MATHÉMATIQUES

01

Statistique à deux variables

1ère Bac Pro | Statistique et probabilités | Mathématiques

Objectifs du chapitre

- Représenter un nuage de points associé à une série statistique à deux variables
- Déterminer un ajustement affine à l'aide de la calculatrice ou d'un tableur
- Utiliser le coefficient de détermination R^2 pour évaluer la qualité d'un ajustement
- Réaliser des interpolations et extrapolations
- Comprendre que corrélation n'implique pas causalité

Situation professionnelle — Fabricant de mobilier

Un fabricant de meubles souhaite comprendre le lien entre le nombre de meubles produits par semaine et le coût total de production. En étudiant ses données sur plusieurs mois, il peut construire un modèle mathématique pour anticiper ses coûts et optimiser sa production. C'est le problème que les statistiques à deux variables permettent de résoudre.

1. Rappels de Seconde

Prérequis

- **Effectif :** nombre d'individus dans une classe ou possédant une valeur donnée.
- **Fréquence :** rapport de l'effectif d'une valeur sur l'effectif total : $f = \dfrac{n_i}{N}$.
- **Moyenne :** $\bar{x} = \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{p} n_i x_i$.
- **Étendue :** différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

2. Série statistique à deux variables

Définition — Série statistique à deux variables :

On étudie simultanément deux caractères quantitatifs x et y sur une même population. On obtient une série de couples $(x_i\,;\,y_i)$ pour $i = 1, 2, \ldots, n$.

Exemple : On mesure la température extérieure x (en $^\circ$C) et la consommation de chauffage y (en kWh) d'un bâtiment chaque mois.

Situation professionnelle — Installateur thermique

Un technicien chauffagiste relève chaque mois la température moyenne extérieure et la consommation énergétique d'un immeuble équipé d'une chaudière collective. Il souhaite établir un lien entre ces deux grandeurs pour anticiper les besoins en combustible.

Mois	Oct.	Nov.	Déc.	Jan.	Fév.	Mars
Température x ($^\circ$C)	12	8	4	2	3	7
Conso. y (MWh)	15	22	31	35	33	24

APPLICATION

Un fabricant de meubles relève la surface de bois utilisée x (en m^2) et le coût de revient y (en €) pour 5 commandes : (2 ; 180), (4 ; 340), (6 ; 510), (8 ; 680), (10 ; 850).

Calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$ de cette série.

