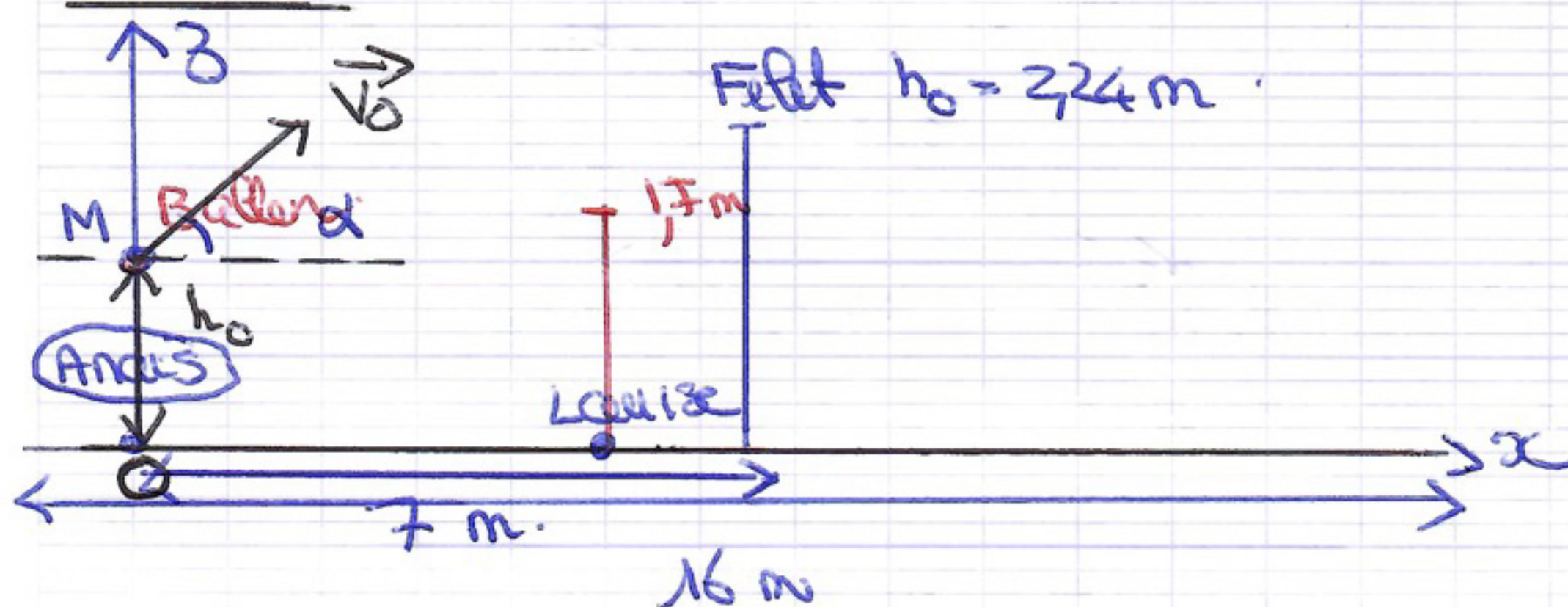


Révisions de mécanique

Exercice 1



- 1) Ref terrestre galiléen
système {ballon}

BDFE : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$

2^e loi de Newton : $\vec{g} = \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

or $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_{0z} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} = \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t + x_0 = 0 \quad (x=0 \text{ à } t=0) \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t + h_0 \end{cases}$

