

Interférences par division du plan d'onde

Lors des chapitres précédents, nous avons mis en place les conditions nécessaires pour pouvoir observer le phénomène d'interférences lumineuses : il faut deux sources synchrones cohérentes. Les deux sources doivent notamment être synchrones et que leur déphasage en M soit stationnaire. La raison d'être d'un dispositif interférentiel réside justement dans le fait de satisfaire ces deux conditions.

Nous détaillerons ensemble un dispositif historique : celui des trous d'YOUNG, évoluant en système des fentes d'YOUNG. Ils constituent de bons exemples d'interféromètre à division du plan d'onde. D'autres seront traités en TD ou TP ; on peut citer les miroirs de FRESNEL, le miroir de LLOYD, le biprisme de FRESNEL ...

A. Dispositif des trous d'YOUNG

A.1 Diffraction

On rappelle que la diffraction est l'étalement d'une onde dans l'espace dû à son passage au travers d'un obstacle. Cet étalement est caractérisé par l'angle θ au sommet du cône de diffraction. On observe que le phénomène de diffraction est d'autant plus important que l'obstacle est petit.

La théorie de la diffraction montre que l'ordre de grandeur de l'angle de diffraction, en fonction de la longueur d'onde λ et de la taille R de l'obstacle vaut :

$$\theta \sim \frac{\lambda}{R}$$

A.2 Trous d'YOUNG

Le dispositif des trous d'YOUNG est assez simple : ne source S éclaire les deux trous, créant ainsi deux sources S_1 et S_2 distantes de a . On appelle D la distance entre les deux trous et l'écran.

Au passage en S_1 et S_2 , la diffraction implique que lumière issue de chaque source se répartit donc dans un cône. La zone de recouvrement des deux faisceaux est le lieu où peuvent se produire des interférences : c'est le **champ d'interférences**.

On peut placer un écran n'importe où dans le champs d'interférences pour les observer : on dit que les interférences sont **non-localisées**.

La diffraction est donc primordiale pour expliquer le phénomène d'interférences : ici, sans diffraction, pas d'interférences.

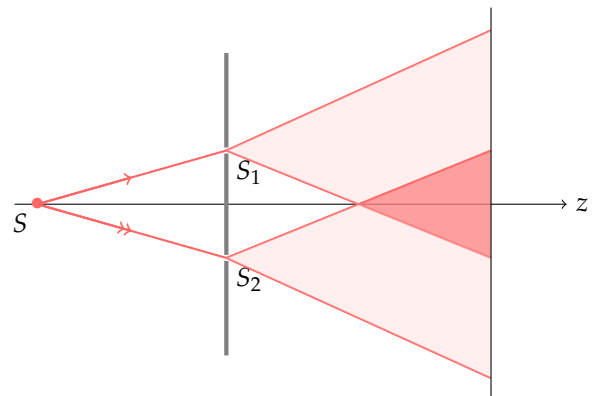


FIGURE 1 – Importance de la diffraction

B. Calcul de la différence de marche $\delta(M)$

On considère un dispositif des trous d'YOUNG pour lequel les sources sont distantes de $a = S_1S_2$ et on place un écran à une distance D des trous, dans le champ d'interférences. On cherche à déterminer $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$, la différence de marche en les rayons interférant en M , en provenance des deux sources secondaires. M est repéré par ces coordonnées x et y dans le plan de l'écran $z = 0$. Le schéma de la figure 2 reprend ces notations.

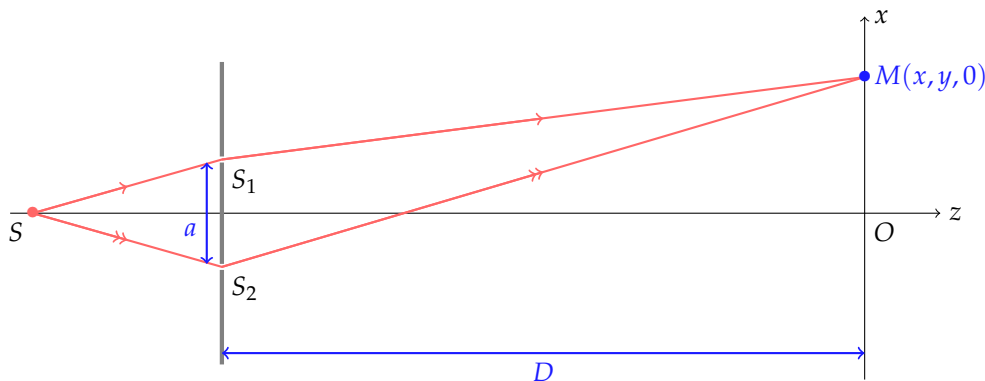


FIGURE 2 – Montage des trous d'YOUNG

La distance D est supposée grande devant les autres dimensions du système x, y et a .