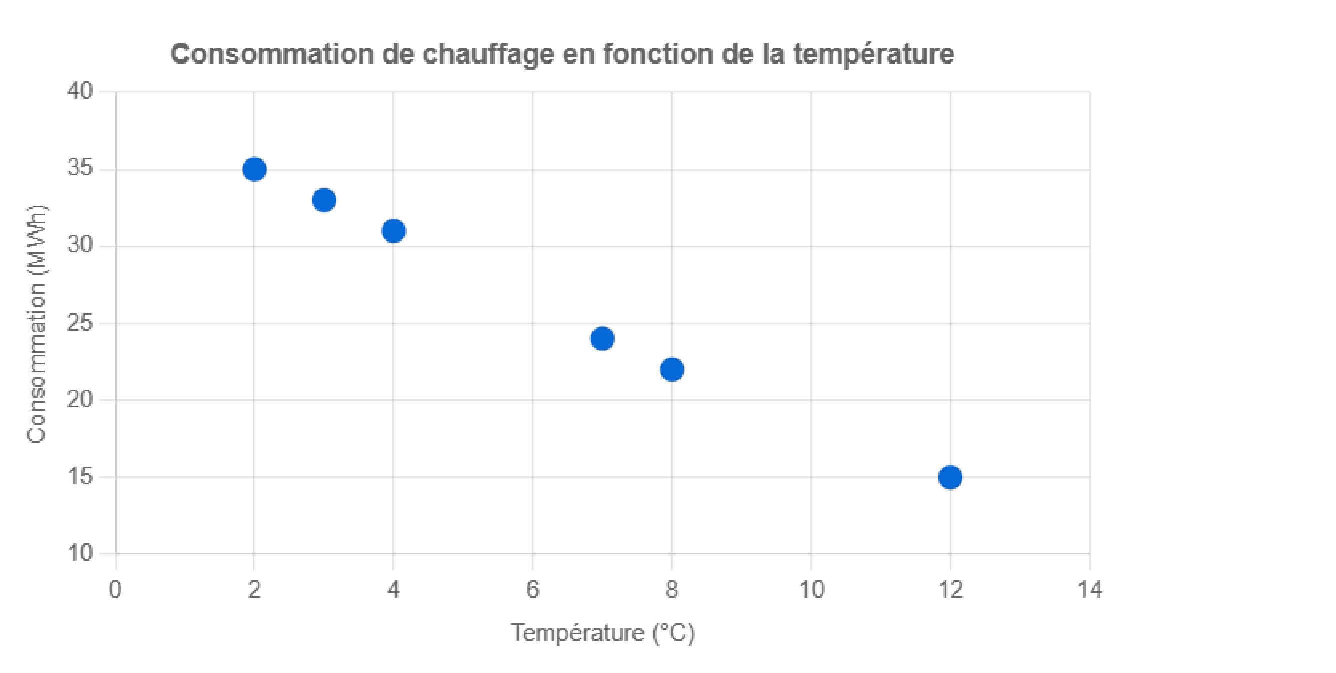
3. Nuage de points

Définition — Nuage de points :
Le **nuage de points** associé à la série $(x_i\,;\,y_i)$ est l'ensemble des points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ placés dans un repère orthogonal.
L'axe horizontal porte la variable x (variable explicative) et l'axe vertical porte la variable y (variable à expliquer).

Méthode — Tracer un nuage de points :

1. Choisir des échelles adaptées pour chaque axe (pas forcément les mêmes).
2. Placer chaque couple $(x_i\,;\,y_i)$ comme un point dans le repère.
3. Observer la forme générale du nuage : alignement, courbe, dispersion.

Exemple — Nuage de points du chauffage



On observe que les points semblent **globalement alignés** : quand la température diminue, la consommation augmente. On dit qu'il y a une **corrélation linéaire négative**.

APPLICATION

Un menuisier mesure la longueur x (en cm) et le prix de vente y (en €) de 4 modèles de planches : (50 ; 12), (100 ; 22), (150 ; 35), (200 ; 48).

Tracer les axes d'un repère avec des échelles adaptées, puis placer les 4 points du nuage.

Que remarque-t-on sur la forme générale du nuage ?

4. Point moyen

Définition — Point moyen :
Le **point moyen** G du nuage a pour coordonnées :

$$G\,(\bar{x}\,;\,\bar{y}) \quad \text{avec} \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i$$

Exemple — Calcul du point moyen

Avec les données du chauffage :

$$\bar{x} = \frac{12+8+4+2+3+7}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{15+22+31+35+33+24}{6} = \frac{160}{6} \approx 26{,}7$$

Le point moyen est $G(6\,;\,26{,}7)$.

Propriété :
La droite d'ajustement (droite de régression) passe toujours par le point moyen $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$.

APPLICATION

Un artisan menuisier relève les données suivantes sur 6 commandes :

x (nombre de portes)	2	4	5	7	8	10
y (heures de travail)	5	9	12	16	18	23

Calculer le point moyen $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$.

