

Hors programme groupement B — proposé en ouverture La trigonométrie (vecteurs de Fresnel, équations trigonométriques) est le module de géométrie du **groupement A**. Les spécialités préparées sur ce site (installation en chauffage-climatisation, agencement, menuiserie-aménagement) relèvent du **groupement B**, dont le module de géométrie est « Vecteurs dans l'espace » (chapitre 6). Ce chapitre est proposé en complément, notamment pour la poursuite d'études (BTS électrotechnique, maintenance...).

Objectifs du chapitre :

- Connaître et utiliser les valeurs remarquables de $\sin$, $\cos$, $\tan$ (0° , 30° , 45° , 60° , 90°)
- Convertir des angles entre degrés et radians ; lire le cercle trigonométrique
- Utiliser la relation fondamentale $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- Tracer et interpréter les courbes de $\sin$ et $\cos$; identifier période et amplitude
- Résoudre des équations du type $\sin(x) = a$ ou $\cos(x) = a$ sur un intervalle donné
- Appliquer la loi des sinus et la loi des cosinus dans des triangles quelconques
- Résoudre des problèmes professionnels : coupes de boiserie, inclinaison panneau solaire, longueurs de canalisations

Situation professionnelle — Calculs de longueurs en charpente

Un menuisier charpentier doit calculer la longueur d'un chevron, la hauteur d'un faîtage ou l'angle d'une coupe d'onglet. Ces calculs font directement appel à la trigonométrie : sinus, cosinus, loi des sinus et loi des cosinus.

1. Rappels — Trigonométrie dans le triangle rectangle

DÉFINITION

Dans un triangle rectangle en C, avec un angle α en A :

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Moyen mnémotechnique : **SOH-CAH-TOA**

Tableau des valeurs remarquables

Angle α	0°	30°	45°	60°	90°
Radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,577$	1	$\sqrt{3} \approx 1,732$	indéfini

ATTENTION

$\sin$ et $\cos$ sont toujours compris entre -1 et 1 . La tangente peut prendre n'importe quelle valeur réelle ; elle n'est pas définie pour $90^\circ + k \times 180^\circ$.

APPLICATION

Un chevron forme un angle de 40° avec l'horizontale. La longueur du chevron est 4,20 m. Calcule la hauteur h atteinte sur la façade et la distance horizontale d .

2. Cercle trigonométrique et radians

DÉFINITION — RADIAN

Le **radian** est l'unité d'angle du Système International.

$$1 \text{ tour complet} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

Formules de conversion :

$$\alpha_{\text{rad}} = \alpha^\circ \times \frac{\pi}{180} \qquad \alpha^\circ = \alpha_{\text{rad}} \times \frac{180}{\pi}$$

DÉFINITION — CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

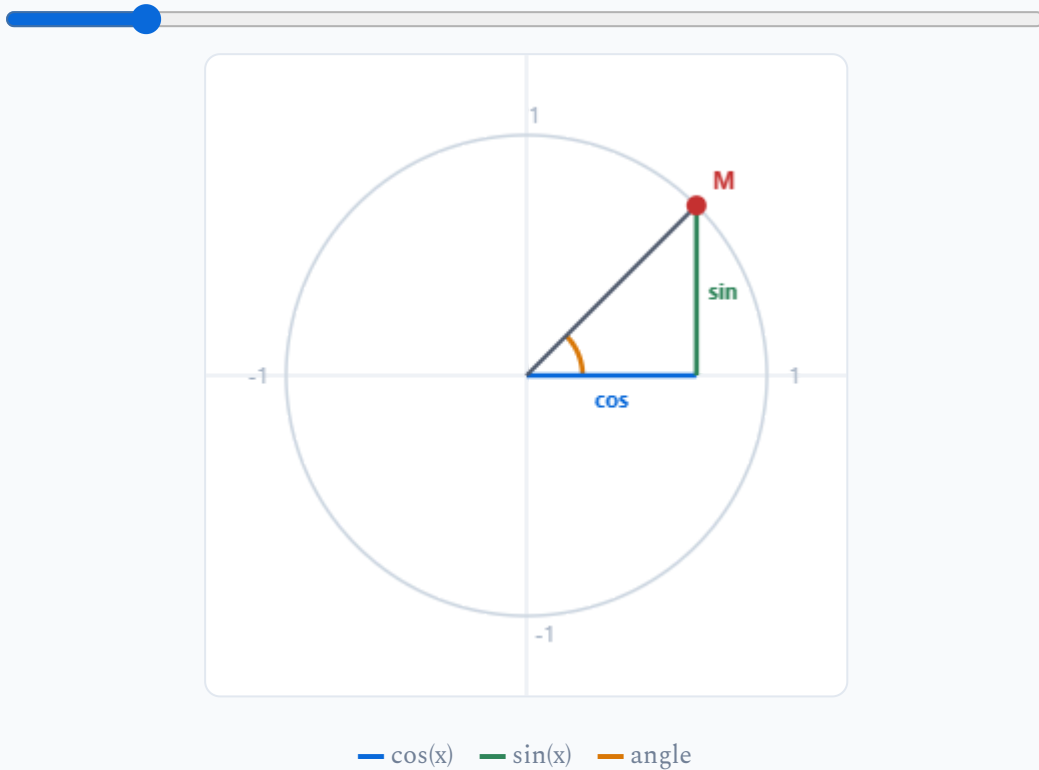
Le cercle trigonométrique est un cercle de **centre O et de rayon 1**, orienté dans le sens antihoraire. Pour un angle x , le point M sur ce cercle a pour coordonnées :

$$M = (\cos x, \sin x)$$

Ainsi $\cos x$ est l'*abscisse* et $\sin x$ est l'*ordonnée* du point M .

Angle : $45^\circ = \pi/4$ rad

$$\sin(45^\circ) = 0.7071 \mid \cos(45^\circ) = 0.7071$$



RELATION FONDAMENTALE

Pour tout angle x :

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

C'est le théorème de Pythagore appliqué au cercle de rayon 1 : le point $M(\cos x, \sin x)$ est toujours à distance 1 de l'origine.

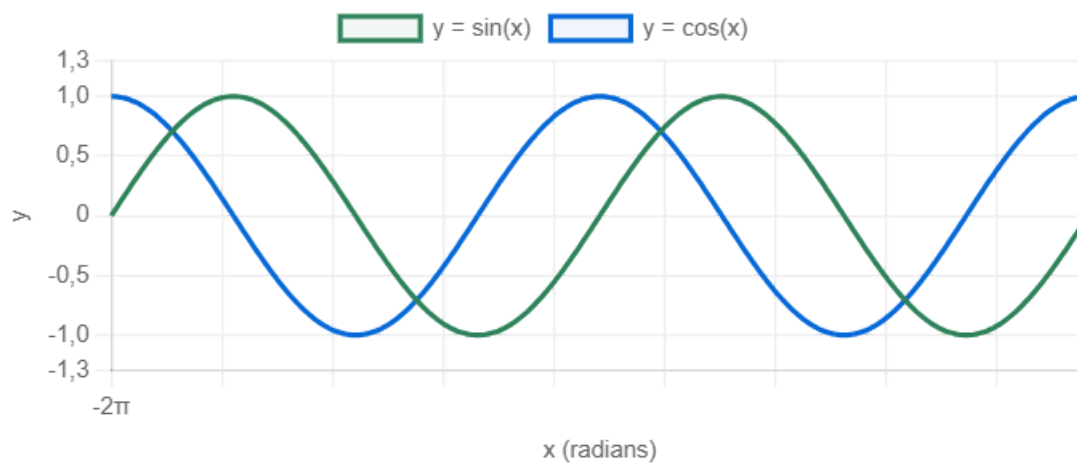
3. Fonctions sinus et cosinus — Courbes

PROPRIÉTÉS

Les fonctions $f(x) = \sin x$ et $g(x) = \cos x$ sont définies sur $\mathbb{R}$.

