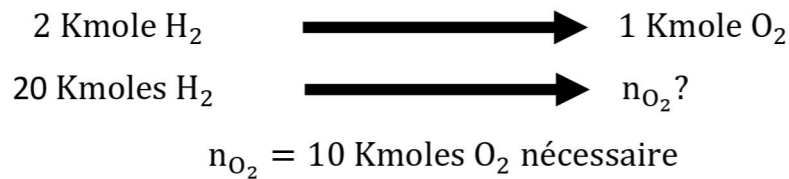
(3)                      n<sub>CO<sub>2</sub></sub>]Tot = 20 + 3 = 23 Kmoles H<sub>2</sub>O produite

**Quantité d'O<sub>2</sub> en excès et N<sub>2</sub> produite**



$$\% \text{ excès d'air (EA)} = \frac{\text{excès O}_2}{\text{O}_2 \text{ nécessaire}}$$

**Quantité O<sub>2</sub> Réaction (2) :**



O<sub>2</sub> nécessaire = 10 + 3 = 13 Kmoles

% excès d'air (EA) × O<sub>2</sub> nécessaire = excès O<sub>2</sub>

excès O<sub>2</sub> = 0,1 × 13 = 1,3 Kmoles O<sub>2</sub> en excès

n<sub>O<sub>2</sub></sub>]Tot = 1,3 + 13 = 14,3 Kmoles O<sub>2</sub> total

• **Air nécessaire :**



n<sub>air nécessaire</sub> = 61,90 Kmoles d'air nécessaire

- Air en excès :

$$n = 61,90 \times 0,1 = 6,1905 \text{ Kmoles d'air en excès}$$

- N<sub>2</sub> en excès :

$$\text{Air en excès} = \text{N}_2 \text{ en excès} + \text{O}_2 \text{ en excès}$$

$$6,1905 - 1,3 = 4,8905 \text{ Kmoles N}_2 \text{ en excès}$$

- Donc N<sub>2</sub> total :

$$\text{Air}]_{\text{Tot}} = \text{Air}]_{\text{en excès}} + \text{Air}]_{\text{nécessaire}} = 6,1905 + 61,905$$

$$\text{Air}]_{\text{Tot}} = 68,0955 \text{ Kmoles Air}]_{\text{Tot}}$$

$$\text{Air}]_{\text{Tot}} - \text{O}_2]_{\text{Tot}} = 68,0955 - 14,3$$

$$\text{N}_2]_{\text{Tot}} = 53,7955 \text{ Kmoles N}_2]_{\text{Tot}}$$

- N<sub>2</sub> venant du gaz :

$$n_{\text{N}_2}]_{\text{Globale}} = 53,7955 \text{ K} + 56 = 109,7955 \text{ moles N}_2]_{\text{Globale}}$$

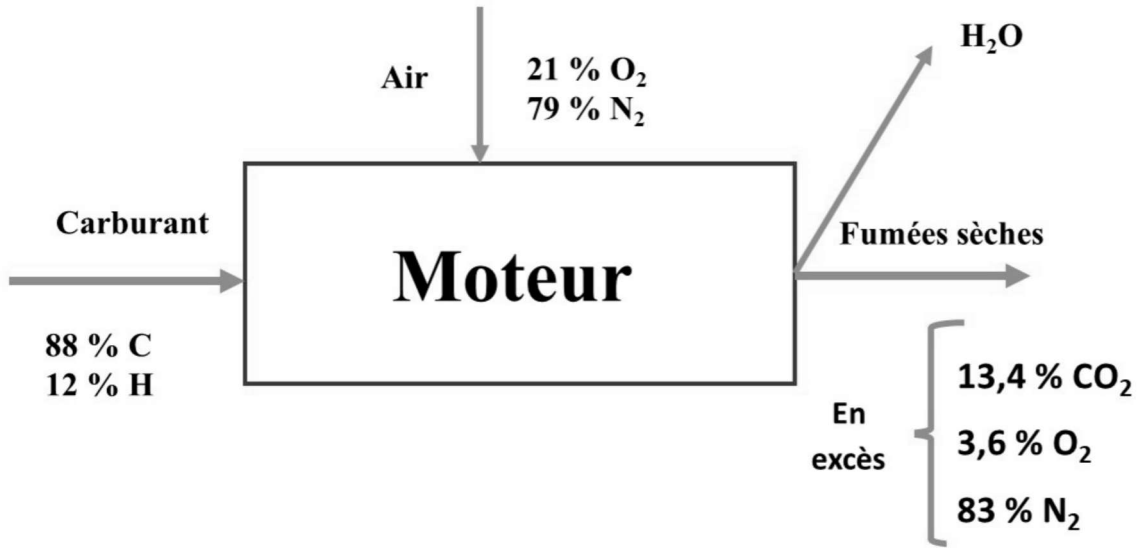
Fumées	Entrée (Moles)	Sortie (moles)	Fraction molaire $\frac{n_i}{n_T}$
CH <sub>4</sub>	1,5	0	0
CO <sub>2</sub>	22,5	24	0,1518
H <sub>2</sub> O	0	23	0,1955
O <sub>2</sub>	14,3	(En excès) 1,3	$8,229 \times 10^{-3}$
H <sub>2</sub>	20	0	0
N <sub>2</sub>	109,7955	109,7955	0,6956
<b>Totale</b>	<b>168,0955</b>	<b>n<sub>T</sub> = 158,0955</b>	<b>≈ 1,00</b>

#### Exercice N° 4 :

Un liquide ayant la composition suivante : 88 % de Carbone C et 12 % d'hydrogène. Le gaz d'échappement déshydraté contient 13,4 % de CO<sub>2</sub> ; 3,6 % d'O<sub>2</sub> et 83 % de N<sub>2</sub>.

- Déterminer le nombre de moles de gaz d'échappement produit.
- Déterminer le pourcentage d'excès d'air utilisé.

Solution :



- Pour 100 moles de fumée

$$n_{\text{CO}_2} = 13,4 \text{ moles}$$

$$n_{\text{O}_2} = 3,6 \text{ moles}$$

$$n_{\text{N}_2} = 83 \text{ moles}$$

$$1 \text{ mole d'air} \longrightarrow 0,21 \text{ moles } \text{O}_2$$

$$n_{\text{air}(\text{en excès})} \longrightarrow 3,6 \text{ moles } \text{O}_2 (\text{excès})$$

$$n_{\text{air en excès}} = \frac{3,6 \times 1}{0,21} = 17,14 \text{ moles d'air en excès}$$

$$1 \text{ mole d'air} \longrightarrow 0,79 \text{ moles } \text{N}_2$$

$$n_{\text{air}(\text{Total})} \longrightarrow 83 \text{ moles } \text{N}_2 (\text{excès})$$

$$n_{\text{air}(\text{Total})} = \frac{83 \times 1}{0,79} = 105,06 \text{ moles d'air total}$$

$$n_{\text{air}}]_{\text{nécessaire}} = n_{\text{air}}]_{\text{Tot}} - n_{\text{air}}]_{\text{en excès}} = 105,06 - 17,14$$

$$n_{\text{air}}]_{\text{nécessaire}} = 87,92 \text{ mole d'air}$$

$$\% \text{ excès d'air (EA)} = \frac{n_{\text{air en excès}}}{n_{\text{air nécessaire}}} \times 100$$

$$\% \text{ excès d'air (EA)} = \frac{17,14}{87,82} \times 100$$

$$\% \text{ excès d'air (EA)} = 18,5 \%$$

**Exercice N° 5 :**

L'Heptane  $C_5H_{12}$  est brûlé avec 10 Kmoles d'air, cette combustion a donné 30 Kg de  $CO_2$ .

- 1-Ecrire la réaction de combustion.
- 2-Calculer le nombre de mole de  $CO_2$  obtenu.
- 3-Déterminer le pourcentage d'excès d'air.
- 4-Déterminer la composition de la fumée.