5. Ajustement affine — Droite de régression

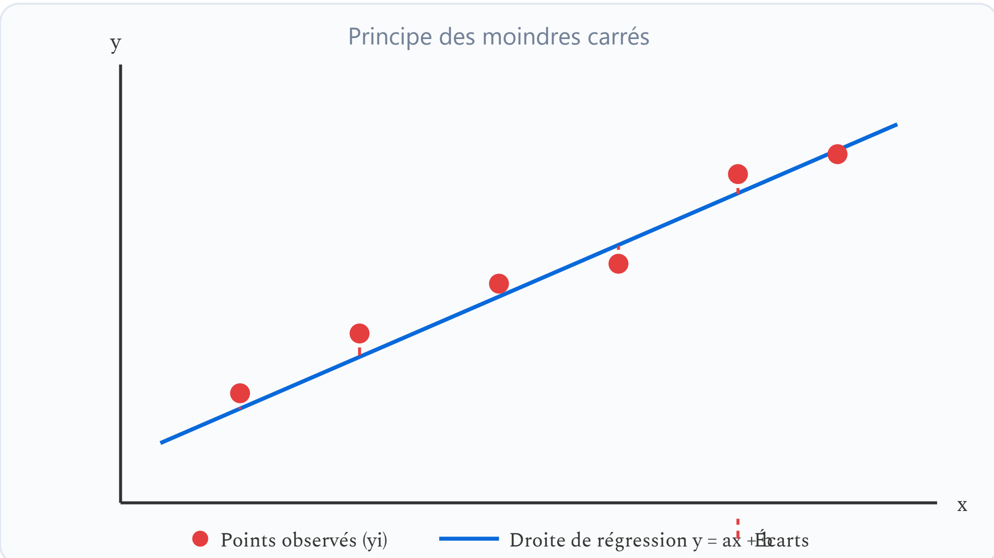
Définition — Ajustement affine :

Réaliser un **ajustement affine** d'un nuage de points, c'est chercher la droite $y = ax + b$ qui « passe au mieux » entre les points du nuage. Cette droite s'appelle la **droite de régression de y en x**.

Définition — Méthode des moindres carrés :

La **méthode des moindres carrés** détermine la droite $y = ax + b$ qui minimise la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs calculées $\hat{y}_i = ax_i + b$:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 \quad \text{est minimale.}$$



Méthode — Obtenir la droite de régression avec la calculatrice :

1. Entrer les données dans les listes (L1 pour x, L2 pour y).
2. Choisir le mode « régression linéaire » (LinReg ou RegLin).
3. Lire les coefficients a et b affichés, ainsi que r ou r^2.
4. Écrire l'équation : $y = ax + b$ et tracer la droite sur le graphique.

Exemple — Droite de régression du chauffage

En utilisant la calculatrice sur les données du chauffage, on obtient :

$$y = -2{,}04x + 38{,}9$$

Vérification : la droite passe-t-elle par le point moyen $G(6\,;\,26{,}7)$?

$$-2{,}04 \times 6 + 38{,}9 = -12{,}24 + 38{,}9 = 26{,}66 \approx 26{,}7 \quad \checkmark$$

Interprétation : quand la température augmente de $1\,^\circ\mathrm{C}$, la consommation diminue d'environ 2 MWh.

APPLICATION

Un technicien d'agencement utilise sa calculatrice sur les données : $(1\,;\,8)$, $(2\,;\,15)$, $(3\,;\,23)$, $(4\,;\,30)$, $(5\,;\,38)$. La calculatrice affiche $y = 7{,}5x + 0{,}3$.

Vérifier que la droite passe par le point moyen G. Interpréter le coefficient directeur.

6. Coefficient de détermination R^2

Définition — Coefficient de détermination :
Le **coefficient de détermination** R^2 (ou r^2) est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la qualité de l'ajustement affine :

- Si R^2 est proche de **1** : l'ajustement est **bon**, les points sont proches de la droite.
- Si R^2 est proche de **0** : l'ajustement est **mauvais**, les points sont très dispersés autour de la droite.

Propriété — Interprétation de R^2 :
R^2 représente la proportion de la variation de y qui est expliquée par la relation linéaire avec x.

Par exemple, si $R^2 = 0{,}95$, cela signifie que 95 % de la variation de y est expliquée par le modèle linéaire.

Bon ajustement	Ajustement moyen	Mauvais ajustement
$R^2 \geqslant 0{,}90$	$0{,}70 \leqslant R^2 < 0{,}90$	$R^2 < 0{,}70$

Exemple — Qualité de l'ajustement du chauffage

La calculatrice donne $r \approx -0{,}99$, donc $R^2 \approx 0{,}98$.

Comme R^2 est très proche de 1, l'ajustement affine est **excellent**. Le modèle linéaire décrit très bien la relation entre la température et la consommation.