- **Période** : 2π (360°) — les courbes se répètent tous les 2π
- **Amplitude** : 1 — les valeurs sont toujours dans $[-1 ; 1]$
- $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ — le cosinus est le sinus décalé de 90°
- $\sin(-x) = -\sin(x)$ (fonction impaire) | $\cos(-x) = \cos(x)$ (fonction paire)

Courbes $y = \sin(x)$ et $y = \cos(x)$ sur $[-2\pi ; 2\pi]$



À RETENIR

Sur le graphique : la courbe de cos est *identique* à celle de sin, mais **décalée d'un quart de période vers la gauche** (soit $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$ rad).

4. Résolution d'équations trigonométriques

MÉTHODE — RÉSOUDRE $\sin(X) = A$

Condition :

$$a \in [-1 ; 1]$$

Étape 1 :

Solution principale : $x_0 = \arcsin(a)$ à la calculatrice.

Étape 2 :

Deuxième solution sur $[0 ; 2\pi]$: $x_1 = \pi - x_0$.

Étape 3 :

Ensemble des solutions :

$$x = x_0 + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \pi - x_0 + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Sur un intervalle donné, on sélectionne les valeurs de k qui conviennent.

MÉTHODE — RÉSOUDRE $\cos(X) = A$

Condition :

$$a \in [-1 ; 1]$$

Étape 1 :

Solution principale : $x_0 = \arccos(a)$ à la calculatrice.

Étape 2 :

Deuxième solution sur $[0 ; 2\pi]$: $x_1 = 2\pi - x_0$.

Étape 3 :

Ensemble des solutions :

$$x = x_0 + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -x_0 + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

EXEMPLE RÉSOLU

Résoudre $\sin(x) = 0,5$ sur $[0 ; 2\pi]$.

Solution principale : $x_0 = \arcsin(0,5) = \frac{\pi}{6} \approx 0,524 \text{ rad } (= 30^\circ)$

Deuxième solution : $x_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \approx 2,618 \text{ rad } (= 150^\circ)$

Solutions sur $[0 ; 2\pi]$: $x = \frac{\pi}{6}$ et $x = \frac{5\pi}{6}$

5. Formules d'addition (niveau Bac Pro)

FORMULES D'ADDITION

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Cas particulier ($a = b$) — Formules de duplication :

$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a \quad \cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$$

APPLICATION

Calculer $\sin(75^\circ) = \sin(45^\circ + 30^\circ)$:

$$\sin 75^\circ = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \approx 0,966$$

6. Triangles quelconques — Loi des sinus et loi des cosinus

LOI DES SINUS

Dans tout triangle ABC , avec $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Quand utiliser : on connaît un côté, l'angle opposé et un autre angle (ou côté).

LOI DES COSINUS (GÉNÉRALISATION DE PYTHAGORE)

Dans tout triangle ABC :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

Quand utiliser : on connaît trois côtés (chercher un angle) ou deux côtés et l'angle entre eux.

CAS PARTICULIER

Si $A = 90^\circ$, alors $\cos A = 0$ et la loi des cosinus donne $a^2 = b^2 + c^2$: on retrouve le théorème de Pythagore.

APPLICATION

Dans un triangle, $\hat{A} = 50^\circ$, $\hat{B} = 70^\circ$, $a = 5 \text{ m}$. Calcule le côté b avec la loi des sinus.

APPLICATION

Une pièce de charpente forme un triangle avec deux côtés $a = 3 \text{ m}$, $b = 4 \text{ m}$ et l'angle compris $C = 60^\circ$. Calcule le côté c .

7. Applications professionnelles ERA / TMA

7.1 Coupe d'onglet à 45° — Boiserie et menuiserie

CONTEXTE ERA/TMA

Pour réaliser un cadre rectangulaire ou un encadrement de porte, on assemble des baguettes en **coupe d'onglet à 45°**. La longueur coupée diffère de la longueur visible.

Problème : Une baguette de largeur $l = 4,5$ cm est coupée à 45°. Quelle est la longueur de la coupe en diagonale ?

La coupe est l'hypoténuse d'un triangle isocèle rectangle de côté l .

Par Pythagore : $d = \sqrt{l^2 + l^2} = l\sqrt{2} = 4,5 \times \sqrt{2} \approx 6,36$ cm

La coupe mesure environ **6,36 cm**.

On peut aussi écrire : $d = \frac{l}{\cos 45^\circ} = \frac{4,5}{0,707} \approx 6,36$ cm.

7.2 Longueur d'un chevron de toit

CONTEXTE ERA/TMA

Un toit à deux pans a une **pente de 35°**. La demi-largeur du bâtiment (projection horizontale) est $L = 4,80$ m.

Calculer la longueur du chevron (rampant) r et la hauteur du faîtage.

Le chevron forme un triangle rectangle : côté adjacent = 4,80 m, angle au sol = 35°.

$$\cos 35^\circ = \frac{L}{r}, \text{ donc } r = \frac{L}{\cos 35^\circ} = \frac{4,80}{0,819} \approx 5,86 \text{ m}$$

Hauteur du faîtage : $h = L \tan 35^\circ = 4,80 \times 0,700 \approx 3,36$ m

Longueur du chevron : **$\approx 5,86$ m** | Hauteur du faîtage : **$\approx 3,36$ m**

7.3 Loi des sinus dans une ferme de toit

CONTEXTE ERA/TMA — TRIANGLE QUELCONQUE

Une ferme de toit forme un triangle avec : $AB = 6,20 \text{ m}$, $\hat{A} = 52^\circ$, $\hat{B} = 73^\circ$.

Calculer les longueurs BC et AC .

Angle en C : $\hat{C} = 180^\circ - 52^\circ - 73^\circ = 55^\circ$

Loi des sinus : $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$

$$BC = AB \times \frac{\sin 52^\circ}{\sin 55^\circ} = 6,20 \times \frac{0,788}{0,819} \approx 5,96 \text{ m}$$

$$AC = AB \times \frac{\sin 73^\circ}{\sin 55^\circ} = 6,20 \times \frac{0,956}{0,819} \approx 7,23 \text{ m}$$

$$BC \approx 5,96 \text{ m} \mid AC \approx 7,23 \text{ m}$$

8.1 Inclinaison optimale d'un panneau solaire

CONTEXTE PROFESSIONNEL — ÉNERGIE SOLAIRE

Pour maximiser la production d'énergie, un panneau solaire doit être orienté **perpendiculairement aux rayons du soleil** à midi au solstice d'hiver. La règle empirique est :

$$\alpha_{\text{opt}} = 90^\circ - \varphi$$

où φ est la latitude du lieu.

À Paris ($\varphi \approx 48^\circ \text{ N}$) :

$$\alpha_{\text{opt}} = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$$

Un panneau de largeur $L = 1,65 \text{ m}$ incliné à 42° occupe une emprise horizontale de :

$$d_h = L \cos 42^\circ = 1,65 \times 0,743 \approx 1,23 \text{ m}$$

Et une hauteur verticale de :

$$d_v = L \sin 42^\circ = 1,65 \times 0,669 \approx 1,10 \text{ m}$$

Angle optimal à Paris : **42°** par rapport à l'horizontale.

Emprise horizontale $\approx 1,23 \text{ m}$ | Hauteur $\approx 1,10 \text{ m}$

8.2 Longueur d'une canalisation oblique

CONTEXTE PROFESSIONNEL — PLOMBERIE / CLIMATISATION

Une canalisation relie un point A au sol et un point B au plafond. La **distance horizontale** est $d_h = 3,40$ m et la **dénivelée** est $d_v = 2,20$ m.

