

EXERCICE 1: [Indications] - Cours - Calculer -Résoudre sur I les équations différentielles suivantes :

- $(x^2 + 1)y' - xy = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$ avec $I = \mathbb{R}$.
- $x^2y' + xy = x^2 + \ln x$ avec $I =]0; +\infty[$.

EXERCICE 2: [Indications]

On considère l'équation

$$(x - 1)y' + y = \cos(x - 1) \quad (E)$$

sur l'intervalle $I =]1; +\infty[$.

- Montrer qu'une solution particulière de l'équation est $y_p : x \in I \mapsto \frac{\sin(x - 1)}{x - 1}$.
- En déduire l'ensemble de toutes les solutions de (E) .

EXERCICE 3: [Indications] - Chercher - Raisonner -L'équation $\tan(x)y' + xy = \cos(x)e^x$ admet-elle une solution sur $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$?**EXERCICE 4:** [Indications] - Calculer -

On considère l'équation

$$y' - 3y = x + 1$$

- Montrer qu'il existe une solution particulière polynomiale et la déterminer.
- En déduire la forme générale des solutions.

EXERCICE 5: [Indications] Les conditions initiales - Calculer - Raisonner -

- Soit $a \in \mathbb{R}$.
Montrer qu'il existe une unique solution φ à l'équation

$$y' - 3y = x + 1$$

sur $I = \mathbb{R}$ telle que $\varphi(1) = a$ et la déterminer.

- Déterminer l'ensemble des solutions de

$$(1 + x)y' + y = 1 + \ln(1 + x)$$

sur $I =] -1; +\infty[$ dont la courbe passe par le point $(0, 0)$ **EXERCICE 6:** [Indications] - Calculer - Des équations supplémentairesRésoudre sur l'intervalle I donné les équations proposées

- $(e^x - 1)y' + e^x y = 1$ où $I =]0; +\infty[$
- $(x - 1)y' + (y + 1)x = 0$ où $I =]1; +\infty[$
- $xy' - y = x^3 e^{x^2}$ où $I =]0; +\infty[$

EXERCICE 7: [Indications] Changement de fonction - Calculer - Raisonner -

- On considère l'équation (E) :

$$z' = z^2 + 2z$$

- Posons $w = 1/z$ définie sur un ensemble J où z ne s'annule pas.
Montrer que z ne s'annule jamais et que :
 z est solution de (E) ssi w vérifie une équation différentielle linéaire d'ordre 1 notée (U) que l'on déterminera.
 - En déduire l'ensemble des fonctions z solutions de (E) , définie sur l'intervalle le plus grand possible telles qu'elles ne s'annulent jamais.
- On considère maintenant l'équation

$$y' = (y - x)^2 \quad (E_2)$$

- Trouver une solution polynomiale P de cette équation.
- En posant $y = P + z$, vérifier que y est solution de (E_2) ssi z est solution de (E) puis résoudre alors (E_2) sur les intervalles où z ne s'annule pas.

Indications

Exercice 3

On pourra s'intéresser à la validité de l'équation en $x = 0$.

Exercice 5

- Ce sont la/les solutions φ telles que $\varphi(0) = 0$.