Attention — Erreurs fréquentes :

- R^2 proche de 1 ne signifie pas que la relation est exactement linéaire, mais que le modèle linéaire est une bonne approximation.
- Ne pas confondre r (coefficient de corrélation, peut être négatif) et R^2 (toujours positif).
- $r < 0$ signifie une corrélation **négative** (quand x augmente, y diminue).

APPLICATION

La calculatrice donne $r \approx 0{,}85$ pour une série de données sur le temps de séchage d'un vernis en fonction de la température.

1. Calculer R^2. 2. L'ajustement affine est-il de bonne qualité ?

7. Interpolation et extrapolation

Définition — Interpolation :
L'**interpolation** consiste à estimer une valeur de y pour une valeur de x **située à l'intérieur** de la plage de données observées.

Définition — Extrapolation :
L'**extrapolation** consiste à estimer une valeur de y pour une valeur de x **située à l'extérieur** de la plage de données observées.

Attention — Fiabilité :

- L'**interpolation** est généralement **fiable** si l'ajustement est bon (R^2 élevé).
- L'**extrapolation** est **risquée** : rien ne garantit que le modèle reste valable en dehors des données observées.

Exemple — Interpolation et extrapolation

Avec la droite $y = -2{,}04x + 38{,}9$:

Interpolation : estimer la consommation pour $x = 5°\text{C}$ (valeur dans la plage $[2\,;\,12]$) :

$$y = -2{,}04 \times 5 + 38{,}9 = -10{,}2 + 38{,}9 = 28{,}7 \text{ MWh}$$

Cette estimation est **fiable** car 5°C est dans la plage des données.

Extrapolation : estimer la consommation pour $x = 20°\text{C}$:

$$y = -2{,}04 \times 20 + 38{,}9 = -40{,}8 + 38{,}9 = -1{,}9 \text{ MWh}$$

Résultat **absurde** (consommation négative !). L'extrapolation n'est pas fiable ici : en été, le chauffage est simplement éteint.

8. Corrélation et causalité

Définition — Corrélation :
Deux variables sont **corrélées** lorsqu'elles évoluent ensemble de manière régulière (dans le même sens ou en sens contraire). La corrélation se mesure par le coefficient de corrélation r.

Attention fondamentale : Corrélation ne signifie pas causalité !

- Une **corrélation** entre deux variables signifie qu'elles évoluent ensemble.
- Cela ne prouve **pas** que l'une est la **cause** de l'autre.
- Il peut exister un **facteur caché** (variable confondante) qui explique les deux.

Exemples de corrélations trompeuses

Exemple 1 : On observe une corrélation entre les ventes de glaces et les noyades en été. Les glaces causent-elles les noyades ? Non ! C'est la **chaleur** (facteur caché) qui augmente les deux phénomènes.

Exemple 2 : On observe une corrélation entre le nombre de pompiers envoyés et les dégâts d'un incendie. Plus de pompiers causent-ils plus de dégâts ? Non ! C'est la **taille de l'incendie** qui est le facteur commun.