**Solution :**

1-



2-  $n_{CO_2} = \frac{m}{M} = \frac{30}{44} = 0,671 \text{ Kmoles}$

$$n_{CO_2} = 0,681 \text{ Kmoles}$$

3- Le pourcentage d'excès d'air



$$n_{C_2H_5} = 0,136 \text{ Kmoles}$$



$$n_{O_2} = 1,0896 \text{ Kmoles (Requis) nécessaire}$$



$$n_{O_2} = 0,21 \times 10 = 2,1 \text{ Kmoles (utilisé)}$$

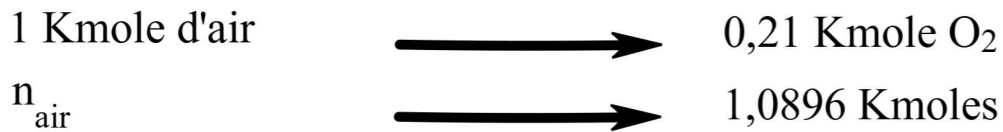
$$\% \text{ Excès d'air} = \frac{n \text{ moles d}'O_2 \text{ utilisé} - n \text{ moles requis}}{n \text{ moles } O_2 \text{ requis (nécessaire)}} \times 100$$

$$\% \text{ Excès d'air} = \frac{2,1 - 1,0896}{1,0896} \times 100$$

$$\% \text{ Excès d'air} = 92,73 \%$$

**4- La composition :**

- $n_{\text{C}_5\text{H}_{12}} = 0$
- $n_{\text{air}} = ?$



$$n_{\text{air}} = \frac{1,0896}{0,21} = 5,188 \text{ Kmoles}$$

$$n_{\text{N}_2} = \begin{cases} n_{\text{air}} = 5,188 \text{ Kmoles} \\ 1,0986 \text{ Kmoles O}_2 \\ (5,188 - 1,0896) = 4,098 \text{ Kmoles N}_2 \end{cases}$$

**• Calcul n d'excès :**

$$n_{\text{O}_2} = 1,0896 \times 0,927 = 1,01038 \text{ Kmoles}$$

$$n_{\text{N}_2} = 4,098 \times 0,927 = 3,80007 \text{ Kmoles}$$

$$n_{\text{CO}_2} = 0,681 \text{ Kmoles}$$



$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 0,136 \times 6 = 0,816 \text{ Kmoles}$$

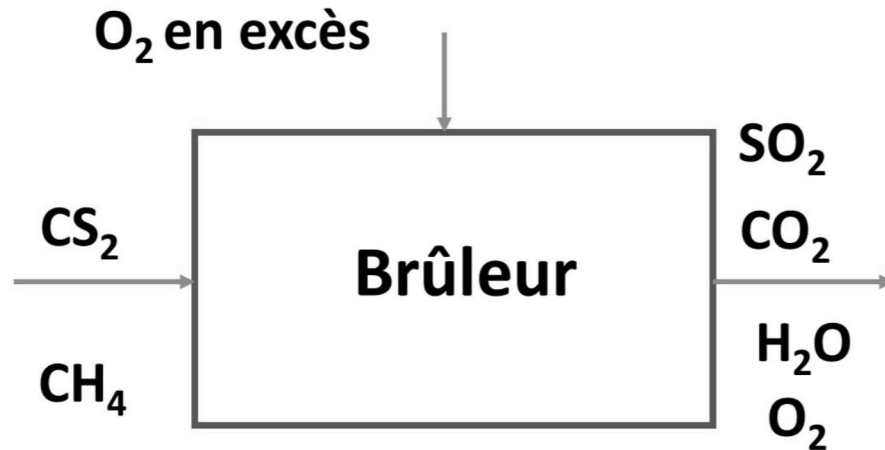
**Exercice N° 6 :**

Un mélange de disulfure de carbone et de méthane est brûlé complètement dans l'oxygène en excès et donne un mélange de fumée composé de : CO<sub>2</sub> = 0,2414, SO<sub>2</sub> = 0,2750, H<sub>2</sub>O = 0,2069 et O<sub>2</sub> = 0,2759 (les % sont molaires). Dans ce dernier mélange, les pressions partielles de CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O et O<sub>2</sub> sont respectivement de 175, 200, 150 et 200 mm Hg.

- Déterminer la quantité d'oxygène en excès, la quantité d'oxygène nécessaire, le % d'oxygène en excès.
- Déterminer le nombre de mole de mélange d'alimentation et la fraction molaire du méthane dans le mélange de combustible initial.

**Solution :**

**Équation de réaction :**



**Titre molaire du gaz effluent du brûleur :**

La pression totale d'un mélange gazeux  $P_T$  est égale à la somme des pressions partielles de ses constituants  $P_i$ :

$P_T = P_{\text{CO}_2} + P_{\text{SO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_{\text{O}_2}$  (Loi de Dalton). Par ailleurs, d'après la même loi de Dalton, la pression partielle d'un constituant gazeux est égale au produit de son titre molaire  $y_i$ , par la pression totale du mélange,  $P_T : P_i = y_i \times P_T$ , soit

$$y_i = \frac{P_i}{P_T}$$

Ces deux relations permettent de déterminer la composition molaire du mélange gazeux effluent.

**Tableau** : Composition molaire du mélange effluent du brûleur

Composés	Pression, $P_i$ (mm Hg)	Titre molaire, $y_i$
CO <sub>2</sub>	175	0,2414
SO <sub>2</sub>	200	0,2759
H <sub>2</sub> O	150	0,2069
O <sub>2</sub>	200	0,2759
<b>Total</b>	<b>725</b>	<b>1,0001</b>

- **Base de calcul** : pour 1000 mol de gaz effluent
- **Détermination de la composition du mélange combustible** :

Compte tenu de la base de calcul, le gaz effluent est constitué de :

- $1000 \times 0,2414 = 241,40$  mol de CO<sub>2</sub> ;
- $1000 \times 0,2760 = 276$  mol de SO<sub>2</sub> ;
- $1000 \times 0,2069 = 206,90$  mol de H<sub>2</sub>O ;
- $1000 \times 0,2759 = 275,90$  mol de O<sub>2</sub> ;

Les équations (1) et (2) montrent que le dioxyde de carbone est formé dans les deux réactions alors que le dioxyde de soufre et l'eau n'apparaissent que dans une seule réaction.

L'équation (1) fait apparaître que 276 mol de SO<sub>2</sub> sont formées à partir de :

$$X = \frac{276}{2} = 138 \text{ mol de CS}_2 \text{ et que cette réaction :}$$

$$\text{- Consomme } \frac{276 \times 3}{2} = 414 \text{ mol de O}_2$$

- Donne également  $\frac{276}{2} = 138$  mol de  $\text{CO}_2$

L'équation (2) montre que 206,9 moles de  $\text{H}_2\text{O}$  sont formées à partir de

$$\frac{206,9}{2} = 103,45 \text{ mol de } \text{CH}_4 \text{ et que cette réaction}$$

- Consomme  $103,45 \times 2 = 206,9$  mol de  $\text{O}_2$
- Donne également  $\frac{206,9}{2} = 103,45$  mol de  $\text{CO}_2$

La quantité de  $\text{O}_2$  nécessaire :  $414 + 206,9 = 620,9$  moles

La quantité de  $\text{O}_2$  en excès = en fumée = 276 moles

$$\% \text{ de } \text{O}_2 \text{ en excès} = \frac{\text{quantité en excès}}{\text{quantité nécessaire}} = \frac{276}{620,90} = 0,444 = 44,47 \%$$

Le mélange d'alimentation ( $\text{CS}_2 + \text{CH}_4$ ) =  $137,95 + 103,45 = 241,4$  moles

$$\text{Fraction molaire de } \text{CH}_4 \text{ dans l'alimentation} = \frac{103,45}{103,45+137,95} = 42,85 \%$$

### Exercice N° 7 :

Une usine utilise du propane comme combustible et rejette dans l'atmosphère  $2916,17 \frac{\text{Kg}}{\text{h}}$  de fumées dont la composition massique est la suivante  $\text{N}_2$ : 74,23 %,  $\text{O}_2$ : 10,80 %,  $\text{CO}_2$ : 9,69 %,  $\text{H}_2\text{O}$ : 5,28 %.