1. Calculer la longueur L et l'angle d'inclinaison θ .

Par Pythagore : $L = \sqrt{3,40^2 + 2,20^2} = \sqrt{11,56 + 4,84} = \sqrt{16,40} \approx 4,05$ m

Angle d'inclinaison : $\tan \theta = \frac{2,20}{3,40} \approx 0,647$, donc $\theta = \arctan(0,647) \approx 32,9^\circ$

Longueur de la canalisation : $\approx 4,05$ m | Angle d'inclinaison : $\approx 32,9^\circ$

2. Réseau de climatisation — angle imposé à 38° , distance horizontale 5,00 m.

$$L = \frac{d_h}{\cos 38^\circ} = \frac{5,00}{0,788} \approx 6,35 \text{ m}$$

$$d_v = d_h \tan 38^\circ = 5,00 \times 0,781 \approx 3,91 \text{ m de dénivelée}$$

Longueur du conduit : $\approx 6,35$ m | Dénivelée : $\approx 3,91$ m

8.3 Loi des cosinus — Réseau de gaines

CONTEXTE PROFESSIONNEL — RÉSEAU DE GAINES

Deux tronçons de gaine partent d'un nœud O : $OA = 3,20\text{ m}$, $OB = 4,50\text{ m}$, angle entre eux = 110° .

Calculer la longueur de gaine directe AB .

Loi des cosinus : $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos(110^\circ)$

$$AB^2 = 3,20^2 + 4,50^2 - 2 \times 3,20 \times 4,50 \times (-0,342)$$

$$AB^2 = 10,24 + 20,25 + 9,85 = 40,34$$

$$AB = \sqrt{40,34} \approx 6,35\text{ m}$$

La gaine de liaison directe mesure $\approx 6,35\text{ m}$.

9. Tableau récapitulatif des formules

Formule	Expression	Conditions d'utilisation
Sinus (tr. rect.)	$\sin \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$	Triangle rectangle
Cosinus (tr. rect.)	$\cos \alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	Triangle rectangle
Tangente (tr. rect.)	$\tan \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$	Triangle rectangle
Relation fondamentale	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	Toujours vraie
Loi des sinus	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	1 côté + angle opposé connus
Loi des cosinus	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$	2 côtés + angle inclus, ou 3 côtés
$\sin(a+b)$	$\sin a \cos b + \cos a \sin b$	Somme d'angles
$\cos(a+b)$	$\cos a \cos b - \sin a \sin b$	Somme d'angles
Degrés $\rightarrow$ rad	$\alpha_{\text{rad}} = \alpha^\circ \times \frac{\pi}{180}$	Conversion
Rad $\rightarrow$ degrés	$\alpha^\circ = \alpha_{\text{rad}} \times \frac{180}{\pi}$	Conversion

À retenir absolument :

- SOH-CAH-TOA : définitions $\sin$, $\cos$, $\tan$ dans le triangle rectangle
- Valeurs à connaître : $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$; $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- Cercle trigo : $M = (\cos x, \sin x)$, rayon 1
- Relation fondamentale : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ — toujours vraie !
- Loi des sinus : un côté et son angle opposé + un autre élément
- Loi des cosinus : 3 côtés, ou 2 côtés + l'angle compris
- En pro : $\theta = \arctan\left(\frac{\text{dénivelée}}{\text{distance horizontale}}\right)$

10. Exercices d'entraînement

Exercice 1 — Valeurs remarquables (sans calculatrice)

Donner les valeurs exactes de : (a) $\sin 60^\circ$ (b) $\cos 30^\circ$ (c) $\tan 45^\circ$ (d) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$

► Voir la correction

Exercice 2 ERA/TMA — Chevron de toiture

Un chevron est posé avec une pente de 28° . La projection horizontale mesure **5,40 m**.
Calculer : (a) la longueur du chevron (b) la hauteur du faîtage.

► Voir la correction

Exercice 3 ICCER (GROUPEMENT B) — Longueur de canalisation

Une gaine relie deux points avec une dénivelée de **1,80 m** et une distance horizontale de **4,20 m**.

Calculer : (a) l'angle d'inclinaison (b) la longueur de la gaine.

► Voir la correction

Exercice 4 — Loi des sinus

Dans un triangle ABC : $AB = 7,50$ m, $\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{B} = 65^\circ$.

Calculer les longueurs BC et AC .

► [Voir la correction](#)

Erreurs fréquentes

✗ Confondre le côté opposé et le côté adjacent

L'adjacent est le côté qui forme l'angle avec l'hypoténuse. L'opposé est en face de l'angle.

Conseil : toujours faire un schéma avec l'angle repéré avant de calculer.

✗ Utiliser sin ou cos sans vérifier que la calculatrice est en degrés

Si la calculatrice est en radians, $\sin(30)$ ne donne pas 0,5 mais $\sin(30 \text{ rad})$.

Conseil : vérifier le mode de la calculatrice (DEG / RAD) avant tout calcul trigonométrique.

✗ Appliquer la loi des sinus quand on ne connaît pas un angle et son côté opposé

La loi des sinus nécessite de connaître au moins une paire angle-côté opposé.

Conseil : si on ne connaît que des côtés, utiliser la loi des cosinus.

✗ Oublier d'identifier le bon angle dans la loi des cosinus

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$: C est l'angle opposé au côté c .

Conseil : nommer les angles et les côtés opposés avec les mêmes lettres.

Simulation interactive

[Trigonométrie](#)

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir

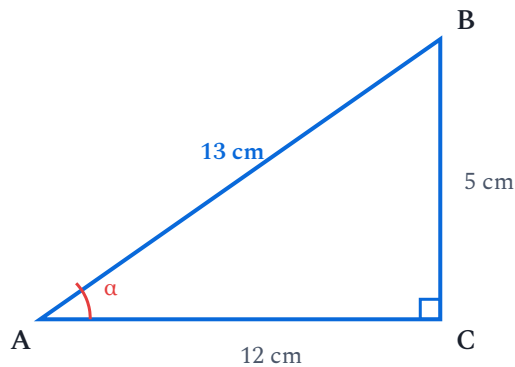
Compétences travaillées :

- Calculer un rapport trigonométrique (sin, cos, tan) dans un triangle rectangle
- Connaître les valeurs remarquables pour 30° , 45° et 60°
- Convertir des angles entre degrés et radians
- Déterminer un côté ou un angle inconnu dans un triangle rectangle
- Lire les coordonnées d'un point sur le cercle trigonométrique
- Utiliser l'identité fondamentale $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- Résoudre des équations trigonométriques simples
- Appliquer le théorème des sinus et le théorème d'Al-Kashi dans un triangle quelconque

EXERCICE 1 Calculer $\sin$, $\cos$ et $\tan$ dans un triangle rectangle

SOCLE

Soit le triangle ABC rectangle en C avec $AB = 13$ cm (hypoténuse), $AC = 12$ cm et $BC = 5$ cm.



En utilisant SOH-CAH-TOA, calculer les trois rapports trigonométriques de l'angle $\alpha = \widehat{BAC}$:

$$\sin \alpha = \frac{\dots}{\dots} = \dots \quad \cos \alpha = \frac{\dots}{\dots} = \dots \quad \tan \alpha = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Mes calculs :

EXERCICE 2 Valeurs remarquables de sin, cos et tan

SOCLE

Compléter le tableau des valeurs remarquables sans calculatrice :

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
sin					
cos					
tan					

Mes calculs :

EXERCICE 3 Conversion degrés ↔ radians

SOCLE

Convertir les angles suivants :

a) Convertir en radians : 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 180° , 360° .

b) Convertir en degrés : $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{6}$, 2π .