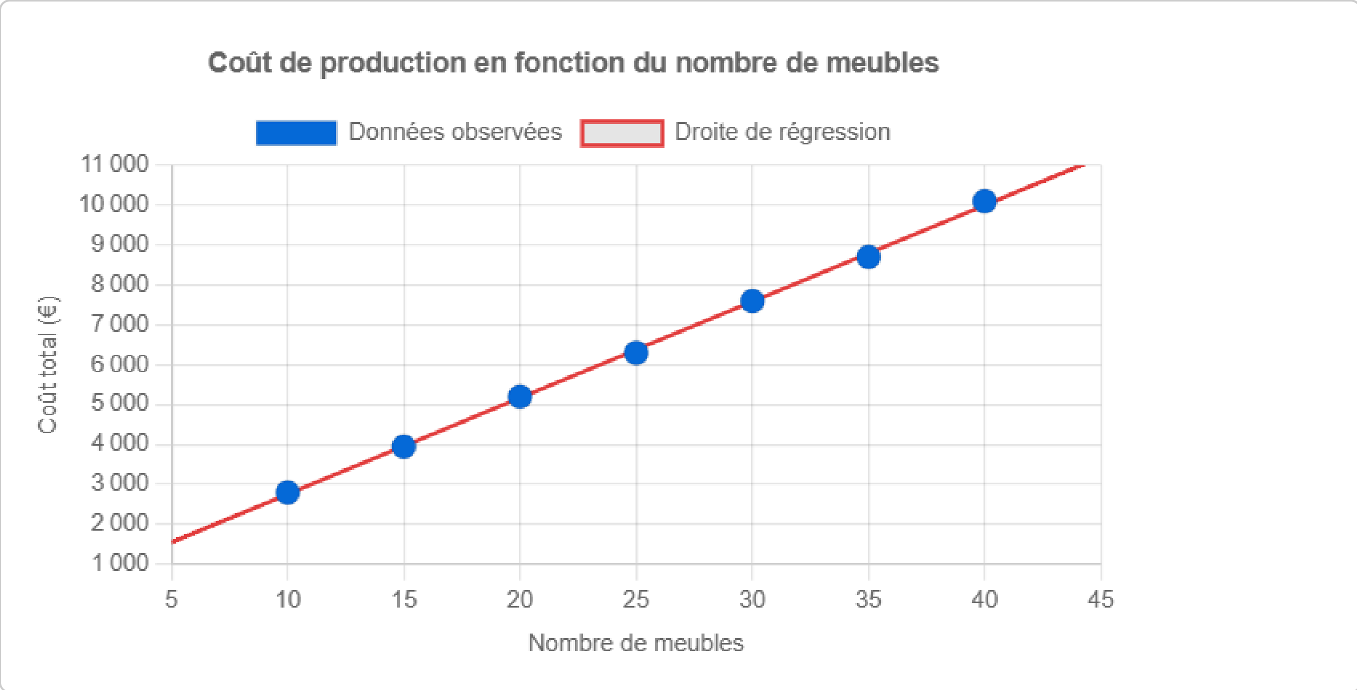
Exemple 3 : Il existe une corrélation entre la consommation de chocolat par pays et le nombre de prix Nobel. Le chocolat rend-il plus intelligent ? Non ! C'est le **niveau de développement économique** qui favorise les deux.

9. Application complète

Situation professionnelle — Menuisier agenceur

Un menuisier agenceur relève le nombre de meubles produits par mois et le coût total de production (en euros) :

Meubles produits x	10	15	20	25	30	35	40
Coût total y (€)	2 800	3 950	5 200	6 300	7 600	8 700	10 100


Coût de production en fonction du nombre de meubles
Données observées
Droite de régression
11 000
10 000
9 000
8 000
7 000
6 000
5 000
4 000
3 000
2 000
1 000
Coût total (€)
5
10
15
20
25
30
35
40
45
Nombre de meubles

Résolution complète

1. Point moyen :

$$\bar{x} = \frac{10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 40}{7} = \frac{175}{7} = 25$$

$$\bar{y} = \frac{2800 + 3950 + 5200 + 6300 + 7600 + 8700 + 10100}{7} = \frac{44650}{7} \approx 6378{,}6$$

Point moyen : $G(25\,;\ 6378{,}6)$.

2. Droite de régression (calculatrice) :

$$y = 241{,}4x + 342{,}9$$

3. Qualité : $R^2 \approx 0{,}999$ — ajustement excellent.

4. Interpolation : coût pour 22 meubles ?

$$y = 241{,}4 \times 22 + 342{,}9 = 5\,310{,}8 + 342{,}9 = 5\,653{,}7 \text{ €}$$

5. Extrapolation : coût pour 100 meubles ?

$$y = 241{,}4 \times 100 + 342{,}9 = 24\,482{,}9 \text{ €}$$

Attention : cette extrapolation est **risquée**. Pour de grandes quantités, des économies d'échelle ou des coûts supplémentaires peuvent modifier la relation.