Calculer l'ensemble des débits en  $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{h}}\right)$  et des compositions (en %) avant et après combustion. Calculer le pourcentage d'excès d'air.

Sachant que la composition de l'air est :  $\text{O}_2$ : 21 % et  $\text{N}_2$ : 79 %, et que la masse molaire de l'air est  $29 \left(\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right)$ .

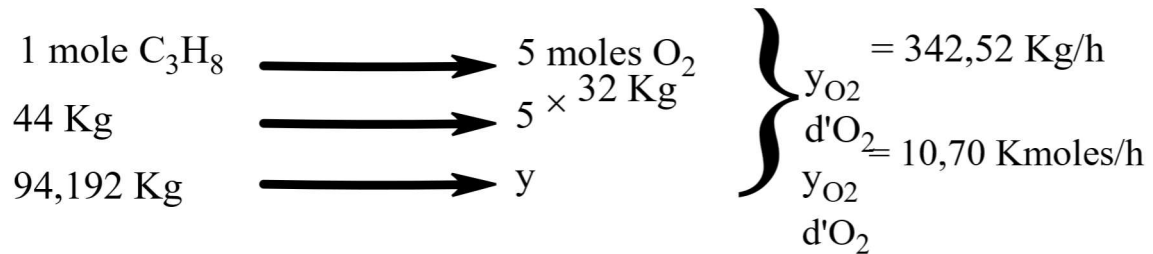
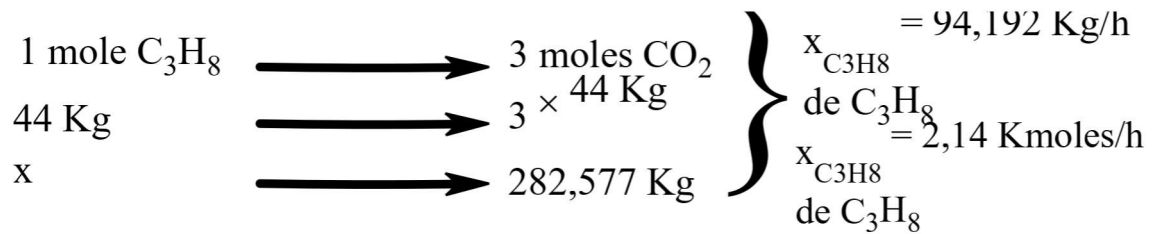
**Solution :**

1) Les débits en  $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{h}}\right)$  et les compositions en (%) avant et après la combustion :

- Dans la fumée : 2916,17  $\left(\frac{\text{Kg}}{\text{h}}\right)$ .
- Les compositions en (%) après la combustion  $\text{N}_2$ : 74,23 %,  $\text{O}_2$ : 10,80 %,  $\text{CO}_2$ : 9,69 %,  $\text{H}_2\text{O}$ : 5,28 %.
- Les débits massiques : après combustion
- La quantité de  $\text{CO}_2$ :  $0,0969 \times 2916,17 = 282,577 \text{ Kg/h}$  de  $\text{CO}_2$  ;
- La quantité de  $\text{H}_2\text{O}$ :  $0,0528 \times 2916,17 = 153,974 \text{ Kg/h}$  de  $\text{H}_2\text{O}$  ;
- La quantité de  $\text{N}_2$  :  $0,7423 \times 2916,17 = 2164,673 \text{ Kg/h}$  de  $\text{N}_2$  ;
- La quantité de  $\text{O}_2$  :  $0,1080 \times 2916,17 = 314,9467 \text{ Kg/h}$  de  $\text{CO}_2$  ;



❖ Débits massiques avant combustion:



❖ La quantité d'oxygène total ????

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ mole d'air} \\
 29 \text{ Kg} \\
 2837,95
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \longrightarrow \\
 \longrightarrow \\
 \longrightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 0,21 \text{ moles O}_2 \\
 0,21 \times 32 \text{ Kg} \\
 k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 \text{ mole d'air} \\ 29 \text{ Kg} \\ 2837,95 \end{array}} \right\} k = 657,62 \text{ Kg O}_2^{\text{Tot}}$$

2) La quantité de N<sub>2</sub> nous renseigne sur la quantité de l'air total

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ mole d'air} \\
 29 \text{ Kg} \\
 z
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \longrightarrow \\
 \longrightarrow \\
 \longrightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 0,79 \text{ moles N}_2 \\
 0,79 \times 28 \text{ Kg} \\
 2164,67
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 \text{ mole d'air} \\ 29 \text{ Kg} \\ z \end{array}} \right\} \begin{array}{l} z = 2837,95 \text{ Kg air} \\ z = 97,86 \text{ Kmoles air} \end{array}$$

- Composition des gaz avant la combustion

$$\text{masse totale} = \text{masse C}_3\text{H}_8 + \text{masse O}_2 + \text{masse N}_2$$

$$\text{masse totale} = 94,192 + 657,192 + 2164,673 = 2916,48 \text{ Kg}$$

$$\% \text{ C}_3\text{H}_8 = \frac{94,192}{2916,48} = 3,23 \%$$

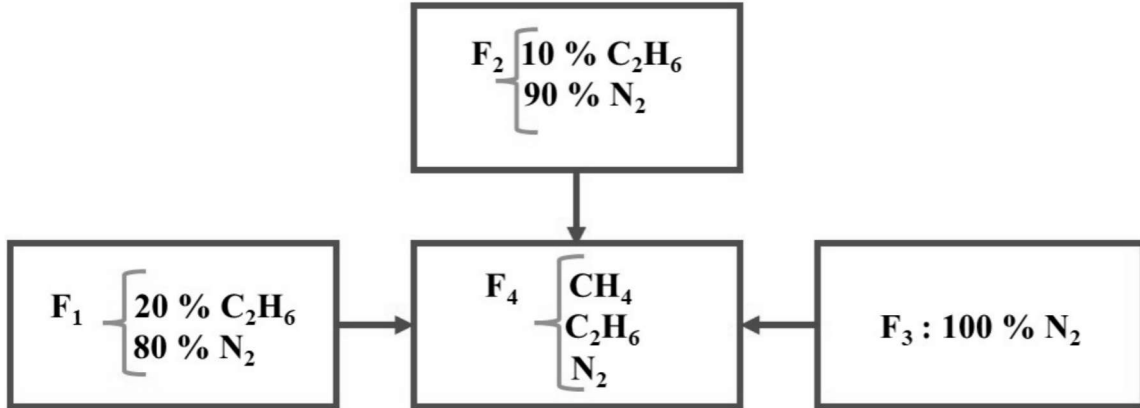
$$\% \text{ O}_2 = \frac{657,62}{2916,48} = 22,55 \%$$

$$\% \text{ N}_2 = \frac{2164,673}{2916,48} = 74,22 \%$$

La quantité d'oxygène dans la fumée est l'O<sub>2</sub> en excès = 314,946 Kg

$$\% \text{ d' excès d'air} = \frac{\text{air en excès}}{\text{air nécessaire}} = \frac{314,946}{342,52} = 0,9195 \approx 91,95 \%$$

**Exercice N° 1 :**



On désire obtenir dans  $F_4$  un rapport molaire  $\frac{Y_{CH_4}}{Y_{C_2H_6}} = 1.5$

- 1- Quel est le degré de liberté du système ?
- 2- Que peut-on faire comme hypothèse pour résoudre ce système ?