Méthode Pour convertir : radians = degrés $\times \frac{\pi}{180}$ et degrés = radians $\times \frac{180}{\pi}$

Réponses :

Mes calculs :

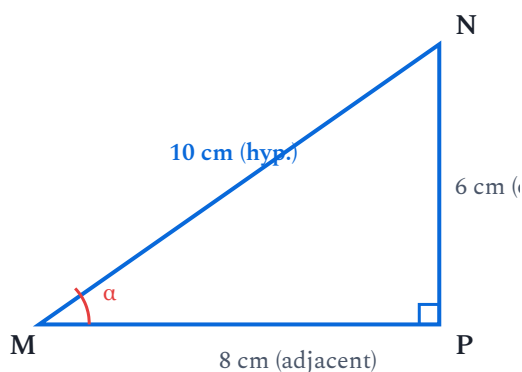
EXERCICE 4 Lire sin, cos et tan dans un triangle rectangle (guidé)

SOCLE

Méthode SOH-CAH-TOA

- Sin = Opposé / Hypoténuse
- Cos = Adjacent / Hypoténuse
- Tan = Opposé / Adjacent

Soit le triangle MNP rectangle en P avec $MN = 10$ cm (hypoténuse), $MP = 8$ cm et $NP = 6$ cm.



Étape 1 : Repérer les côtés par rapport à l'angle $\alpha = \widehat{NMP}$.

- Côté opposé à $\alpha =$
- Côté adjacent à $\alpha =$
- Hypoténuse =

Étape 2 : Appliquer SOH-CAH-TOA.

$$\sin \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

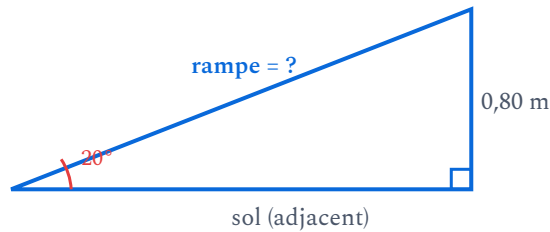
$$\tan \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 5 Calculer un côté avec la trigonométrie (guidé)

SOCLE

Contexte : Un menuisier agenceur doit installer une rampe d'accès. La rampe fait un angle de 20° avec le sol et doit atteindre une hauteur de 0,80 m. Il veut connaître la longueur de la rampe.



Méthode — Trouver un côté

1. Identifier l'angle connu et les côtés en jeu (opposé, adjacent, hypoténuse).
2. Choisir la bonne formule (SOH, CAH ou TOA).
3. Isoler l'inconnue et calculer.

Étape 1 : Par rapport à l'angle de 20° , quels sont les côtés connus et inconnus ?

- La hauteur 0,80 m est le côté
- La rampe est

Étape 2 : Quelle formule utiliser ?

On connaît l'**opposé** et on cherche l'**hypoténuse** → formule :

Étape 3 : Poser et résoudre.

$$\sin(20^\circ) = \frac{0,80}{\text{rampe}}$$

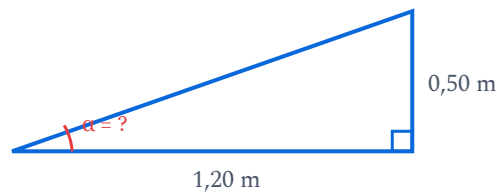
$$\text{Donc : rampe} = \frac{0,80}{\sin(20^\circ)} = \frac{0,80}{\text{}} = \text{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 6 Calculer un angle avec les fonctions inverses (guidé)

SOCLE

Contexte : Un technicien chauffagiste doit incliner un tuyau d'évacuation. Le tuyau monte de 0,50 m sur une distance horizontale de 1,20 m. Il veut connaître l'angle d'inclinaison.

**Méthode — Trouver un angle**

1. Calculer le rapport trigonométrique avec les côtés connus.
2. Utiliser la touche **arctan** (ou $\tan^{-1}$) de la calculatrice.
3. Vérifier que le résultat est cohérent (un angle entre 0° et 90°).

Étape 1 : On connaît le côté opposé (0,50 m) et le côté adjacent (1,20 m).

Quelle formule choisir ? →

Étape 2 : Calculer le rapport.

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{0,50}{1,20} = \boxed{}$$

Étape 3 : Trouver l'angle avec la calculatrice.

Sur la calculatrice, taper : SHIFT tan (0.4167) =

$$\alpha = \arctan(0,4167) = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 16 Identifier les parties d'un triangle rectangle (guidé)

SOCLE

Contexte : Un plombier chauffagiste pose un tuyau en diagonale dans un couloir de 3 m de large. Le tuyau fait un angle de 25° avec le plancher. Il doit calculer la longueur du tuyau et la hauteur atteinte.

Rappel Par rapport à l'angle connu : opposé = côté en face de l'angle, adjacent = côté à côté de l'angle, hypoténuse = côté le plus long (en face du droit).

Étape 1 : Schéma — dessiner un triangle rectangle avec l'angle de 25° au sol.

- Côté adjacent (sol) = m
- Côté opposé (hauteur) = ?
- Hypoténuse (tuyau) = ?

Étape 2 : Choisir la formule pour trouver le tuyau (hypoténuse).

On connaît l'adjacent et on cherche l'hypoténuse → formule : $\cos 25^\circ = \frac{\text{adjacent}}{\text{hyp.}}$

$$\text{Tuyau} = \frac{3}{\cos 25^\circ} = \frac{3}{\boxed{}} = \boxed{} \text{ m}$$

Étape 3 : Trouver la hauteur (opposé).

$$\tan 25^\circ = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} \rightarrow \text{Hauteur} = 3 \times \tan 25^\circ = 3 \times \boxed{} = \boxed{} \text{ m}$$

Mes calculs :

EXERCICE 17 Lire le cercle trigonométrique — coordonnées de points

SOCLE

Rappel Sur le cercle trigonométrique (rayon 1), le point associé à l'angle x a pour coordonnées $(\cos x ; \sin x)$.

Compléter le tableau en utilisant les valeurs remarquables (sans calculatrice) :

Angle x	0°	30°	45°	60°	90°	180°
Coordonnées $(\cos x ; \sin x)$						

Parmi ces angles, pour lesquels $\cos x > 0$? Pour lesquels $\sin x > 0$?

Mes calculs :

EXERCICE 18 Utiliser la relation fondamentale $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ (guidé)

SOCLE

Méthode $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$ Le signe + si $x \in [0^\circ ; 180^\circ]$ (sinus positif dans le demi-cercle supérieur).a) On sait que $\cos x = \frac{4}{5}$ et $x \in [0^\circ ; 90^\circ]$. Calculer $\sin x$. Compléter :

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{\boxed{}}{25} = \frac{\boxed{}}{25}$$

Comme $x \in [0^\circ ; 90^\circ]$, $\sin x \geq 0$, donc $\sin x = \boxed{}$ b) On sait que $\sin x = 0,5$ et $x \in [0^\circ ; 90^\circ]$. Calculer $\cos x$. Compléter :

$$\cos^2 x = 1 - (0,5)^2 = 1 - \boxed{} = \boxed{}$$

$$\cos x = \sqrt{\boxed{}} \approx \boxed{}$$

c) Vérifier que ce résultat correspond à un angle remarquable.

Mes calculs :

EXERCICE 19 Calculer l'angle d'inclinaison d'un escalier**SOCLE**

Contexte : Un artisan menuisier fabrique un escalier droit. Chaque marche a une hauteur (contre-marche) de 18 cm et une profondeur (giron) de 28 cm. Il doit calculer l'angle d'inclinaison de l'escalier.

Étape 1 : Quelle formule utiliser pour trouver l'angle d'inclinaison α ?

On connaît l'opposé = contre-marche = 18 cm et l'adjacent = giron = 28 cm.

Formule : $\tan \alpha = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

Étape 2 : Calculer $\tan \alpha$.

$\tan \alpha = \frac{18}{28} = \boxed{}$

Étape 3 : Trouver l'angle avec arctan.