À retenir

- Un **nuage de points** représente graphiquement une série à deux variables.
- Le **point moyen** $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$ est le « centre de gravité » du nuage.
- La **droite de régression** $y = ax + b$ (moindres carrés) passe par G.
- Le **coefficient de détermination** R^2 mesure la qualité de l'ajustement : proche de 1 = bon.
- **Interpolation** (dans la plage) est fiable ; **extrapolation** (hors plage) est risquée.
- **Corrélation ne signifie pas causalité :** un lien statistique ne prouve pas un lien de cause à effet.

10. Erreurs fréquentes

❌ **Confondre r et R^2**

Le coefficient de corrélation r peut être négatif (corrélation négative), alors que $R^2 = r^2$ est toujours positif et compris entre 0 et 1.

Conseil : toujours lire attentivement ce qu'affiche la calculatrice et bien distinguer r et r^2.

❌ **Extrapoler sans précaution**

Utiliser la droite de régression pour des valeurs très éloignées des données observées peut donner des résultats absurdes (consommation négative, par exemple).

Conseil : signaler toujours que l'extrapolation est risquée et vérifier que le résultat est physiquement cohérent.

❌ **Confondre corrélation et causalité**

Un R^2 proche de 1 indique que le modèle linéaire est bon, mais ne prouve pas que x est la cause de y.

Conseil : toujours rechercher une explication logique avant de conclure à une relation de cause à effet.

Oublier de vérifier que la droite passe par G

La droite de régression passe toujours par le point moyen $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$. C'est une propriété fondamentale qui permet de vérifier ses calculs.

Conseil : calculer $a\bar{x} + b$ et comparer à $\bar{y}$ pour valider la droite obtenue.

Inverser les variables x et y

La droite de régression de y en x sert à estimer y à partir de x, pas l'inverse. Inverser les rôles donne une droite différente.

Conseil : identifier clairement quelle variable est « explicative » (x) et laquelle est « à expliquer » (y).

Simulation interactive

[Statistiques à deux variables]

MATHÉMATIQUES

01

Statistique à deux variables

Statistique à deux variables | 1ère Bac Pro

Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

🎯 Objectifs du chapitre — cliquer pour développer

Rappels essentiels

- **Point moyen :** $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$
- **Droite de régression :** $y = ax + b$ (moindres carrés, passe par G)
- R^2 **proche de 1 :** bon ajustement | R^2 **proche de 0 :** mauvais ajustement
- **Interpolation :** estimation dans la plage (fiable) | **Extrapolation :** hors plage (risquée)

Exercices guidés pas à pas

EXERCICE 1 **Point moyen — Ventes de bois** SOCLE

Un menuisier relève ses ventes mensuelles (en m^3) et son chiffre d'affaires (en €) :