**Solution :**

Le nombre des inconnues = 07  $\left\{ \begin{array}{l} F_1, F_2, F_3 \text{ et } F_4 \\ Y_{CH_4}, Y_{C_2H_6} \text{ et } Y_{N_2} \end{array} \right.$

05 equations indépendantes  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Equation Bilan sur } CH_4 \\ \text{Equation Bilan sur } C_2H_6 \\ \text{Equation Bilan sur } N_2 \\ \frac{Y_{CH_4}}{Y_{CH_6}} = 1,5 \\ \sum Y_i^{Fy} = 1 \end{array} \right.$

- Bilan sur  $CH_4$ :  $Y_{CH_4} \times F_4 = 0,2 \times F_1 \dots \dots \dots (1)$
- Bilan sur  $C_2H_6$ :  $Y_{C_2H_6} \times F_4 = 0,1 \times F_2 \dots \dots \dots (2)$
- Bilan sur  $N_2$ :  $Y_{N_2} \times F_4 = 0,8 \times F_1 + 0,9 \times F_2 + 1 \times F_3 \dots \dots (3)$
- Bilan sur  $\sum Y_i = 1$  :  $Y_{N_2} + Y_{CH_4} + Y_{C_2H_6} = 1 \dots \dots \dots (4)$
- $\frac{Y_{CH_4}}{Y_{CH_6}} = 1,5 \dots \dots \dots (5)$

7 inconnues et 5 équations  $\Rightarrow$  impossible

Degré de liberté = nombres d'inconnus – nombre d'équations indépendantes

$$(1) \quad \text{Degré } D_L = 7 - 5 = 2$$

- On propose comme une base de calcul et pour résoudre le système

$$F_4 = 1 \text{ Kmole} \dots \dots \dots (6)$$

$$F_3 = 0 - 1 \dots \dots \dots \text{on va proposer une valeur de } 0,3 \text{ Kmole} \dots \dots (7)$$

Maintenant, on a 07 équations avec 07 inconnues  $\Rightarrow D_L = 0$

Donc on aura

- Bilan sur  $\text{CH}_4$ :  $Y_{\text{CH}_4} = 0,2 \times F_1 \Rightarrow F_1 = \frac{Y_{\text{CH}_4}}{0,2}$
- Bilan sur  $\text{C}_2\text{H}_6$ :  $Y_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0,1 \times F_2 \Rightarrow F_2 = \frac{Y_{\text{C}_2\text{H}_6}}{0,1}$
- Bilan sur  $\text{N}_2$ :  $Y_{\text{N}_2} = 0,8 \times F_1 + 0,9 \times F_2 + 0,3$  (a)
- $Y_{\text{N}_2} + Y_{\text{CH}_4} + Y_{\text{C}_2\text{H}_6} = 1$  (b)
- $Y_{\text{CH}_4} = 1,5 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6} \dots \dots \dots (10)$

$$(a) \Rightarrow Y_{\text{N}_2} = \frac{0,8 \times Y_{\text{CH}_4}}{0,2} + \frac{0,9 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6}}{0,1} + 0,3$$

$$\Rightarrow Y_{\text{N}_2} = \frac{0,8 \times 1,5 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6}}{0,2} + \frac{0,9 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6}}{0,1} + 0,3$$

$$\Rightarrow Y_{\text{N}_2} = 6 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6} + 9 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6} + 0,3$$

$$\Rightarrow Y_{\text{N}_2} = 15 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6} + 0,3$$

$$(b) \Rightarrow Y_{\text{N}_2} + Y_{\text{CH}_4} + Y_{\text{C}_2\text{H}_6} = 1$$

$$(15 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6} + 0,3) + (1,5 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6}) + Y_{\text{C}_2\text{H}_6} = 1$$

$$17,5 \times Y_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0,7$$

$$Y_{\text{C}_2\text{H}_6} = 0,04$$

D'après les données, en l'équation (5)

$$\Rightarrow \frac{Y_{\text{CH}_4}}{Y_{\text{CH}_6}} = 1,5 \quad \Rightarrow Y_{\text{CH}_4} = 1,5 \times 0,04$$

$$Y_{\text{CH}_4} = 0,06$$

On remplace pour déterminer

$$F_1 = \frac{Y_{\text{CH}_4}}{0,2} = \frac{0,06}{0,2} \Rightarrow F_1 = 0,3 \text{ Kmoles}$$

$$F_2 = \frac{Y_{\text{C}_2\text{H}_6}}{0,1} = \frac{0,04}{0,1} \Rightarrow F_2 = 0,4 \text{ Kmoles}$$

$$Y_{\text{N}_2} \times F_4 = 0,8 \times F_1 + 0,9 \times F_2 + 1 \times F_3$$

$$Y_{\text{N}_2} \times 1 = 0,3 \times 0,8 + 0,9 \times 0,4 + 0,3 \Rightarrow Y_{\text{N}_2} = 0,9$$

### Exercice N° 2 :

On prépare 2,5 moles d'un mélange de 3 gaz : SO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>S, CS<sub>2</sub> à partir de 3 réservoirs différents.

	Réservoir <u>1</u>	Réservoir <u>2</u>	Réservoir <u>3</u>	Mélange <u>4</u>
Gaz	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
SO <sub>2</sub>	0.23	0.20	0.54	0.25
H <sub>2</sub> S	0.36	0.33	0.27	0.23
CS <sub>2</sub>	0.41	0.47	0.19	0.52

- 1- Quel est le degré de liberté de système ?
- 2- Calculer tous les inconnus (résoudre le système).
- 3- Conclusion – explication.

**Solution :**

- Bilan sur  $\text{SO}_2$ :  $0,23 \times F_1 + 0,20 \times F_2 + 0,54 \times F_3 = 0,25 \times 2,5 = 0,625$
- Bilan sur  $\text{H}_2\text{S}$ :  $0,36 \times F_1 + 0,33 \times F_2 + 0,27 \times F_3 = 0,23 \times 2,5 = 0,575$
- Bilan sur  $\text{CS}_2$ :  $0,41 \times F_1 + 0,47 \times F_2 + 0,19 \times F_3 = 0,52 \times 2,5 = 1,3$
- $F_1 + F_2 + F_3 = F_4 = 2,5$

3 inconnues et 4 équations  $\Rightarrow$  possible résoudre le problème

Degré de liberté =  $3 - 4 = -1 \Rightarrow$  possibilité de résolution du système

$$[A] = \begin{pmatrix} 0,23 & 0,20 & 0,54 \\ 0,36 & 0,33 & 0,27 \\ 0,41 & 0,47 & 0,19 \end{pmatrix} \quad [B] = \begin{pmatrix} 0,625 \\ 0,575 \\ 1,3 \end{pmatrix}$$

Déterminant :

$$[A] = 0,23 (0,33 \times 0,19 - 0,27 \times 0,47) - 0,20 (0,36 \times 0,19 - 0,27 \times 0,41) + 0,54 (0,36 \times 0,47 - 0,33 \times 0,41)$$

Déterminant :  $[A] = 0,012$

$$F_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0,625 & 0,20 & 0,54 \\ 0,575 & 0,33 & 0,27 \\ 1,3 & 0,47 & 0,19 \end{vmatrix}}{0,012}$$

$$F_1 = [0,625 (0,33 \times 0,19 - 0,27 \times 0,47) - 0,20 (0,575 \times 0,19 - 0,27 \times 1,3) + 0,54 (0,575 \times 0,47 - 0,33 \times 1,30)]/0,012$$

$$F_1 = -6,54 \text{ moles débit négatif}$$

$F_1 < 0$  Solution non acceptable, erreur due à l'appareil

$$F_2 = \frac{\begin{bmatrix} 0,23 & \mathbf{0,625} & 0,54 \\ 0,36 & \mathbf{0,575} & 0,27 \\ 0,47 & \mathbf{1,3} & 0,19 \end{bmatrix}}{0,012}$$

$$F_2 = [0,23 (0,575 \times 0,19 - 0,27 \times 1,3) - 0,625 (0,36 \times 0,19 - 0,27 \times 0,41) + 0,54 (0,36 \times 1,3 - 0,575 \times 0,41)]/0,012$$

$$F_2 = 8 \text{ moles}$$

Solution refusée car  $F_1 > F_4$

$$F_3 = \frac{\begin{bmatrix} 0,23 & 0,2 & \mathbf{0,625} \\ 0,36 & 0,33 & \mathbf{0,575} \\ 0,41 & 0,47 & \mathbf{1,3} \end{bmatrix}}{0,012}$$

$$F_3 = [0,23 (0,33 \times 1,3 - 0,575 \times 0,47) - 0,2 (0,36 \times 1,3 - 0,575 \times 0,41) + 0,625 (0,36 \times 0,47 - 0,33 \times 0,41)]/0,012$$