• Méthode 1

On a $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$ qui vaut $\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$. Or, S est sur la médiatrice de $[S_1S_2]$, donc $(SS_1) = (SS_2)$ et la différence de marche vaut :

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M)$$

$$\begin{aligned} \delta(M) &= nS_2M - nS_1M \\ &= n \left(\sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} \right) \\ &= nD \left(\sqrt{1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2} \right) \\ &\approx nD \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D}\right)^2 - 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D}\right)^2 \right) \\ &\approx \frac{n}{2D} \left(\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right) \approx \frac{n}{2D} \left(x + \frac{a}{2} - \left(x - \frac{a}{2}\right) \right) \left(x + \frac{a}{2} + \left(x - \frac{a}{2}\right) \right) \\ \delta(M) &\approx \frac{nax}{D} \end{aligned}$$

• Méthode 2

Cette méthode -plus rapide- utilise le théorème de MALUS et le principe du retour inverse de la lumière. En approximant les surfaces d'ondes provenant de M à des plans, la différence de marche $\delta(M) \approx nS_2H$, avec $S_2H = ax$.

De plus, α est l'angle reliant le milieu de $[S_1S_2]$ et M : $\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{x}{D}$. Ainsi, $\delta(M) \approx \frac{nax}{D}$.

Résultat O3.1 - Différence de marche pour le montage des trous d'YOUNG

Dans un tel montage, en un point M de l'écran placé à D des sources, avec $a = S_1S_2$, la différence de marche vaut :

$$\delta(M) \approx \frac{nax}{D}$$

Ce résultat est utilisable si $D \gg x, y, a$.

Dans le cas fréquent où le montage est réalisé dans l'air, $n \approx 1$ et $\delta(M) \approx \frac{ax}{D}$

C. Étude de la figure d'interférence

La répartition de l'intensité lumineuse dans le champ d'interférences, et donc sur l'écran est donnée par la formule de FRESNEL :

$$I(M) = 2I_0 (1 + \cos \Delta\varphi) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right)$$

On remarque que :

- L'intensité est uniforme si x est une constante. Ainsi, les lieux d'intensité uniforme (franges) ont pour équation $x = \text{cste}$: on observe donc des **franges rectilignes**.
- La frange centrale ($p = 0$ ou $\delta = 0$) est bien placée au centre de la figure d'interférence, au centre de l'écran.
- Les franges brillantes sont régulièrement espacées, tout comme les franges sombres.

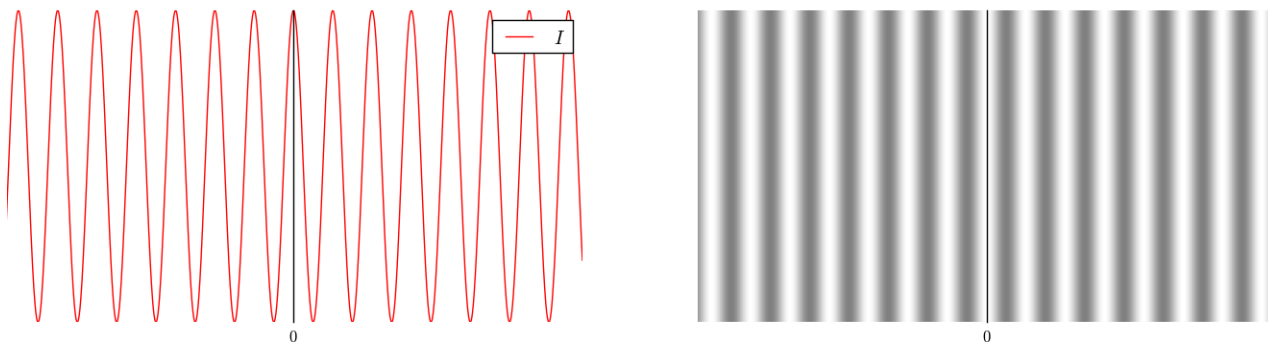


FIGURE 3 – Figure d'interférences

Définition O3.1 - Interfrange i

L'interfrange i , quand il est défini, désigne la distance existant entre deux franges brillantes (ou sombres) consécutives.

