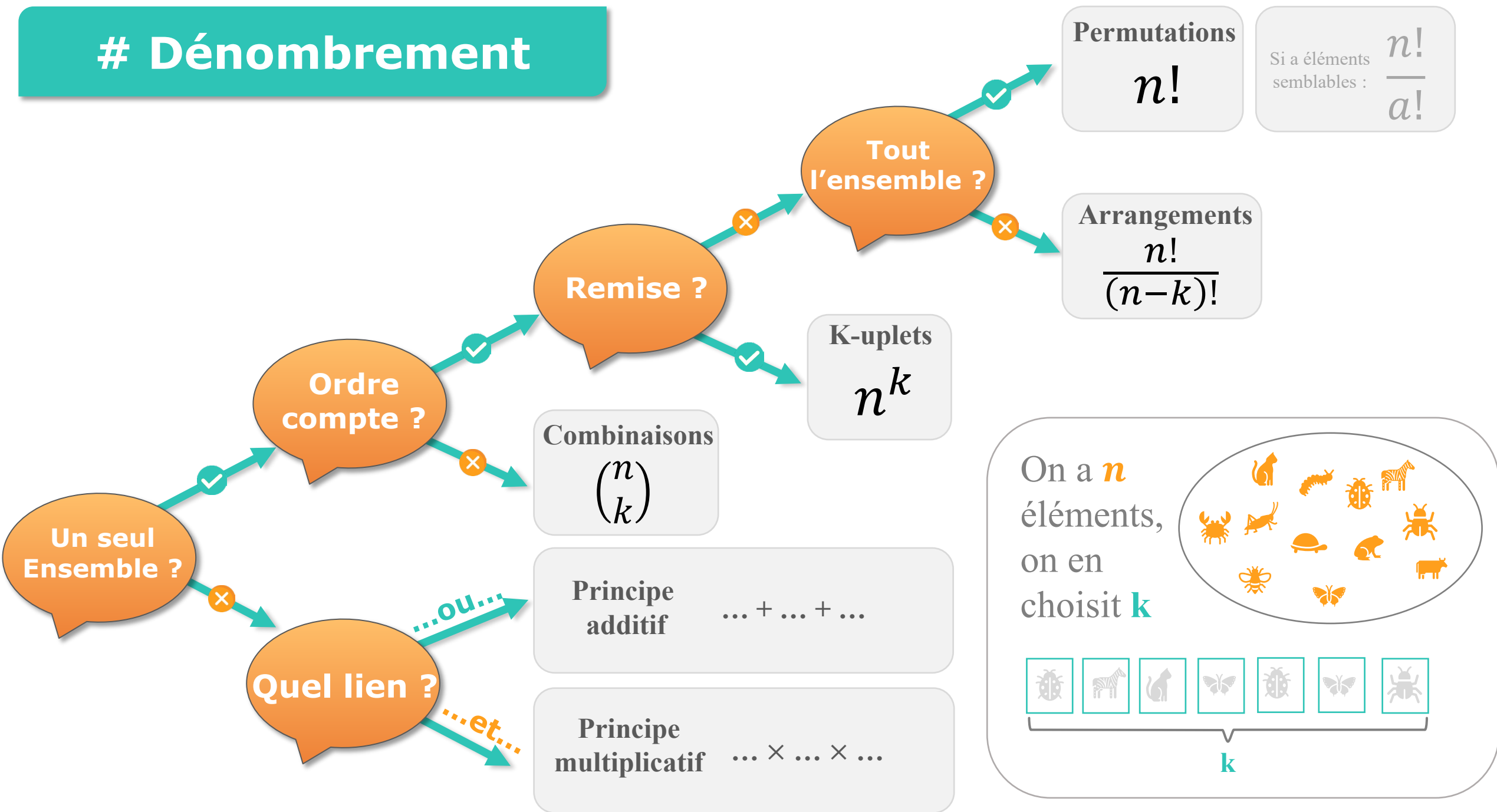


Dénombrement



Exercice 1

On considère les ensembles $E = \{a; e; i; o; u; y\}$ et $F = \{x; y; z\}$.

1. Combien d'éléments contient l'ensemble $E \times F$?
2. Michel affirme que les ensembles $E \times F$ et $F \times E$ n'ont aucun élément en commun.
Michel a-t-il raison ou tort?
3. Étant donné un ensemble fini A , on rappelle que le nombre d'éléments de A est noté $\text{Card}(A)$.
Déterminer $\text{Card}(E \cup F)$.

Exercice 2

Un jeu de carte classique comprend 32 cartes différentes. Un joueur pioche une poignée de huit cartes au début de la partie.

1. Combien y-a-t-il de tirages de huit cartes possibles?
2. Karine et Myriam disputent une partie : Karine pioche ses huit cartes en premier puis Myriam les siennes ensuite. Combien y-a-t-il de tirages possibles?
un tirage est l'ensemble de toutes les cartes tirées par les deux joueuses.
3. Karine range ses huit cartes dans sa main de la manière suivante : As de Pique; As de Cœur; 10 de Cœur; Roi de Cœur; Valet de Trèfle; 9 de Trèfle; As de Trèfle; 10 de Trèfle.
Combien y-a-t-il de rangements possibles?

Exercice 3

1. Un ukulélé a 4 cordes. Combien de façons a-t-on de jouer les 4 cordes l'une après l'autre?
2. Un sac contient 10 jetons numérotés de 1 à 10. On pioche 4 jetons l'un après l'autre et on les aligne.
Combien d'alignements peut-on réaliser?
3. n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.
Résoudre l'équation :

$$\binom{n}{2} = \binom{n+1}{3}$$

4. Michel (encore lui!) affirme (encore!) que les mots ANAGRAMME et SPAGHETTI ont autant d'anagrammes.
Est-ce vrai?

Exercice 4

Partie A

Dans un sac sont placées neuf boules numérotées de 1 à 9.