$\alpha = \arctan(0,643) = \boxed{}$

Mes calculs :

EXERCICE 20 Lire les valeurs sin et cos sur le cercle trigonométrique

SOCLE

Rappel Le cercle trigonométrique a un rayon de 1. Pour un angle x : le point M a pour coordonnées $(\cos x ; \sin x)$.

Signe de sin et cos selon le quadrant :

Quadrant I (0° à 90°) : $\sin > 0$, $\cos > 0$

Quadrant II (90° à 180°) : $\sin > 0$, $\cos < 0$

Quadrant III (180° à 270°) : $\sin < 0$, $\cos < 0$

Quadrant IV (270° à 360°) : $\sin < 0$, $\cos > 0$

Sans calculatrice, donner le signe (+ ou -) de chaque valeur :

a) $\sin(120^\circ)$:

L'angle 120° est dans le quadrant ☐ I ☐ II ☐ III ☐ IV $\rightarrow \sin(120^\circ)$ est ☐ positif ☐ négatif

b) $\cos(200^\circ)$:

L'angle 200° est dans le quadrant ☐ I ☐ II ☐ III ☐ IV $\rightarrow \cos(200^\circ)$ est ☐ positif ☐ négatif

c) $\sin(300^\circ)$:

L'angle 300° est dans le quadrant ☐ I ☐ II ☐ III ☐ IV $\rightarrow \sin(300^\circ)$ est ☐ positif ☐ négatif

d) $\cos(150^\circ)$:

L'angle 150° est dans le quadrant ☐ I ☐ II ☐ III ☐ IV $\rightarrow \cos(150^\circ)$ est ☐ positif ☐ négatif

Mes calculs :

EXERCICE 21 Calculer un côté manquant avec sin ou cos (guidé)

SOCLE

Contexte : Un installateur thermique pose une canalisation en pente. La canalisation mesure 4 m, elle fait un angle de 30° avec l'horizontale. Il doit calculer la hauteur gagnée et la distance horizontale couverte.

Méthode Dans un triangle rectangle : côté opposé = hypoténuse $\times$ sin(angle) et côté adjacent = hypoténuse $\times$ cos(angle).

Étape 1 : La canalisation est l'hypoténuse. Son angle avec l'horizontal est 30° .

Par rapport à l'angle de 30° , la hauteur est le côté et la distance horizontale est le côté .

Étape 2 : Calculer la hauteur h .

$$h = \text{hypoténuse} \times \sin(30^\circ) = 4 \times \text{} = \text{} \text{ m}$$

Étape 3 : Calculer la distance horizontale d .

$$d = \text{hypoténuse} \times \cos(30^\circ) = 4 \times \text{} \approx \text{} \text{ m}$$

Mes calculs :

EXERCICE 22 Vérifier l'identité fondamentale (guidé)

SOCLE

Rappel L'identité fondamentale : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ est vraie pour tout angle x .

Vérifier numériquement l'identité $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ pour chaque angle (à la calculatrice) :

a) Pour $x = 53^\circ$:

$$\cos(53^\circ) \approx \boxed{} \text{ donc } \cos^2(53^\circ) \approx \boxed{}$$

$$\sin(53^\circ) \approx \boxed{} \text{ donc } \sin^2(53^\circ) \approx \boxed{}$$

$$\text{Somme : } 0,362 + 0,638 = \boxed{} \checkmark$$

b) Pour $x = 72^\circ$:

$$\cos(72^\circ) \approx \boxed{} \text{ et } \sin(72^\circ) \approx \boxed{}$$

$$\text{Calculer } \cos^2(72^\circ) + \sin^2(72^\circ) = \boxed{}$$

c) Maintenant sachant que $\sin(x) = 0,6$ et $x \in [0^\circ ; 90^\circ]$, trouver $\cos(x)$.

$$\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x) = 1 - (0,6)^2 = 1 - \boxed{} = \boxed{}$$

$$\cos(x) = \sqrt{\boxed{}} = \boxed{}$$

Mes calculs :

EXERCICE 23 Lire une courbe sinusoïdale — amplitude et période

SOCLE

Contexte : Un technicien CVC (Chauffage Ventilation Climatisation) surveille la variation de pression dans un circuit de ventilation. La pression oscille selon une fonction sinusoïdale.

Rappel Pour une courbe $f(x) = A \sin(x)$:

-

Amplitude

= valeur maximale de la courbe (égale à A)

-

Période

= longueur d'un cycle complet (360° ou 2π rad pour sin et cos)

Un capteur relève que la pression varie entre -80 Pa et $+80$ Pa, avec un cycle qui se répète toutes les $0,02$ s.

1. Quelle est l'amplitude de cette oscillation ?

L'amplitude = valeur maximale = Pa

2. Quelle est la période de ce signal ?

Période = s

3. Pour la fonction $g(x) = 3 \sin(x)$, compléter :

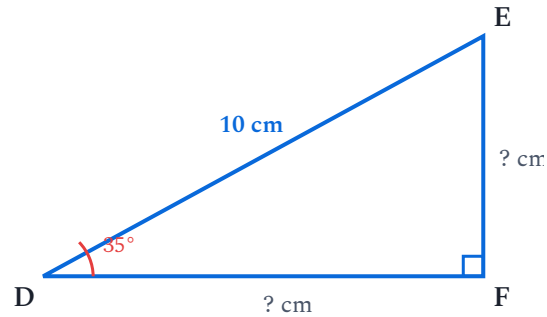
Amplitude de g = et Période = rad =

Mes calculs :

EXERCICE 7 Trouver un côté inconnu dans un triangle rectangle

STANDARD

Soit le triangle DEF rectangle en F avec $\widehat{EDF} = 35^\circ$ et $DE = 10$ cm (hypoténuse).



1. Calculer le côté DF (adjacent à l'angle de 35°).
2. Calculer le côté EF (opposé à l'angle de 35°).
3. Vérifier avec le théorème de Pythagore.

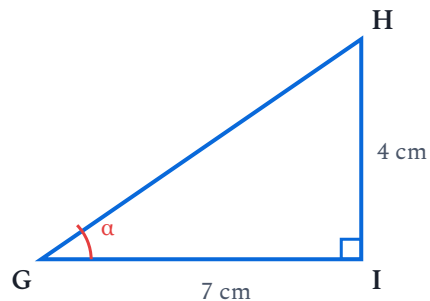
Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 8 Trouver un angle inconnu dans un triangle rectangle

STANDARD

Un triangle GHI est rectangle en I . On connaît $GI = 7$ cm et $HI = 4$ cm.



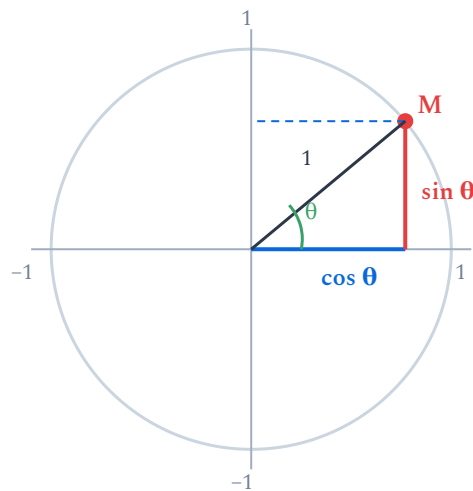
1. Calculer $\tan \alpha$ où $\alpha = \widehat{HGI}$.
2. En déduire la valeur de α en degrés (à l'aide de la touche arctan ou $\tan^{-1}$).
3. En déduire l'angle $\widehat{GHI}$.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 9 Cercle trigonométrique et identité fondamentale**STANDARD**

On considère un point M sur le cercle trigonométrique associé à l'angle θ .



a) On sait que $\cos \theta = 0,6$ et que $\theta \in [0^\circ; 90^\circ]$. Calculer $\sin \theta$ à l'aide de l'identité $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$.

b) On sait que $\sin \theta = \frac{3}{5}$ et que $\theta \in [0^\circ; 90^\circ]$. Calculer $\cos \theta$.

c) On sait que $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\theta \in [90^\circ; 180^\circ]$. Calculer $\sin \theta$.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 24 Trouver un côté inconnu — contexte professionnel

STANDARD

Contexte : Un plombier chauffagiste installe un tuyau incliné à 40° par rapport à l'horizontale. Le tuyau doit parcourir une distance horizontale de 3,5 m. Calculer la longueur du tuyau et la hauteur atteinte.