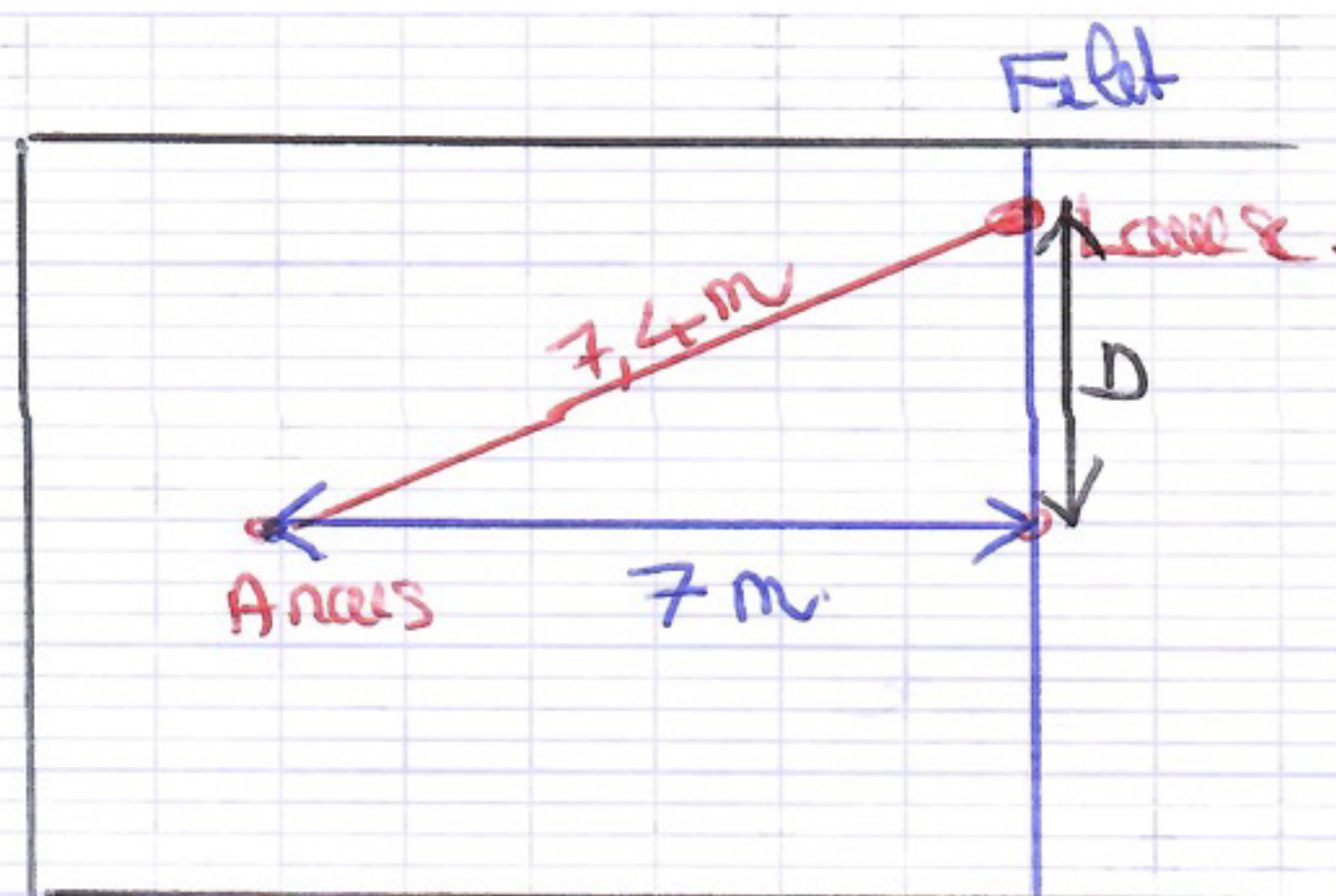
2) $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ puis on injecte dans z :

$z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + x \tan \alpha + h_0$ équation d'une parabole.

- 3) on cherche la valeur de x pour laquelle $z_f = 17 \text{ m}$.
on résout l'équation $z_f = 17$ avec $v_0 = 36 \text{ km h}^{-1} = 10 \text{ m s}^{-1}$
et $\alpha = 30^\circ$.

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 - x \tan \alpha + (z_f - h_0) = 0$

on trouve $x = 7,4 \text{ m}$.



Vue de dessus

$$D = \sqrt{7.4^2 - 7^2} = 3.4 \text{ m} \rightarrow \text{Lance doit être placée à}$$