Dans le cas des trous d'YOUNG dans l'air, on montre que $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$.

Déterminons la position x_B des franges brillantes. Ces franges brillantes sont le lieu d'interférences constructives, donc

$$\delta(M) = m\lambda_0 \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \quad x_{B,m} = m \frac{\lambda_0 D}{a}$$

L'interfrange sépare deux franges brillantes successives :

$$i = x_{B,m+1} - x_{B,m} \quad \text{soit} \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a} (m+1 - m) \quad \text{d'où} \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

Déterminons aussi la position x_S des franges sombres qui sont le lieu d'interférences destructives, donc

$$\delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \quad x_{S,m} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0 D}{a}$$

Les positions des franges sombres et des franges brillantes sont décalées de $\frac{i}{2}$.

L'interfrange sépare aussi deux franges sombres successives :

$$i = x_{S,m+1} - x_{S,m} \quad \text{soit} \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a} \left(m + \frac{1}{2} + 1 - \left(m + \frac{1}{2} \right) \right) \quad \text{d'où} \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

	maximum	minimum	période
Phase $\Delta\varphi$	$2m\pi$	$(2m+1)\pi$	2π
Différence de marche δ	$m\lambda_0$	$\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$	λ_0
Ordre d'interférence p	m	$m + \frac{1}{2}$	1
Abscisse x	mi	$\left(m + \frac{1}{2}\right)i$	i

TABLE 1 – Périodicité(s) de l'intensité lumineuse

D. Augmenter la luminosité : les fentes d'YOUNG

Afin d'obtenir une figure d'interférence plus lumineuse, on remplace traditionnellement les trous par des fentes. On parle alors des fentes d'YOUNG.

De plus, les centres des taches de diffraction dues aux deux trous (ou fentes) sont situés dans l'axe SS_1 et SS_2 ; la luminosité de la figure d'interférences n'est donc pas optimisée. Pour résoudre ce défaut, on utilise traditionnellement le montage de FRAUNHOFER. La source est placée dans le plan focal d'une lentille convergente L_1 (on crée alors un faisceau parallèle) et on observe la figure d'interférence dans le plan focal d'une lentille L_2 , comme le montre le schéma de la figure 4.

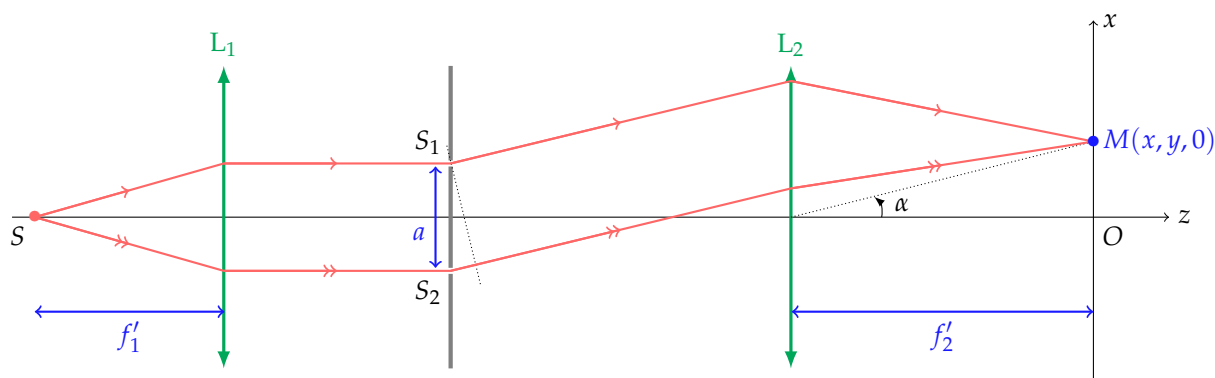


FIGURE 4 – Montage avec lentille

Le calcul de la différence de marche $\delta(M)$ est réalisé grâce à la méthode 2. Le plan d'onde représenté sur le schéma est parfaitement conjugué avec le point M , par la lentille L_1 . De ce fait, la différence de marche se réduit à la distance S_2H .