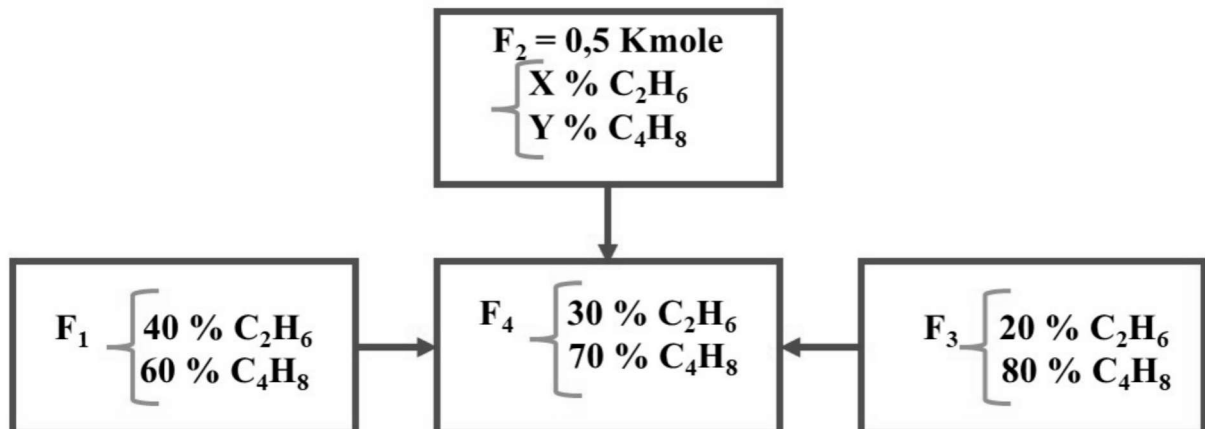
$$F_3 = 0,93 \text{ moles, } F_3 < F_4$$

Cette solution est acceptée car elle vérifie que  $F_1 + F_2 + F_3 = 2,5 \text{ moles}$

$$F_1 + F_2 = 2,5 - 0,93 = 1,57 \text{ moles}$$

Pour trouver  $F_1$  et  $F_2$  il faut satisfaire toutes les équations.

**Exercice N° 3 :**



1. Quel est le degré de liberté de système ? Sachat que  $F_4 = 2 \text{ Kmoles}$
2. Si  $F_4 = 2 \text{ Kmoles}$  et  $X = 0,2$  déterminer les inconnus de système.

**Solution :**

1- Le nombre des inconnues = 03  $\left\{ \begin{matrix} F_1 \text{ et } F_3 \\ Y \end{matrix} \right.$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Equation Bilan sur } C_2H_6 \\ 0,3 \times F_4 = 0,4 \times F_1 + X \times F_2 + 0,2 \times F_3 \\ \text{Equation Bilan sur } C_3H_8 \\ 0,7 \times F_4 = 0,6 \times F_1 + Y \times F_2 + 0,8 \times F_3 \\ X + Y = 1 \\ F_4 = 2 \\ X = 0,2 \\ F_2 = 0,5 \end{array} \right\} \text{ 06 equations indépendantes}$$

3 inconnues et 6 équations  $\Rightarrow$  possible de résoudre le problème

$$\text{Degré } D_L = 3 - 6 = -3$$

2-  $F_4 = 2$  Kmoles,  $X = 0,2$  avec  $F_2 = 0,5$

$$0,3 \times 2 = 0,4 \times F_1 + X \times 0,5 + 0,2 \times F_3$$

$$0,7 \times 2 = 0,6 \times F_1 + Y \times 0,5 + 0,8 \times F_3$$

$$X + Y = 1 \text{ donc } y = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$0,6 = 0,4 \times F_1 + 0,1 + 0,2 \times F_3 \dots \dots \dots (1)$$

$$1,4 = 0,6 \times F_1 + 0,4 + 0,8 \times F_3 \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow F_1 = \frac{0,6 - 0,1 - 0,2 \times F_3}{0,4} = 1,25 - 0,5 \times F_3$$

$$(2) \Rightarrow 1,4 = 0,6 \times (1,25 - 0,5 \times F_3) + 0,4 + 0,8 \times F_3$$

$$1,4 = 0,75 - 0,3 \times F_3 + 0,4 + 0,8 \times F_3$$

$$0,25 = 0,5 \times F_3 \Rightarrow F_3 = 0,5 \text{ Kmoles}$$

$$F_1 = 1,25 - 0,5 \times 0,5 \Rightarrow F_1 = 1 \text{ Kmole}$$

**Exercice N° 1 :**

Un réservoir contient 10 tonnes de solution saturée à 60 °C d'hydrogénocarbonate de sodium (NaHCO<sub>3</sub>). On cristallise par refroidissement 500 Kg de NaHCO<sub>3</sub>,

Calculer :

- La fraction massique de la solution d'alimentation  $W_A$
- La masse de NaHCO<sub>3</sub> qui reste en solution
- La fraction massique de NaHCO<sub>3</sub> dans le filtrat

A quelle température doit-on refroidir la solution pour cristalliser 500 Kg de NaHCO<sub>3</sub> ?

La solubilité de NaHCO<sub>3</sub> en fonction de la température est la suivante :

Température (en °C)	10	20	30	40	50	60
Solubilité (en g de NaHCO <sub>3</sub> / 100 g d'eau)	8.15	9.60	11.10	12.70	14.45	16.40

**Solution :**

❖ Base de calcul : pour 10000 Kg de solution saturée à 60 °C

- La solubilité a 60 °C =  $16,4 \text{ g } \frac{\text{NaHCO}_3}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$

❖ Détermination du titre massique de la solution saturée à 60 °C

- Composition massique de la solution initiale :

$$W_A = \frac{16,4 \text{ g NaHCO}_3}{16,4 + 100 \text{ g H}_2\text{O}} = 0,1401 = 14,09 \%$$

- Une masse de 10000 Kg de solution saturée à 60 °C, contient :

-  $0,1409 \times 10000 = 1409 \text{ Kg de NaHCO}_3$ ;

-  $(1 - 0,1409) \times 10000 = 8591 \text{ Kg de H}_2\text{O}$ ;

❖ **Bilan massique de la cristallisation :**

Il est possible d'écrire la loi de la conservation de la masse par rapport aux divers courants et par rapports au soluté.

Dans la solution initiale saturée (à 60 °C), il y a 14,1 % de  $\text{NaHCO}_3$ , le reste c'est de l'eau.

**Equation de Bilan générale :**

$$A = C + F \Rightarrow F = A - C \Rightarrow 10000 - 500 = 9500 \text{ Kg} \quad (1)$$

**Bilan par rapport à  $\text{NaHCO}_3$  pur :**

$$Aw_A = Cw_C + Fw_F \quad (2)$$

Pour déterminer la température à laquelle il faut refroidir, il est nécessaire de déterminer préalablement le titre du filtrat (solution saturée à cette température).

$$(2) w_F = \frac{Aw_A - Cw_C}{F} = \frac{10000 \times 0,1409 - 500 \times 1}{9500} = 0,0957 = 9,57 \%$$

La solubilité (s en g pour 100 g de solvant) de  $\text{NaHCO}_3$  correspondant à ce titre est obtenue par la transformation suivante :

$$W = \frac{s}{100 + s} \Rightarrow S = \frac{100 w}{1 - w} = \frac{0,0957 \times 100}{1 - 0,0957} = 10,58 \text{ g de } \text{NaHCO}_3 \text{ pour } 100 \text{ g de } \text{H}_2\text{O}$$

## 2<sup>eme</sup> méthode

$\text{NaHCO}_3$  en solution initiale –  $\text{NaHCO}_3$  en cristaux =  $\text{NaHCO}_3$  en filtrat  
 $0,141 \times 10000 - 100 \% \times 500 = 910 \text{ Kg } \text{NaHCO}_3$  qui reste en solution