1. Faire un schéma du triangle rectangle correspondant en plaçant l'angle de 40° , les côtés connus et inconnus.
2. Calculer la longueur du tuyau (hypoténuse).
3. Calculer la hauteur atteinte (côté opposé).
4. Vérifier le résultat par le théorème de Pythagore.

Mes calculs :

EXERCICE 25 Calculer un angle d'inclinaison — toiture

STANDARD

Contexte : Un artisan menuisier pose une terrasse en bois avec une légère pente pour l'évacuation des eaux. La terrasse mesure 6 m de long et doit descendre de 18 cm sur toute sa longueur.

1. Calculer l'angle d'inclinaison α de la terrasse par rapport à l'horizontale.
2. Exprimer cet angle en degrés (à $0,1^\circ$ près) et en pourcentage de pente ($\tan(\alpha) \times 100$).
3. La norme exige une pente d'au moins 1,5 %. Cette terrasse est-elle conforme ?

Mes calculs :

EXERCICE 26 Utiliser l'identité fondamentale dans un problème

STANDARD

On considère un angle θ tel que $\cos \theta = \frac{5}{13}$ et $\theta \in [0^\circ ; 90^\circ]$.

1. Calculer $\sin \theta$ à l'aide de l'identité $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$.
2. En déduire $\tan \theta$.
3. Sans calculatrice, calculer $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \tan^2 \theta \times \cos^2 \theta$.

Indication : exprimer $\tan^2 \theta \times \cos^2 \theta$ en fonction de $\sin^2 \theta$.

Mes calculs :

EXERCICE 27 Résoudre une équation trigonométrique — contexte professionnel

STANDARD

Contexte : Un ingénieur thermicien modélise la variation de la puissance solaire (en W/m^2) reçue par un panneau au cours d'une journée par la fonction $P(\theta) = 800 \sin(\theta)$, où θ est l'angle d'élévation du soleil (en degrés, $\theta \in [0^\circ ; 180^\circ]$).

1. Calculer la puissance reçue pour $\theta = 30^\circ$, 60° et 90° . Interpréter.
2. Résoudre $P(\theta) = 600$: pour quels angles le panneau reçoit-il exactement 600 W/m^2 ?
3. Pour quels angles le panneau reçoit-il au moins 400 W/m^2 ?

Mes calculs :

EXERCICE 28 Loi des cosinus dans un triangle quelconque

STANDARD

Contexte : Un menuisier agenceur doit découper une pièce triangulaire pour un habillage mural. Il connaît deux côtés ($a = 45$ cm et $b = 60$ cm) et l'angle compris entre eux ($C = 55^\circ$).

1. Rappeler la formule du théorème d'Al-Kashi (loi des cosinus).
2. Calculer le troisième côté c .
3. Calculer ensuite le périmètre de la pièce.

$$\text{Théorème d'Al-Kashi : } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Mes calculs :

EXERCICE 29 Reconnaître et utiliser la loi des sinus

STANDARD

Contexte : Un technicien de maintenance énergétique doit calculer la distance entre deux équipements sur un plan de chaufferie. Il connaît un côté et deux angles d'un triangle formé par les équipements.

Dans un triangle ABC , on connaît : $\hat{A} = 50^\circ$, $\hat{C} = 70^\circ$ et $AC = b = 12$ m.

1. Calculer l'angle $\hat{B}$.

2. En utilisant la loi des sinus $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, calculer les côtés $a = BC$ et $c = AB$.

3. Calculer la surface du triangle ABC à l'aide de la formule $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times b \times c \times \sin A$.

Mes calculs :

EXERCICE 30 Amplitude et période d'un signal sinusoïdal

STANDARD

Contexte : Un technicien CVC mesure la variation de débit d'un ventilateur. Le débit (en m^3/h) est modélisé par $D(t) = 200 + 50 \sin(2t)$ où t est exprimé en secondes.

1. Quel est le débit moyen ? Quel est le débit maximal ? Quel est le débit minimal ?
2. Quelle est l'amplitude de l'oscillation ?
3. La période de la fonction $\sin(2t)$ est $\frac{2\pi}{2} = \pi$ secondes. Quelle est la fréquence du signal (nombre d'oscillations par seconde) ?
4. Calculer $D(0)$, $D(\pi/4)$ et $D(\pi/2)$.

Mes calculs :

EXERCICE 10 Résoudre des équations trigonométriques simples

APPROFONDISSEMENT

Résoudre les équations suivantes sur $[0^\circ; 360^\circ]$:

a) $\sin x = \frac{1}{2}$

b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\cos x = 0$

Attention Une équation du type $\sin x = a$ (avec $-1 \leq a \leq 1$) admet en général **deux solutions** sur $[0^\circ; 360^\circ]$.

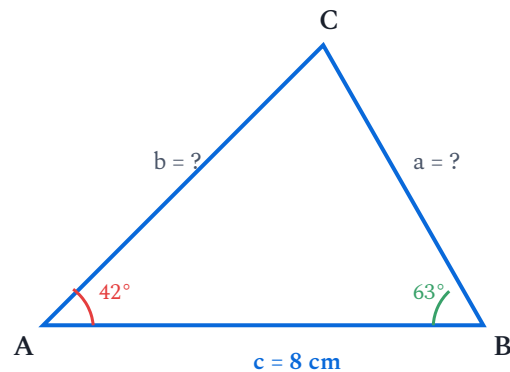
Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 11 Théorème des sinus dans un triangle quelconque

APPROFONDISSEMENT

Soit un triangle ABC avec $\hat{A} = 42^\circ$, $\hat{B} = 63^\circ$ et $c = AB = 8$ cm.



1. Calculer l'angle $\hat{C}$.

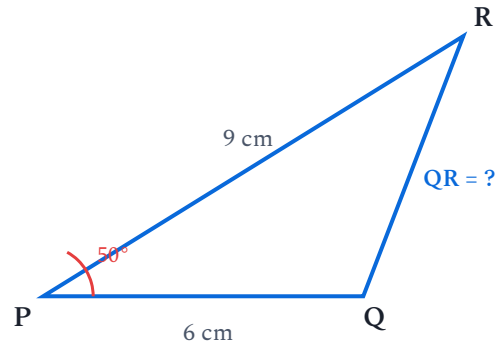
2. En utilisant le **théorème des sinus** $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, calculer les côtés a et b .

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 12 Théorème d'Al-Kashi (loi des cosinus)**APPROFONDISSEMENT**

Soit un triangle PQR avec $PQ = 6$ cm, $PR = 9$ cm et $\widehat{QPR} = 50^\circ$.



1. Énoncer le théorème d'Al-Kashi pour calculer QR .
2. Calculer QR .
3. En déduire l'angle $\widehat{PQR}$ en utilisant à nouveau le théorème d'Al-Kashi.