Cette distance vaut $\delta = a \sin \alpha$ et la projection dans le plan focal de la lentille L_1 permet d'écrire que $\tan \alpha = \frac{x}{f'_2}$.

L'approximation des petits angles est valide (on utilise des lentilles de grandes focales), donc $\tan \alpha \approx \frac{x}{f'_2}$ et $\delta = a\alpha$. On a donc : $\delta = \frac{ax}{f'_2}$.

Résultat O3.2 - Différence de marche pour le montage des trous d'YOUNG avec lentille

On a montré que la différence de marche en M , pouvait s'écrire :

$$\delta(M) = \frac{ax}{f'_2}$$

Pratiquement, par rapport au montage sans lentille, la distance D est remplacée par la distance focale f'_2 de la lentille de sortie.

Pour augmenter la luminosité de la figure d'interférences, on peut être tenté d'augmenter la taille de la source placée en S . Ce n'est pas sans conséquence.

E. Élargissement de la fente source - Cohérence spatiale

E.1 Cas avec deux sources ponctuelles incohérentes

Intéressons-nous au cas de deux sources ponctuelles non cohérentes : S , placée sur l'axe optique, et S' , décalée de b suivant l'axe Ox par rapport à S . Ces deux sources sont incohérentes, et produisent donc indépendamment leur propre figure d'interférences.

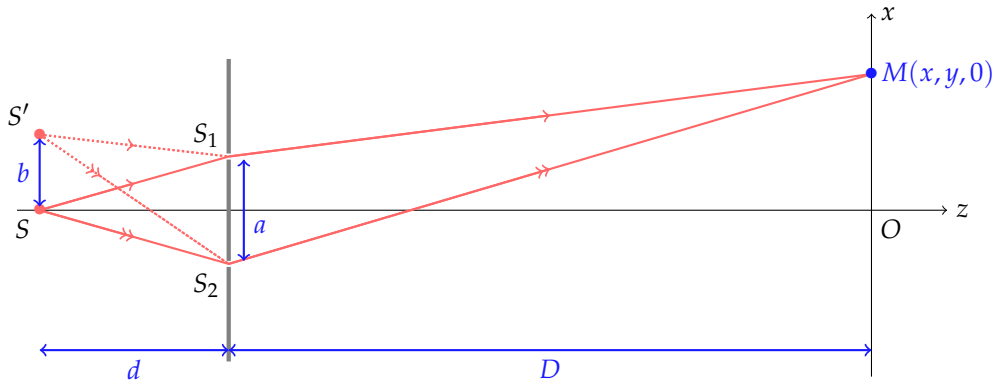


FIGURE 5 – Deux sources ponctuelles incohérentes

- Concernant l'intensité produite par la source S , on a déjà établi le fait que $\delta(M) = \frac{ax}{D}$ et que

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right)$$

On a montré que l'interfrange i vaut $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$, que la position des maxima est repérée par l'abscisse $x_{B,m} = m \frac{\lambda_0 D}{a}$ et que l'ordre d'interférence au point M vaut $p(M) = \frac{ax}{\lambda_0 D}$.

- Concernant l'intensité produite par la source S' , la différence de marche entre les deux rayons est identique après les fentes. En revanche, il existe une différence de marche supplémentaire liée au décalage de S' ; cette différence de marche supplémentaire vaut $\delta_{av} = \frac{ab}{d}$, amenant la différence de marche totale en M à l'expression $\delta'(M) = \frac{ax}{D} + \frac{ab}{d}$. Ainsi, l'intensité $I'(M)$ s'exprime comme :

$$I'(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} + \frac{2\pi ab}{\lambda_0 d} \right) \right)$$

On a montré que l'interfrange i est identique et vaut $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$. La position des maxima est décalée de $\frac{bd}{a}$ par l'abscisse $x'_{B,m} = m \frac{\lambda_0 D}{a} - \frac{bd}{a}$ et l'ordre d'interférence au point M vaut $p'(M) = \frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{ab}{\lambda_0 d}$.

E.2 Visibilité et contraste

Sur la figure 6, on trace, pour plusieurs valeurs de b , la figure d'interférences obtenue pour des fentes distantes de $a = 200 \mu\text{m}$, éclairées par deux sources ponctuelles monochromatiques de longueur d'onde $\lambda_0 = 600 \mu\text{m}$.