$$D' = 4 - 3.4 = 0.6 \text{ m du bord}$$

Exercice 2

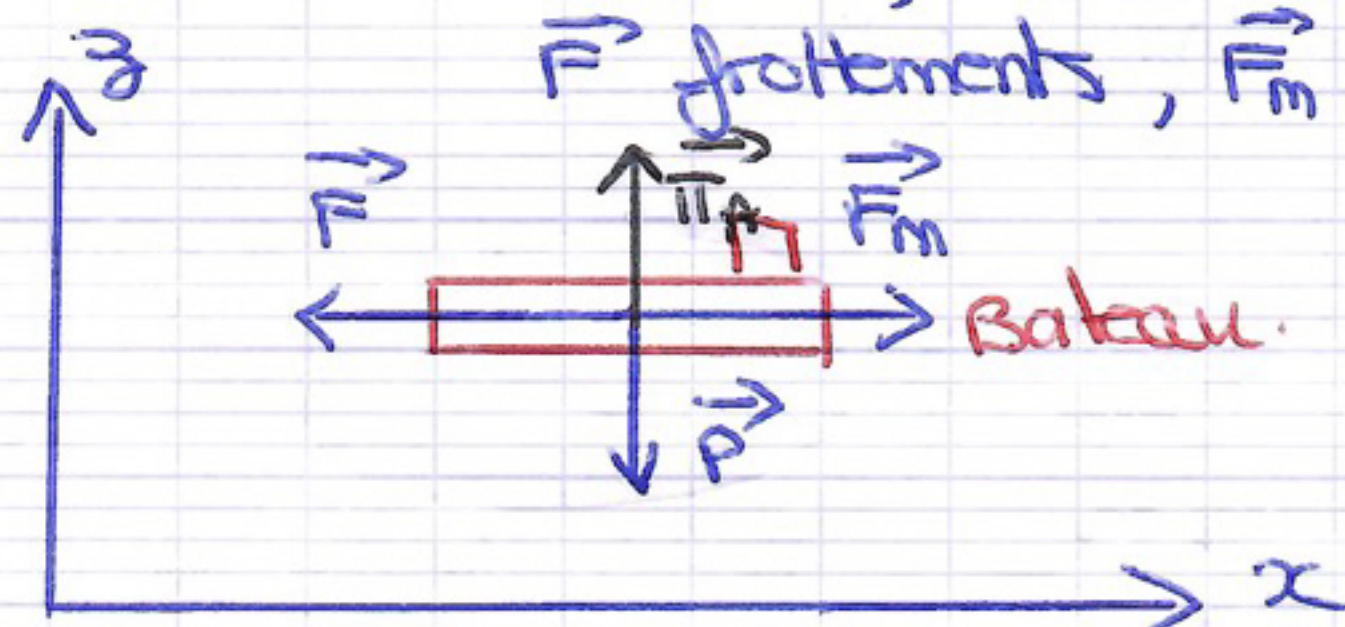
1) Ref terrestre galiléen

Système : { bateau }

BDFE

$\vec{P}$ poids, $\vec{\pi}_A$ poussée d'Archimède

$\vec{F}$ frottements, $\vec{F}_m$ propulsion du moteur.



PFD : $\vec{\pi}_A + \vec{P} + \vec{F} + \vec{F}_m = m\vec{a}$
 or $\vec{v} = \vec{v}_0 = c\vec{u}_x \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$

• Projection sur z : $\vec{\pi}_A + \vec{P} = \vec{0}$ (compensation)

• " " x $\vec{F}_m + \vec{F} = \vec{0}$ soit $F_m = F$

D'où $P = F_m v_0 = F v_0 \Rightarrow P = k v_0^3$

$k = \frac{P}{v_0^3}$ AN $k = \frac{5 \times 10^6}{(15 \times \frac{1852}{3600})^3} = 11 \times 10^3 \text{ kg m}^{-1}$

Rq P en W = J · s⁻¹ = N · m · s⁻¹ = kg m² s⁻³

2) Le navire stoppe ses machines $\Rightarrow \vec{F}_m = \vec{0}$

Ainsi, le PFD devient : $m\vec{a} = \vec{F}$

soit $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -k v^2 \vec{u}_x$

or $\vec{v} = v \vec{u}_x \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = -k v^2$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = 0}$ ou $\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{1}{H} v^2 = 0}$

en posant $H = \frac{m}{k}$

L'équation différentielle à variables séparées s'écrit :

$-\frac{dv}{v^2} = \frac{1}{H} dt \Rightarrow \int_{v_0}^v -\frac{dv}{v^2} = \frac{1}{H} \int_0^t dt$

$\Rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = \frac{t}{H}$

At = 0, v = v₀

soit $\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + \frac{t}{H} = \frac{H + t v_0}{v_0 H}$

Finalement $v = \frac{v_0 H}{v_0 t + H}$ (1)

3) $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v dt$

on injecte (1), il vient $dx = \frac{v_0 H dt}{v_0 t + H}$ on reconnaît $H \times \frac{u'}{u}$ avec $u = v_0 t + H$

$\Leftrightarrow \int_{x=0}^x dx = H \int_0^t \frac{v_0 dt}{v_0 t + H}$

$\Leftrightarrow x = H [\ln(v_0 t + H)]_0^t$ l'antécédent est la primitive de $\frac{u'}{u}$

Ainsi $x(t) = H \ln\left(\frac{v_0 t + H}{H}\right)$ (on pose $x=0$ à $t=0$)

$x(t_p) = X \Rightarrow X = H \ln\left(\frac{v_0 t_p + H}{H}\right)$ (2)

or, d'après 2), $v_p = \frac{v_0 H}{v_0 t_p + H} \Rightarrow H = \frac{v_0}{v_p} \times (v_0 t_p + H)$

et on injecte dans (2): $X = H \ln\left(\frac{v_0}{v_p}\right)$

Alors $X = 1800 \text{ m}$

4) $t_p = H \left(\frac{1}{v_p} - \frac{1}{v_0} \right)$ Alors $t_p = \frac{1000 \cdot 63}{11 \cdot 63} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{15} \right) \times \frac{3600}{1852}$

$t_p = 763 \text{ s}$

5) d = distance parcourue jusqu'au quai après l'arrêt des machines

à l'instant où le navire atteint le quai $\Rightarrow d = H \ln\left(\frac{v_0 t_q + H}{H}\right)$

et $v_q = \frac{v_0 H}{v_0 t_q + H} \Rightarrow t_q = \frac{H}{v_0} (e^{d/H} - 1)$

et $v_q = \frac{v_0 H}{H + v_0 \frac{H}{v_0} (e^{d/H} - 1)}$ soit $v_q = v_0 e^{-d/H}$

$$\underline{\text{Ans}} \quad d = 1800 + \frac{182}{2} = 2726 \text{ m}$$

$$H = \frac{m}{k} = \frac{104 \cdot \omega^3}{11 \cdot \omega^3} = 9,09 \times \omega^2 \text{ m}$$

$$v_a = 475 \text{ nœuds} = 438 \text{ m s}^{-1}$$

c) on freine le bateau en faisant tourner les hélices dans le sens inverse.