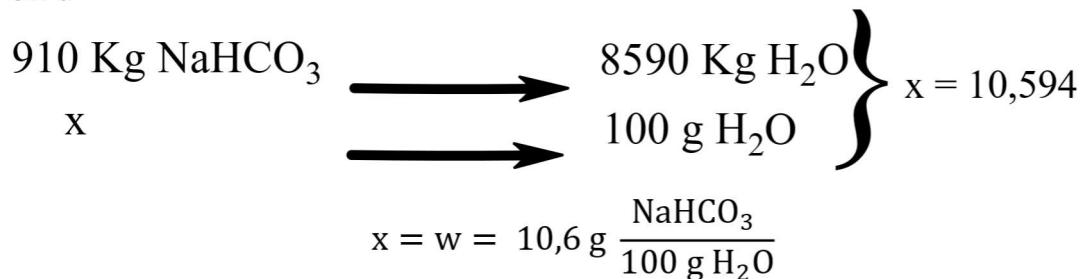
- Quantité d'eau dans la Solution initiale

$$= (1 - 0,141) \times 10000 = 8590 \text{ Kg } \text{H}_2\text{O}, \text{ et qui passe en filtrat}$$

La solution de filtrat contient :  $8590 \text{ Kg } \text{H}_2\text{O} + 910 \text{ Kg } \text{NaHCO}_3$



On a



**Température de cristallisation :**

La température est obtenue à partir de la solubilité de soluté (ou son titre massique) dans ces conditions, le tableau suivant donne le titre massique, déduit de la solubilité, en fonction de la température.

**Tableau :** influence de la température sur la solubilité et le titre massique d'une solution saturée d'hydrogénocarbonate de sodium.

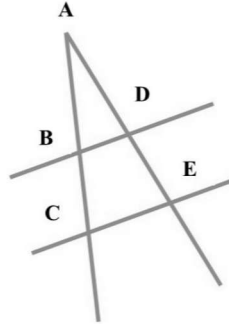
Température	10	20	30	40	50	60
Solubilité (g/100 g)	8,15	9,60	11,10	12,70	14,45	16,40
W (%)	7,54	8,76	9,99	11,27	12,63	14,09

D'après les calculs  $w = 10,6 \text{ g}$ , la température finale de la suspension du filtrat est comprise entre  $30 \text{ °C}$  et  $20 \text{ °C}$ . En considérant que la température varie linéairement avec le titre massique (ou la solubilité) dans cet interval, la température finale de la suspension doit donc être de :

Selon le tableau, la température doit être comprise entre 30 °C et 20 °C

Le déplacement 30 °C - 20 °C	→	11,1 - 9,6
10 °C	→	1,5
30 - x	→	11,1 - 10,6 = 0,5

D'après la règle de Thalès :



$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$$

$$(30 - x) \times 1,5 = 10 \times 0,5 \Rightarrow 30 - x = \frac{10 \times 0,5}{1,5}$$

$$30 - x = 3,33 \Rightarrow x = 30 - 3,33 = 26,77 \text{ °C} \approx 27 \text{ °C}$$

Il faut refroidir à 27 °C pour avoir 500 kg de cristaux

**Exercice N° 2 :**

On cristallise à 10 °C une tonne de solution aqueuse de nitrate de sodium de titre massique de 52 %, prise à 60 °C

Calculer le taux de saturation de la solution d'alimentation à 60 °C

Calculer la masse de cristaux formés après refroidissement à 10 °C

**Données :** Solubilité à 10 °C : 80 g de NaNO<sub>3</sub>/100g d'eau

Solubilité à 60 °C : 124 g de NaNO<sub>3</sub>/100g d'eau

**Solution :**

1) Taux de saturation à 60 °C

Solution saturée de NaNO<sub>3</sub> à 60 °C :

$$\text{La solubilité à 60 °C} = 124 \text{ g} \frac{\text{NaNO}_3}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$$

- Composition massique à 60 °C :

$$w_1 = \frac{124}{124 + 100} = 0,5536 = 55,36 \%$$

Notre solution a un titre massique de 52 % = 0,52 =  $\frac{m_x}{m_x + 100 \text{ g H}_2\text{O}}$

$$0,52 \times 100 = m_x (1 - 0,52) \Rightarrow m_x = 108,33 \text{ g de NaNO}_3 \text{ dans } 100 \text{ g H}_2\text{O}$$

La solution de  $\frac{124 \text{ g}}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$  correspond a 100 % de taux de saturation

$$\begin{array}{ccc} 124 \text{ g NaNO}_3 & \longrightarrow & 100 \% \\ 108,33 & \longrightarrow & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 124 \text{ g NaNO}_3 & \longrightarrow & 100 \% \\ 108,33 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\}$$

$$x = 87,36 \% \text{ taux de saturation à } 60 \text{ °C}$$

La composition massique de notre solution d'alimentation

$$w_2 = \frac{108,33}{108,33 + 100} = 0,51999 \approx 52 \%$$

2) Masse des cristaux formées à 60 °C

On retrouve notre titre massique

La masse de NaNO<sub>3</sub> contenue dans la solution d'alimentation

$$0,52 \times 1000 = 520 \text{ Kg NaNO}_3$$

La masse d'eau dans cette solution = 1000 ( 1 - 0,52) = 480 Kg H<sub>2</sub>O

La solution saturée à 10 °C contient  $\frac{80}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$  (donnée)

Donc à 10 °C :

$$\begin{array}{ccc} 80 \text{ Kg NaNO}_3 & \longrightarrow & 100 \text{ Kg H}_2\text{O} \\ x & \longrightarrow & 480 \text{ Kg H}_2\text{O} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} 80 \text{ Kg NaNO}_3 & \longrightarrow & 100 \text{ Kg H}_2\text{O} \\ x & \longrightarrow & 480 \text{ Kg H}_2\text{O} \end{array}} \right\}$$

x = 384 Kg de NaNO<sub>3</sub> contenus dans la solution de filtrat d'où la masse des cristaux formées = 520 - 384 = 136 Kg de cristaux.

**Exercice N° 3 :**

On veut réaliser la cristallisation d'une masse de 300 Kg de glycine dans l'eau. Cette opération s'effectue en solubilisant la glycine dans le minimum d'eau de façon à obtenir une solution saturée à 75 °C, cette solution saturée est ensuite refroidie jusqu'à 20 °C. La solubilité de la glycine est :

21 g dans 100 g eau à 20 °C, et 54.4 g dans 100 g eau à 75 °C

Calculer :

1. La quantité d'eau nécessaire à la solubilisation de 300 Kg de glycine.
2. La masse de la solution d'alimentation.
3. Les fractions massiques de la solution d'alimentation et de filtrat.
4. La masse de glycine dans le filtrat, et la masse de cristaux récupérée.

Si le rendement de la cristallisation peut être défini par  $\eta = \frac{X_C \times C}{X_A \times A}$ .

5. Calculer la valeur de ce rendement.

**Solution :**

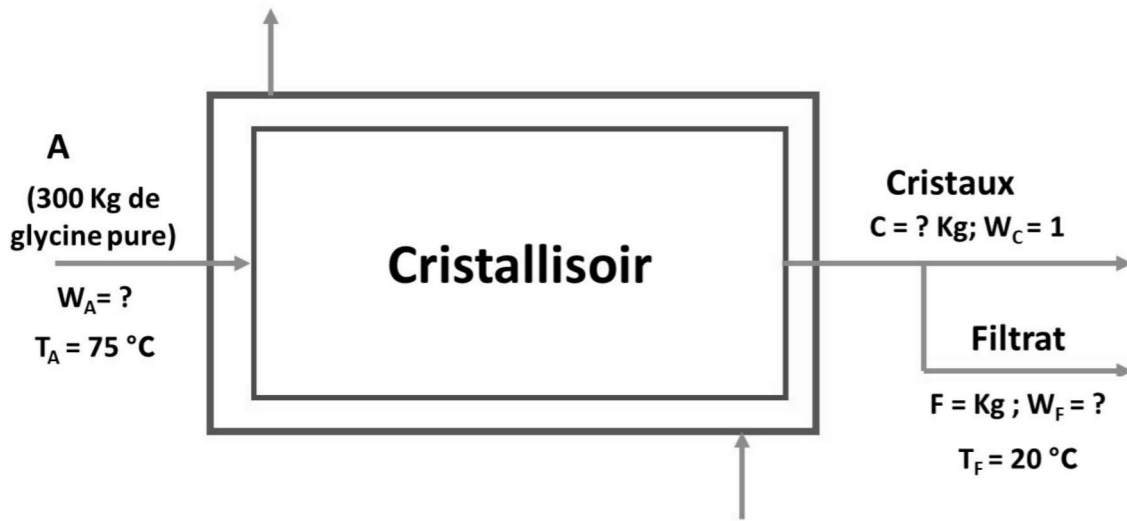
La glycine possède la formule suivante :  $\text{H}_2\text{N} - \text{CH}_2 - \text{CO}_2\text{H}$ ,  $M = 72 \text{ g/mol}$