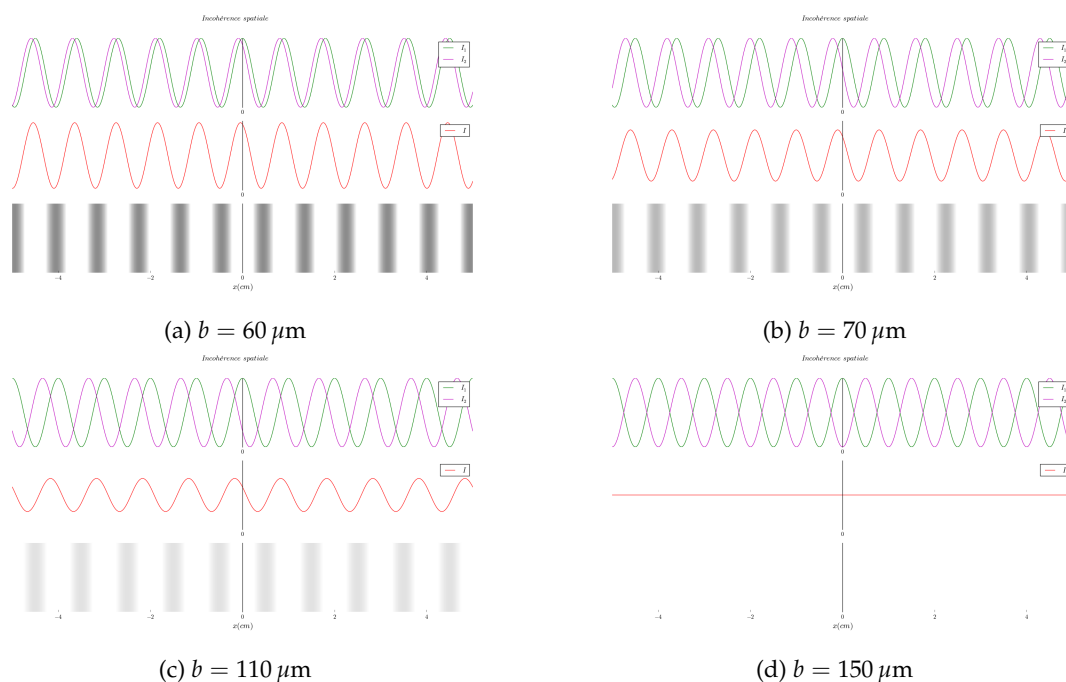


FIGURE 6 – Influence de l'écartement b entre deux sources ponctuelles S et S'

On observe que le contraste diminue au fur et à mesure que les deux courbes d'intensité se décalent, allant jusqu'à un brouillage total de la figure d'interférences : on parle de perte totale de contraste ($C = 0$). Dans cette situation, les deux intensités en provenance de chaque source sont en opposition de phase, les deux intensités sont décalées de $\frac{\lambda}{2}$.

On peut montrer que, en un point M , l'écart entre les ordres d'interférences vaut $\frac{1}{2}$. On peut donc retenir le critère de brouillage suivant :

$$\Delta p(M) = p'(M) - p(M) = \frac{\lambda}{2}$$

E.3 Cas de la source élargie

On considère maintenant une source mère élargie -ce qui est toujours le cas en pratique-. Chaque point de la fente source constitue une source incohérente avec ses voisins : il n'y a aucune raison que les atomes d'une lampe spectrale se déséxcitent tous au même instant. On parle ici de **cohérence spatiale**.

Pour obtenir l'intensité lumineuse en M , il faut donc effectuer la somme des intensités produites par chaque point de la fente source ; ce calcul intégral, hors programme, permet d'obtenir le résultat suivant, pour une source de largeur b :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi ab}{\lambda_0 d} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right) \right) \quad \text{où} \quad \text{sinc} x = \frac{\sin x}{x}$$

Le contraste est donné par la fonction sinus cardinal dont on fournit l'allure ci-contre (figure 7). Il apparaît bien que, pour certaines valeurs de b , le contraste s'annule complètement.

Un élargissement de la fente source provoque bien une augmentation de la luminosité, mais au détriment du contraste, allant jusqu'au brouillage de franges.