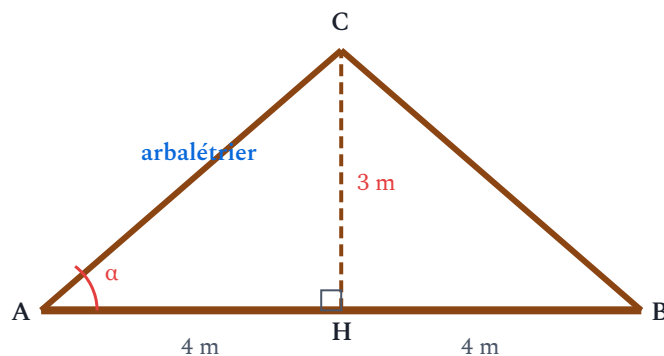
Théorème d'Al-Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 13 Charpente et angle de toit**APPROFONDISSEMENT**

Contexte : Un charpentier doit réaliser une ferme de toit symétrique. La portée totale (largeur du bâtiment) est de 8 m et la hauteur au faîtage est de 3 m. Il doit calculer les angles et la longueur des arbalétriers (pièces inclinées).



1. En considérant le demi-triangle rectangle AHC , calculer l'angle d'inclinaison α du toit.
2. Calculer la longueur de l'arbalétrier AC .
3. Le charpentier doit réaliser une coupe en onglet à l'angle α en haut de l'arbalétrier. Quel angle doit-il régler sur sa scie ?
4. Calculer la surface totale du toit (les deux pans), sachant que la longueur du bâtiment est de 12 m.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 14 Coupe en onglet et ossature bois

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un menuisier agenceur réalise un cadre en bois pour un miroir hexagonal régulier. Il doit calculer les angles de coupe en onglet et la longueur de chaque pièce.

Le miroir hexagonal régulier est inscrit dans un cercle de rayon $R = 30$ cm.

1. Calculer l'angle au centre d'un hexagone régulier.
2. En déduire l'angle de chaque coupe en onglet (demi-angle au centre).
3. Montrer que le côté de l'hexagone régulier est égal au rayon R .

Indication : utiliser le triangle isocèle formé par deux rayons et un côté, avec un angle au centre de 60° .

4. Calculer le périmètre total du cadre.
5. Un menuisier doit aussi réaliser un cadre octogonal régulier (8 côtés) inscrit dans un cercle de rayon 25 cm. Calculer l'angle de coupe en onglet et la longueur de chaque côté.

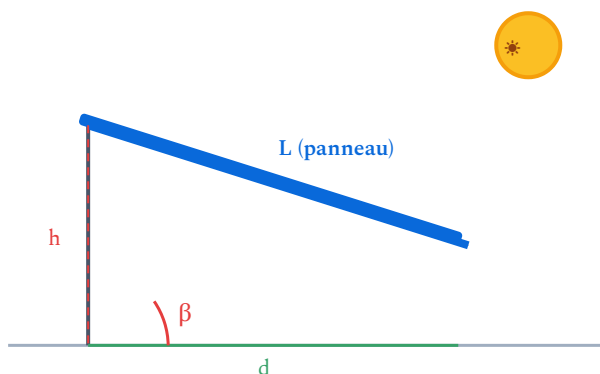
Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 15 Panneau solaire et circuit de tuyauteries

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un technicien chauffagiste installe des panneaux solaires thermiques sur un toit orienté plein sud. Il doit aussi calculer les angles de routage des tuyauteries dans la chaufferie.



Partie A – Inclinaison du panneau solaire

Le panneau solaire mesure $L = 2$ m de long. Il est incliné d'un angle $\beta = 35^\circ$ par rapport à l'horizontale.

1. Calculer la hauteur h du bord supérieur du panneau par rapport à l'horizontale.
2. Calculer la distance horizontale d occupée au sol par le panneau.
3. Le technicien installe 4 rangées de panneaux. Pour éviter les ombres portées, chaque rangée doit être espacée d'au moins $1,5 \times h$. Calculer l'espacement minimal et la longueur totale nécessaire sur le toit.

Partie B – Routage de tuyauteries

Dans la chaufferie, un tuyau horizontal doit rejoindre un collecteur situé 1,20 m plus haut et 2 m en avant (horizontalement).

4. Calculer l'angle d'inclinaison du tuyau par rapport à l'horizontale.
5. Calculer la longueur totale du tuyau incliné.
6. Un coude de dérivation fait un angle de 45° avec le tuyau principal. Si une force de

poussée de $F = 800 \text{ N}$ s'exerce le long du tuyau, calculer les composantes horizontale et verticale de cette force.

Rappel : $F_x = F \cos 45^\circ$ et $F_y = F \sin 45^\circ$.

Réponses :

Mes calculs :

EXERCICE 31 Calcul de distance inaccessible par triangulation

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un conducteur de travaux doit mesurer la largeur d'une rivière pour planifier la pose de canalisations de part et d'autre. Il ne peut pas traverser. Il utilise la triangulation.

Il place deux jalons A et B espacés de 20 m sur la rive. Depuis A , il vise un point C de l'autre rive avec un angle de 70° par rapport à AB . Depuis B , il vise le même point C avec un angle de 65° par rapport à BA .

1. Calculer l'angle $\widehat{ACB}$ dans le triangle ABC .
2. En utilisant la loi des sinus, calculer les côtés AC et BC .
3. En déduire la largeur de la rivière (distance du pied perpendiculaire de C sur AB).

Indication : la hauteur depuis C vaut $h = AC \times \sin(\widehat{CAB})$.

Mes calculs :

EXERCICE 32 Étude d'un signal périodique — modélisation sinusoïdale

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un technicien en énergies renouvelables modélise la puissance instantanée (en W) fournie par une éolienne en fonction du temps. Le relevé indique une oscillation de la forme $P(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ autour d'une valeur de base.

Le technicien observe que la puissance oscillante varie entre -120 W et $+120$ W, avec une période de $T = 0,02$ s (réseau 50 Hz). Il modélise : $P(t) = 120 \cos(100\pi t)$.

1. Vérifier que la période est bien $T = 0,02$ s en montrant que $P(t + T) = P(t)$.
Rappel : $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$
2. Calculer $P(0)$, $P(0,005)$, $P(0,01)$, $P(0,015)$, $P(0,02)$.
3. Résoudre $P(t) = 60$ sur $[0 ; 0,02]$. Donner les solutions exactes en utilisant arccos.
4. Sur quelle fraction de la période la puissance est-elle positive ?

Mes calculs :

EXERCICE 33 Problème de charpente — ferme avec contrefiches

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un charpentier conçoit une ferme de toit asymétrique. Le bâtiment a une portée de 10 m. Le faîtage se trouve à 4 m de hauteur, mais est décalé : il est situé à 3 m du mur gauche et 7 m du mur droit.

1. Calculer l'angle d'inclinaison α du pan gauche (côté de 3 m horizontalement et 4 m de hauteur).
2. Calculer l'angle d'inclinaison β du pan droit (côté de 7 m horizontalement et 4 m de hauteur).
3. Calculer la longueur de chaque arbalétrier (pan gauche et pan droit).
4. Le charpentier doit régler sa scie à onglet pour couper les arbalétriers. Quel angle doit-il utiliser pour chaque coupe au faîtage ?

L'angle de coupe au faîtage est le complément de l'angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale.

Mes calculs :

EXERCICE 34

Décomposition d'une force en composantes — installation d'un équipement

APPROFONDISSEMENT

Contexte : Un installateur de pompes à chaleur fixe un module extérieur sur une façade inclinée à 15° de la verticale. La pompe à chaleur pèse 85 kg. Il doit calculer les forces exercées sur les ancrages pour choisir les boulons appropriés.

Le poids de l'appareil est $P = 85 \times 9,81 = 833,85$ N. Il est vertical (vers le bas). La façade fait un angle de 15° avec la verticale.

1. Décomposer le poids en une composante perpendiculaire à la façade et une composante parallèle à la façade.

Composante perpendiculaire : $P_{\perp} = P \cos(15^\circ)$; composante parallèle : $P_{//} = P \sin(15^\circ)$

2. Calculer $P_{\perp}$ et $P_{//}$.

3. La composante parallèle tend à faire glisser l'appareil vers le bas de la pente. Un boulon de 10 mm supporte 500 N de cisaillement. Combien faut-il au minimum de boulons pour reprendre cette force ?