1. On tire au hasard trois boules successivement et on constitue ainsi un nombre à trois chiffres. On remet à chaque fois la boule tirée dans le sac.
 - (a) Combien de nombres peut-on construire ?
 - (b) Combien de nombres pairs peut-on ainsi construire ?
 - (c) Combien de nombres peut-on construire, pour lesquels un chiffre est répété deux fois exactement et le troisième est différent ?
2. On tire au hasard trois boules successivement mais à présent, **on ne remet pas** la boule tirée dans le sac.
 - (a) Combien de nombres peut-on ici construire ?
 - (b) Combien de nombres qui ne contiennent pas le chiffre 7 peut-on construire ?
 - (c) Combien de nombres ayant le 5 ou le 8 en dernière position peut-on construire ?
3. On tire désormais simultanément trois boules dans le sac et on regarde les trois numéros obtenus.
 - (a) Combien de tirages différents peut-on obtenir ?
 - (b) Combien de ces tirages ne contiennent ni le numéro 3, ni le numéro 6 ?
 - (c) Combien de tirages contiennent le numéro 2 et deux numéros impairs ?

Partie B

Un sac contient n boules numérotées de 1 à n (n entier naturel non nul).

On tire simultanément deux boules dans ce sac.

Déterminer n pour que le nombre de tirages possibles soit égal à 903.

Exercice 1 – Fermetures hebdomadaires

Dans une ville, **cinq cafés** doivent choisir chacun un **jour de fermeture** dans la semaine (du lundi au dimanche). On notera qu'un café peut éventuellement choisir le même jour qu'un autre, sauf indication contraire.

1. Combien existe-t-il de façons d'attribuer un jour de fermeture à chacun des cinq cafés **sans contrainte** ?
2. Même question si **aucun** des cafés ne peut fermer le même jour qu'un autre.
3. Même question si, pour **chaque jour de la semaine**, il doit y avoir **au moins un café ouvert**.

Exercice 2 – Comités dans une équipe mixte

Une équipe compte **9 joueurs** : **5 femmes et 4 hommes**. On souhaite former des comités de **4** personnes. Deux joueurs, **Nora** et **Léo**, appartiennent à l'équipe.

1. Déterminer le nombre total de comités possibles.
2. Déterminer le nombre de comités composés **exactement** de **2 femmes et 2 hommes**.
3. Déterminer le nombre de comités comportant **au moins trois femmes**.
4. Déterminer le nombre de comités où **Nora et Léo sont ensemble**.
5. Déterminer le nombre de comités où **Nora et Léo ne sont pas ensemble**.

Exercice 3 – Jeu de cartes

On considère un jeu **standard de 52 cartes** (4 couleurs : trèfle, carreau, cœur, pique; 13 valeurs). On tire **simultanément 5 cartes** au hasard.

1. Combien de tirages de 5 cartes sont possibles ?
2. Combien de tirages contiennent **5 cartes de cœur ou au moins 4 cartes de pique** ?
3. Combien de tirages contiennent **exactement 2 carreaux et 1 trèfle** (les deux autres cartes sont libres) ?
4. Combien de tirages contiennent **au moins un As** ?
5. Combien de tirages contiennent **exactement 2 Rois** et **exactement 3 cartes noires** ?

Exercice 4 – Urne de jetons colorés

Une boîte contient **20 jetons** numérotés de 1 à 20 dont **4 blancs, 7 rouges, 6 verts** et **3 noirs**, indiscernables au toucher. On étudie trois modes de tirage.

1. Tirage simultané de 5 jetons.

- (a) Nombre total de tirages possibles ?
- (b) Nombre de tirages contenant **5 rouges** ?
- (c) Nombre de tirages contenant **2 blancs et 3 verts** ?
- (d) Nombre de tirages contenant **exactement 2 rouges et 1 noir** (les deux autres jetons sont libres) ?

2. Tirage successif sans remise de 5 jetons.

- (a) Nombre total de listes ordonnées possibles ?
- (b) Nombre de listes ordonnées obtenant (dans cet ordre) : **rouge, noir, rouge, vert, blanc** ?
- (c) En déduire le **nombre de listes ordonnées** obtenant **exactement 2 rouges, 1 noir, 1 vert et 1 blanc** (ordre quelconque).

3. Tirage successif avec remise de 5 jetons.

- (a) Nombre total de listes ordonnées possibles ?
- (b) Nombre de listes ordonnées ne contenant **que des jetons noirs** ?
- (c) Nombre de listes ordonnées contenant **au moins un jeton vert** ?

Exercice 1 – Sous-ensembles, permutations et 2-uplets

On considère l'ensemble $E = \{x, y, z, t\}$.

- 1) Déterminer le **nombre total** de sous-ensembles de E . Donner **tous** les sous-ensembles de **cardinal 2**.
- 2) Déterminer le **nombre** de sous-ensembles de **cardinal 3** et les **donner tous**.
- 3) Déterminer le **nombre de permutations** de E (on ne demande pas de les lister).
- 4) Déterminer le **nombre de 2-uplets ordonnés sans répétition** d'éléments de E (arrangements), puis donner **trois exemples**.

Exercice 2 – Formation d'un groupe mixte

On dispose de 8 femmes et 7 hommes (soit 15 personnes). On veut constituer un **groupe de 5 personnes**.

- 1) Combien de groupes différents peut-on former ?
- 2) Combien de groupes ne comportent **que des hommes** ?
- 3) Combien de groupes comportent **des personnes d'un seul sexe** ?
- 4) Combien de groupes comportent **au moins une femme et au moins un homme** ?