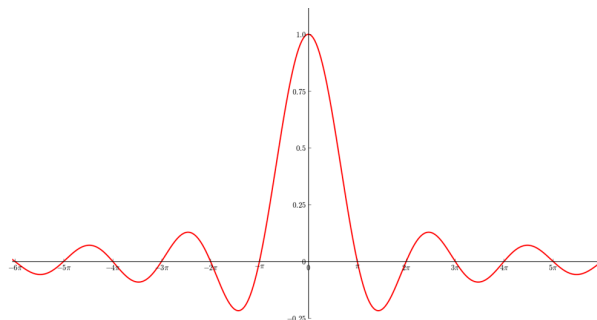


FIGURE 7 – Fonction $\text{sinc} x$

Propriété O3.1 - Incohérence spatiale et perte de contraste

Par prolongement du raisonnement réalisé sur deux sources ponctuelles, on admet que la baisse du contraste (brouillage des franges) a lieu quand, en un point M , les figures d'interférences provenant d'un point S central de la source et d'un point S' placé sur le bord de la fente sont en opposition de phase, soit

$$p'(M) - p(M) \approx \frac{1}{2}$$

On montre aussi que le brouillage des franges est identique en tout point de la figure d'interférence.

On observe la figure d'interférences par des fentes d'YOUNG, distantes de $a = 200 \mu\text{m}$, éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 600 \mu\text{m}$. On fait varier la largeur b de la fente source.

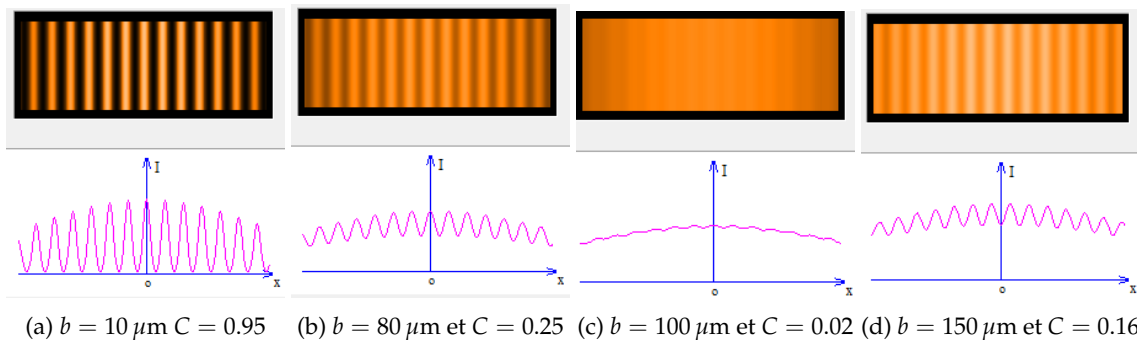


FIGURE 8 – Influence de la largeur b de la fente source

Cette simulation rend bien compte de la diminution du contraste, puis de l'inversion du contraste.

F. Élargissement spectral - Cohérence temporelle

On considère une source lumineuse contenant deux radiations monochromatiques de longueurs d'onde λ_1 λ_2 . Les deux radiations sont incohérentes et forment leurs propres systèmes d'interférences (voir F TDO3 pour les calculs). On a donc une situation similaire à la précédente.

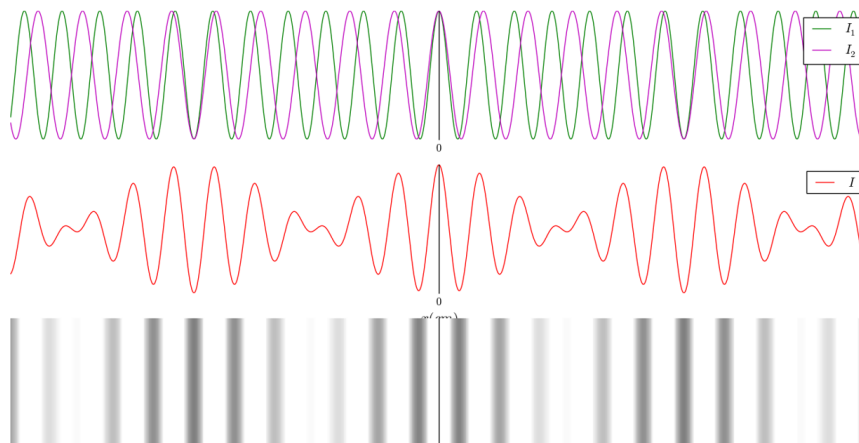


FIGURE 9 – Une source ponctuelle bichromatique

Le contraste s'annule quand les deux intensités sont en opposition de phase.