4. Si la façade était parfaitement verticale (angle 0°), quel serait le résultat ?

Mes calculs :

Socle

Standard

Approfondissement

Tout voir



Objectifs du chapitre

cliquer pour développer



Durée : 1 heure



Calculatrice : autorisée



Barème : 20 points



Documents : non autorisés

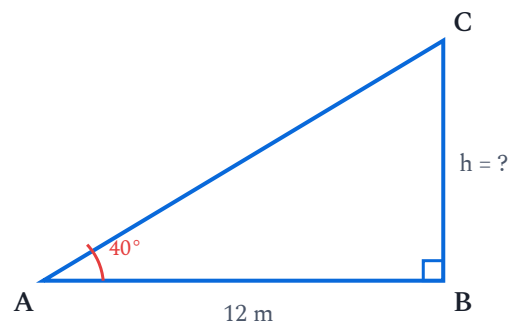
SOCLE

DS GUIDÉ — PAS À PAS

Exercice 1 – Hauteur d'un poteau (guidé)

10 points

Contexte : Un technicien doit calculer la hauteur d'un poteau. Depuis un point A situé à 12 m du pied B du poteau, il vise le sommet C avec un angle d'élévation de 40° .



Méthode SOH-CAH-TOA

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} \quad \sin(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

1. (2 pts) Par rapport à l'angle de 40° , identifier :

- le côté opposé =
- le côté adjacent =

2. (2 pts) Quelle formule trigonométrique relie l'opposé et l'adjacent ?

Réponse :

3. (3 pts) Poser l'équation et calculer h .

$$\tan(40^\circ) = \frac{h}{\square} \text{ donc } h = \square \times \tan(40^\circ) = \square \times \square = \square \text{ m}$$

4. (3 pts) Calculer la distance AC (du point d'observation au sommet du poteau).

On connaît l'adjacent (12 m) et on cherche l'hypoténuse $\rightarrow$ formule :

$$\cos(40^\circ) = \frac{12}{AC} \text{ donc } AC = \frac{12}{\cos(40^\circ)} = \frac{12}{\square} = \square \text{ m}$$

Exercice 2 – Pente d'un tuyau (guidé)

10 points

Contexte : Un technicien chauffagiste installe un tuyau d'évacuation qui relie un point D au sol à un point E situé à 0,90 m de hauteur. La longueur du tuyau (hypoténuse) est de 3,20 m.

1. (2 pts) Faire un schéma du triangle rectangle. Identifier l'hypoténuse ($DE = 3,20$ m) et le côté opposé (hauteur = $0,90$ m).

2. (3 pts) Calculer l'angle de pente α du tuyau.

On connaît l'opposé et l'hypoténuse $\rightarrow$ formule :

$$\sin(\alpha) = \frac{0,90}{3,20} = \text{$$

$$\alpha = \arcsin(\text{) =$$

3. (2 pts) Calculer la distance horizontale au sol DF .

$$\cos(\alpha) = \frac{DF}{DE} \text{ donc } DF = 3,20 \times \cos(\text{) = } 3,20 \times \text{ m}$$

4. (3 pts) Vérifier le résultat avec le théorème de Pythagore.

$$DF^2 + EF^2 = \text{}^2 + \text{}^2 = \text{$$

$$DE^2 = 3,20^2 = \text{$$

TOTAL SOCLE : 20 points

STANDARD

DS STANDARD

Exercice 1 – Triangle rectangle : côtés et angles

7 points

Le triangle ABC est rectangle en A , avec $AB = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 37^\circ$.

1. (1,5 pt) Calculer la longueur AC . Arrondir au dixième.

2. (1,5 pt) Calculer la longueur BC (l'hypoténuse). Arrondir au dixième.

3. (1 pt) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

4. (1,5 pt) On considère un second triangle DEF rectangle en D , avec $DE = 8$ cm et $EF = 10$ cm. Calculer l'angle $\widehat{DEF}$ en degrés. Arrondir au degré.

5. (1,5 pt) Compléter sans calculatrice : $\cos(60^\circ) = \dots$, $\sin(30^\circ) = \dots$, $\tan(45^\circ) = \dots$

Exercice 2 – Coupe en onglet et chevron (contexte menuiserie)

7 points

Contexte : Un menuisier agenceur réalise la charpente d'un auvent. Le chevron repose sur une panne horizontale de 3,60 m de portée et doit atteindre une hauteur de 1,20 m au faîtage.

1. (2 pts) Représenter la situation par un triangle rectangle dont l'horizontale mesure 3,60 m et la hauteur 1,20 m. Calculer l'angle de pente α du chevron par rapport à l'horizontale. Arrondir au degré.

2. (2 pts) Calculer la longueur du chevron (l'hypoténuse du triangle). Arrondir au centimètre.

3. (1,5 pt) Pour assembler deux plinthes dans un angle de pièce à 90° , le menuisier réalise une coupe en onglet. Quel est l'angle de coupe de chaque plinthe ?

4. (1,5 pt) Un second auvent a un chevron de 4,50 m et un angle de pente de 25° . Calculer la hauteur atteinte au faîtage. Arrondir au centimètre.

Exercice 3 – Équations trigonométriques et formules

6 points

2 pts par question.

1. (2 pts) Résoudre l'équation $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ pour $x \in [0^\circ ; 360^\circ]$.

2. (2 pts) Résoudre l'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ pour $x \in [0^\circ ; 360^\circ]$.

3. (2 pts) En utilisant la formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, calculer $\sin(x)$ sachant que $\cos(x) = \frac{3}{5}$ et que $x \in [0^\circ ; 90^\circ]$.

TOTAL : 20 points

Exercice 1 – Étude complète d'une charpente

10 points

Contexte : Un menuisier agenceur conçoit la charpente d'un atelier. Le bâtiment a une largeur de 10 m. Le toit est à deux pans symétriques avec une hauteur au faîtage de 3,50 m au-dessus des murs. Un poteau intermédiaire est placé à 3 m du mur gauche.

1. (2 pts) Calculer l'angle de pente α du toit par rapport à l'horizontale.

2. (2 pts) Calculer la longueur d'un arbalétrier (du mur au faîtage).

3. (3 pts) Le poteau intermédiaire est vertical, placé à 3 m du mur gauche. En utilisant le théorème de Thalès ou la trigonométrie, calculer la hauteur de ce poteau (depuis le mur jusqu'au pan de toit).

4. (3 pts) Calculer la surface totale de toiture à couvrir, sachant que le bâtiment fait 15 m de long. En déduire le nombre de paquets de tuiles nécessaires si un paquet couvre $3,5 \text{ m}^2$.

Exercice 2 – Modélisation sinusoïdale d'un phénomène périodique

10 points

Contexte : Un technicien chauffagiste étudie la température extérieure sur une journée. La température (en °C) est modélisée par la fonction :

$$T(t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 9)\right) + 15$$

où t est le temps en heures ($t = 0$ correspond à minuit).

1. (2 pts) Déterminer l'amplitude, la période, le déphasage et la valeur moyenne de cette fonction sinusoïdale. Interpréter chaque paramètre.

2. (2 pts) Calculer la température à $t = 9$ h, $t = 15$ h et $t = 21$ h.

3. (2 pts) À quelle heure la température maximale est-elle atteinte ? Quelle est cette température ?

4. (2 pts) Le chauffage s'enclenche quand $T(t) < 12$ °C. Résoudre l'inéquation $T(t) < 12$. Déterminer la plage horaire durant laquelle le chauffage fonctionne.

5. (2 pts) Le technicien veut calculer l'énergie consommée. La puissance de chauffage est proportionnelle à l'écart de température : $P = k(20 - T(t))$ avec $k = 150$ W/°C. Calculer la puissance à $t = 3$ h.

TOTAL APPROFONDISSEMENT : 20 points