**1) Masse d'eau à utiliser**

D'après la solubilité de la glycine à 75 °C, il faut ajouter 100 g d'eau à 54,4 g de cristaux pour obtenir une solution saturée à cette température. Pour solubiliser une masse de 300 Kg. Il faut donc utiliser :

$$\frac{100 \times 300}{54,4} = 551,5 \text{ Kg d'eau}$$

- 2) Dans ces conditions, la masse de la solution saturée à 75 °C est de 300 + 551,5 ; A = 851,5 Kg**



**3) Masse de cristaux obtenus et rendement :**

Le calcul de la masse de cristaux nécessite d'effectuer le bilan massique de l'opération et donc de connaître les divers titres massiques. Ces derniers sont déduits des solubilités aux températures correspondantes.

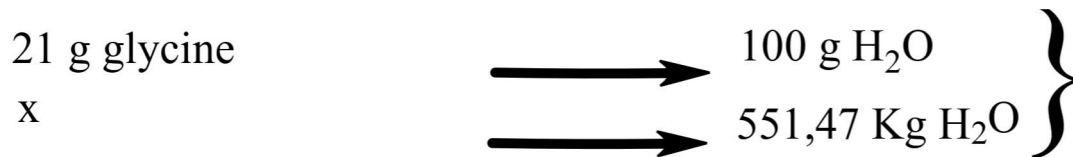
$$w_A = \frac{54,4}{54,4 + 100} = 0,352$$

La fraction massique de la solution de filtrat (à 20 °C)

$$w_F = \frac{21,0}{21,0 + 100} = 0,174$$

$$w_c = 1 \text{ (Les cristaux ne sont pas solvatés)}$$

**4) Dans la solution de filtrat à 20 °C, on a**



$$X = \frac{551,47 \times 21}{100} = 115,809 \text{ Kg de glycine dans le filtrat}$$

La masse de cristaux récupérée  $300 - 115,809 = 184,191$  Kg de cristaux

**Par autre méthode**

Ou bien le bilan-matière s'établit de la façon suivante :

**Bilan global :**  $A = C + F \Rightarrow F = A - C = 851 - C \dots \dots \dots (1)$

**Bilan par rapport à la glycine :**  $Aw_A = Cw_C + Fw_F \dots \dots \dots (2)$

En reportant la valeur de F de l'équation (1) dans l'équation (2) et en effectuant l'application numérique, on déduit :

$$851,5 \times 0,352 = C + (851 - C) \times 0,174 \Rightarrow 0,826 \times C = 151,6$$

Donc,  $C = \frac{151,6}{0,826} = 183,5 \text{ Kg}$

C = 183,5 Kg de cristaux

F = 668,0 Kg de filtrat

Le rendement d'une cristallisation est égal au quotient de la masse de cristaux obtenus par la masse de soluté introduit dans la solution initiale.

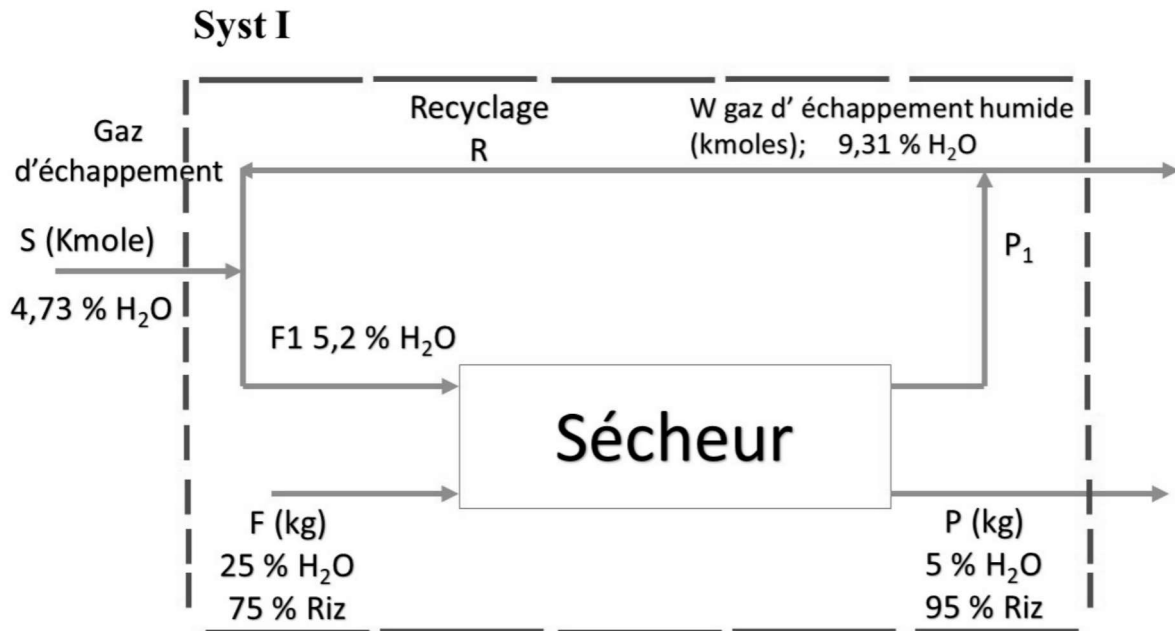
$$\eta = \frac{X_C \times C}{X_A \times A} = \frac{1 \times 183,5}{0,352 \times 851,5} = 0,612 = 61,2 \%$$

$$\eta = 61,2 \%$$

**Exercice N° 4 :**

Afin d'économiser de l'énergie, les gaz d'échappement de la cheminée d'un four qui sont à haute température sont utilisés afin de sécher le riz humide contenant 25 % en masse d'eau, selon le procédé suivant :

- Quelle sera la quantité recyclée R en moles, pour une production P égale à 100 kg.



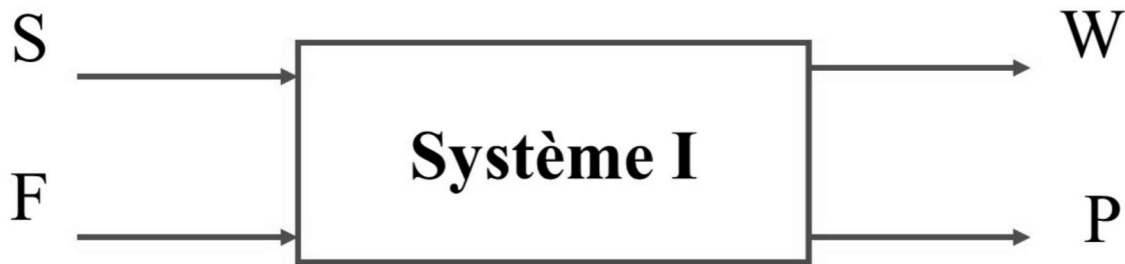
**Solution :**

On fait un bilan de matière sur le système I

On prend comme base de calcul  $P = 100 \text{ Kg}$

- **Bilan global :**  $F + S = P + W$
- **Bilan sur le Riz :**

$$0,75 \times F = 0,95 \times P \Rightarrow F = \frac{0,95 \times 100}{0,75} = 126,67 \text{ Kg de Riz humide}$$