Propriété O3.2 - Incohérence temporelle et perte de contraste

Par comparaison avec le cas de deux sources mère ponctuelles incohérentes, la baisse du contraste (brouillage des franges) a lieu quand, en un point M , les figures d'interférences provenant d'une longueur d'onde λ_1 et d'une longueur d'onde λ_2 sont en opposition de phase, soit

$$p'(M) - p(M) \approx \frac{1}{2}$$

Dans ce cas, le brouillage est localisé.

G. Limitations dues à la diffraction

Il est important de ne pas perdre de vue que diffraction et interférences sont des phénomènes qui ont lieu simultanément. Pour s'en rendre compte, la figure 10 présente les figures de diffraction par un trou (10a) et une fente (10c). Les figures d'interférences obtenues avec deux trous (10b) ou deux fentes (10d) sont intégrées à l'intérieur des figures de diffraction.

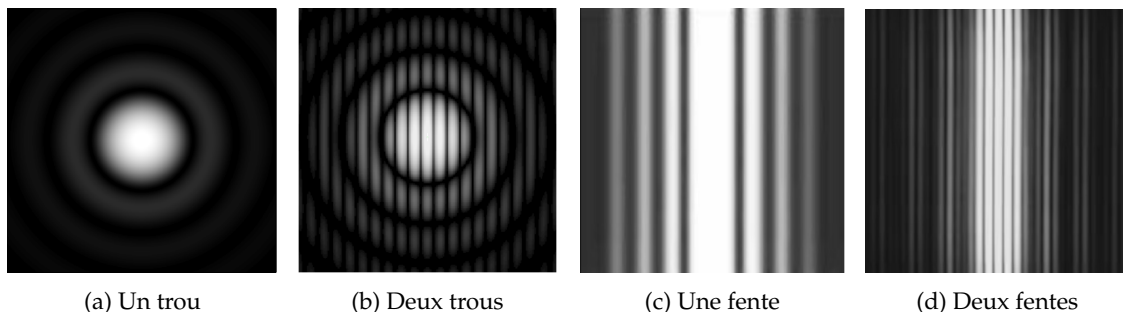


FIGURE 10 – Effets de la diffraction

Pour plus de luminosité, on peut être tenté d'augmenter e la largeur des fentes.

On observe la figure d'interférences par des fentes d'YOUNG, distantes de $a = 200 \mu\text{m}$, éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 600 \mu\text{m}$. On fait varier la largeur des deux fentes e .

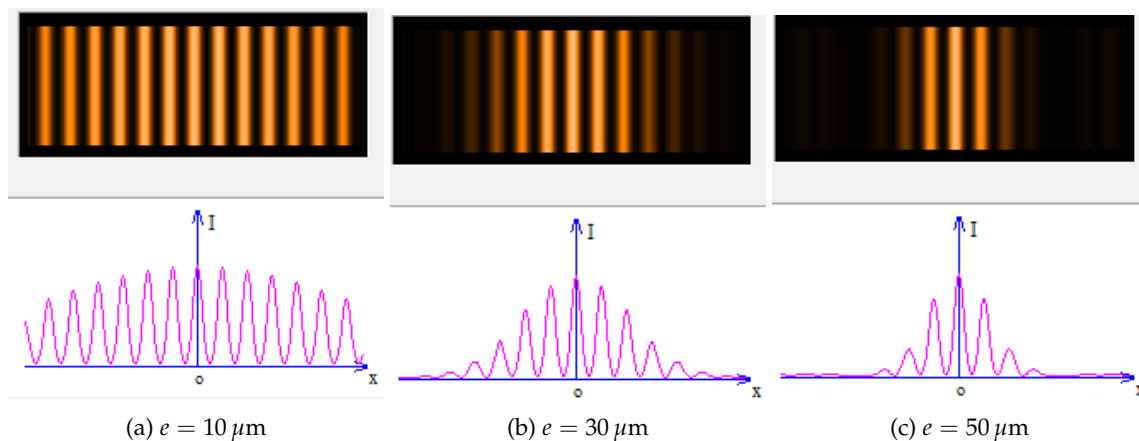


FIGURE 11 – Influence de la largeur e des fentes d'YOUNG

En augmentant la largeur e des fentes du bifente, on rétrécit le cône de diffraction : de moins en moins de franges sont visibles.