- **Bilan sur le gaz d'échappement :**  $0,9527 \times S = 0,9069 W \dots (1)$
- **Bilan sur l'eau :**

$$0,0473 \times S + 0,25 \times \frac{F \text{ Kg}}{18 \frac{\text{Kg}}{\text{kmole}}} = 0,0931 \times W + 0,05 \times \frac{P \text{ Kg}}{18 \frac{\text{Kg}}{\text{kmole}}}$$

$$0,0473 \times S + 0,25 \times \frac{126,67}{18} = 0,0931 \times W + 0,05 \times \frac{100}{18} \dots \dots (2)$$

$$\text{L'équation (1)} \Rightarrow S = \frac{0,9069}{0,9527} \times W$$

La valeur de S obtenue est ensuite reportée dans l'équation (2), d'où :

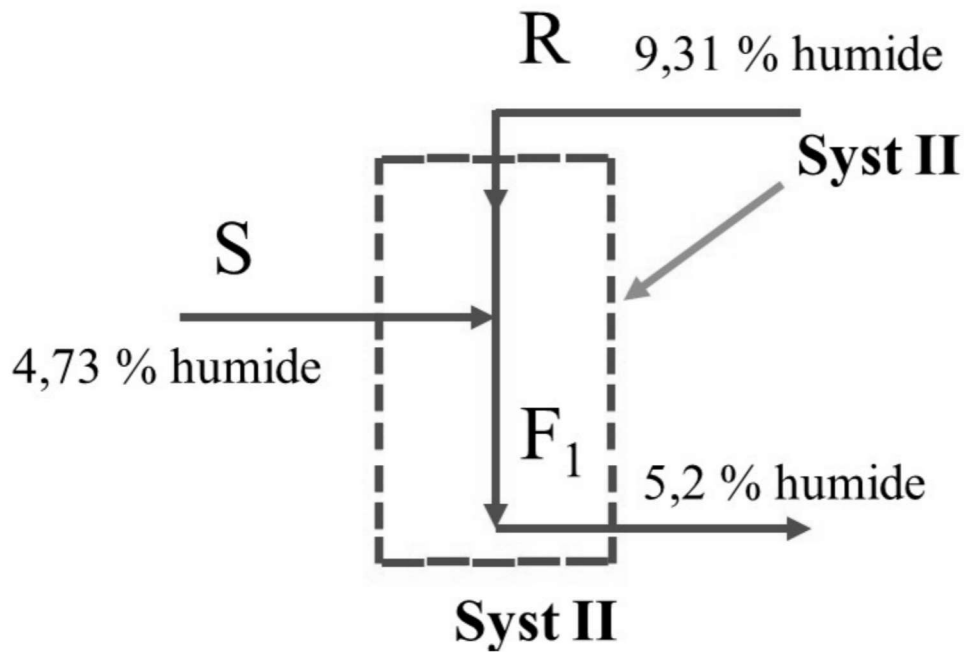
$$W = 28,75 \text{ Kmoles et } S = 27,35 \text{ Kmoles}$$

$$\text{L'équation (1)} \Rightarrow S = \frac{0,9069}{0,9527} \times W$$

La valeur de S obtenue est ensuite reportée dans l'équation (2), d'où :

$$W = 28,75 \text{ Kmoles et } S = 27,35 \text{ Kmoles}$$

- Pour calcul de R, on fait un bilan sur le nœud de mélange (**système II**)



- **Bilan global :**  $S + R = F_1$
- **Bilan sur le gaz :**  $0,9527 \times S + 0,9069 \times R = F_1 \times X_{\text{gaz}}$
- **Bilan sur l'eau :**  $0,0473 \times S + 0,0931 \times R = F_1 \times X_{\text{H}_2\text{O}}$

Avec  $x_{\text{H}_2\text{O}} = 5,2 \%$  et sachant que  $X_{\text{gaz}} + X_{\text{H}_2\text{O}} = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,9527 \times S + 0,9069 \times R = F_1 \times X_{\text{gaz}} \dots \dots \dots (1) \\ 0,0473 \times S + 0,0931 \times R = F_1 \times X_{\text{H}_2\text{O}} \dots \dots \dots (2) \end{array} \right.$$

On a deux équations avec deux inconnues, pour la résolution par exemple, on propose :

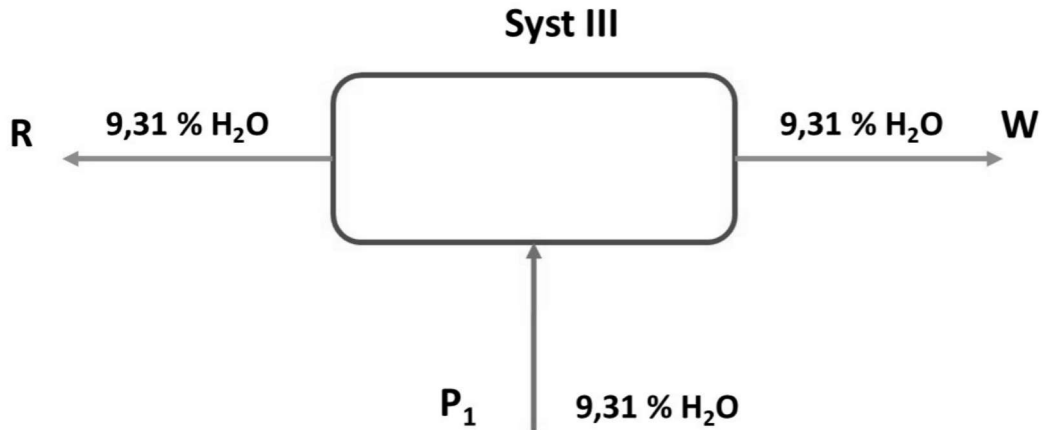
$$\begin{cases} \text{équation (1)} \times 0,052 \\ \text{équation (2)} \times 0,948 \end{cases}$$

L'équation (1) – l'équation (2) donne :  $0,1285 = 0,0411 R$   
 $\Rightarrow R = 3,12 \text{ Kmoles}$

D'où  $F_1 = 30,47 \text{ Kmoles}$

**Remarque :**

On peut aussi faire un bilan sur le nœud de déviation (Syst III)



Bilan sur le système III : Entree = Sortie

$$P_1 = W + R$$

- Bilan sur l'eau :  $0,0931 P_1 = 0,0931 W + 0,0931 R \dots \dots (1)$
- Bilan sur le gaz :  $0,9069 P_1 = 0,9069 W + 0,9069 R \dots \dots (2)$

D'après le système I:  $W = 28,75 \text{ Kmoles}$

On a donc deux inconnues  $P_1$  et  $R$  et 3 équations dépendantes, qui se resument en une seule équation.

Degré de liberté:  $D_L = 1 - 2 = -1$  impossible de résoudre le système

# Glossaire

**Un nœud (node) :**

est un point de rencontre ou de déviation d'un ou de plusieurs constituants

**Une maille (stitch) :**

est un lieu où s'effectue une opération unitaire telle que la séparation, l'extraction, l'absorption, l'adsorption, le séchage, ...etc.

**Recyclage :**

On effectue très souvent des recyclages dans certaines installations pour augmenter le taux de conversion au maximum, ainsi, par exemple à la sortie d'un réacteur on prend une partie des produits qui sont directement réinjectés à l'entrée de ce réacteur.

**Purge :**

Lorsque l'alimentation contient un élément qui ne réagit pas (gaz inerte par exemple) et il est susceptible de s'accumuler dans le circuit de recyclage, il devient nécessaire de purger une fraction de recyclage.

En régime permanent on évacue à la purge une quantité de ce constituant égale à celle qui entre dans l'installation en désignant par  $P$  le débit de purge, et par  $X_P$  la composition du constituant à éliminer,  $X_F$  la composition de l'inerte dans l'alimentation :

L'équation fondamentale de la purge s'écrit :  $F \times X_F = P \times X_P$

Si  $X_T \neq 0$  ( $X_T$  : la composition de l'inerte à la sortie) 0

l'équation fondamentale s'écrit :  $F \times X_F = P \times X_P + T \times X_T$

**By-passe :**

Cette opération est réalisée lorsqu'on ne veut pas traiter la totalité d'un courant ou pour des raisons d'économie d'énergie.