x (m^3)	5	8	12	15	20
y (€)	1 200	1 900	2 850	3 600	4 800

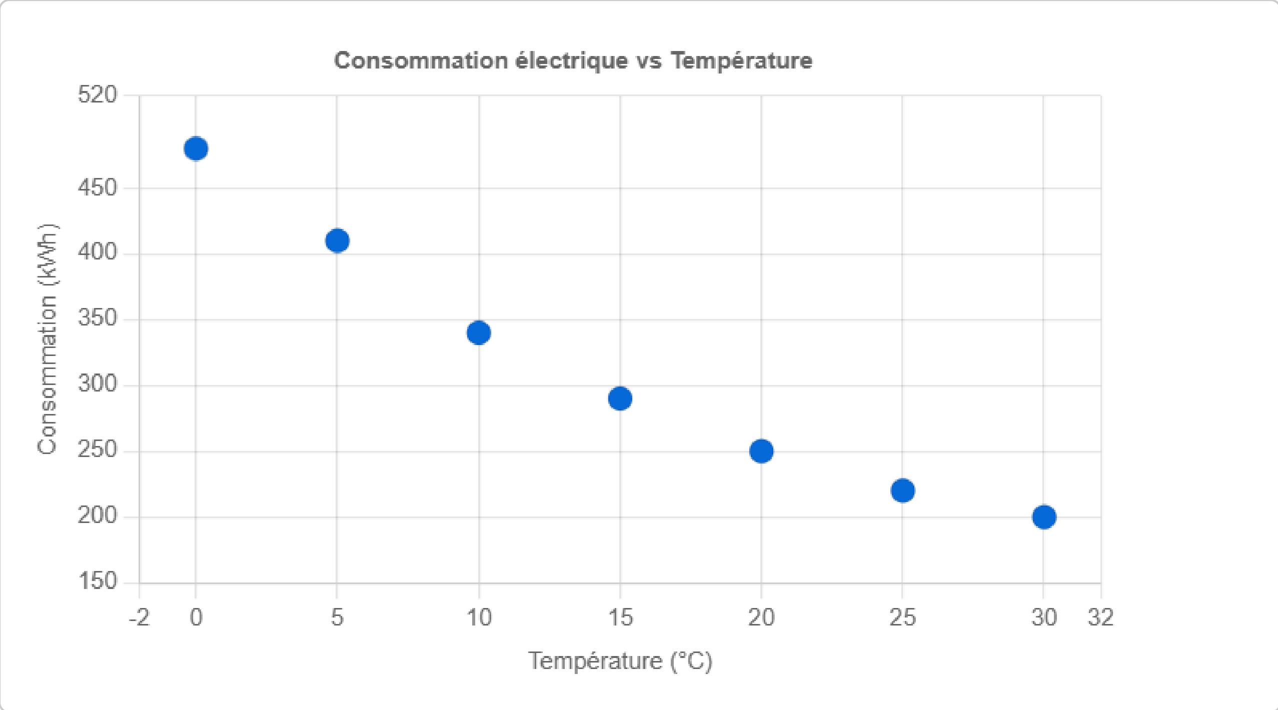
a. Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$.

b. Placer les points et G dans un repère.

Mes calculs :

EXERCICE 2 **Lecture d'un nuage — Température et consommation** SOCLE

Le nuage de points ci-dessous représente la consommation électrique (en kWh) d'un atelier de menuiserie en fonction de la température extérieure (en °C).



a. Les points semblent-ils alignés ? Justifier.

b. La corrélation est-elle positive ou négative ? Expliquer.

c. Calculer le point moyen G.

Mes calculs :

EXERCICE 3 **Vérification de la droite — Passage par le point moyen** SOCLE

On donne la droite de régression $y = 3{,}2x + 14$ pour une série dont le point moyen est $G(10\,;\,46)$.

a. Vérifier que la droite passe par le point moyen.

b. Calculer y pour $x = 7$. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation si les données vont de $x = 4$ à $x = 18$?

Mes calculs :

EXERCICE 4 Régression complète — Entraînement sportif SOCLE

Un entraîneur relève la distance parcourue (en km) et la fréquence cardiaque moyenne (en bpm) lors de courses de durées différentes :

Distance x (km)	3	5	8	10	12	15
FC moyenne y (bpm)	125	138	150	158	165	175

a. Calculer le point moyen $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$.

Étape 1 : Additionner toutes les valeurs de x : $3+5+8+10+12+15=\ldots$ puis diviser par 6.

Étape 2 : Faire de même pour les valeurs de y.

b. La calculatrice donne : $y=4{,}12x+112{,}7$ et $r=0{,}998$. Calculer R^2 et commenter la qualité de l'ajustement.

Aide : $R^2=r^2=(0{,}998)^2=\ldots$ Si R^2 est proche de 1, l'ajustement est bon.

c. Estimer la fréquence cardiaque pour une course de 7 km. Est-ce une interpolation ?

Étape 1 : Remplacer x par 7 dans l'équation : $y=4{,}12\times 7+112{,}7=\ldots$

Étape 2 : Vérifier si 7 est dans la plage des données $[3\,;\,15]$.

d. Estimer la fréquence cardiaque pour une course de 25 km. Commenter.

Aide : 25 est-il dans la plage $[3\,;\,15]$? Si non, c'est une extrapolation. Le résultat est-il réaliste ?

Mes calculs :

EXERCICE 5 Ajustement et R^2 — Isolation thermique SOCLE

Un installateur thermique étudie le lien entre l'épaisseur d'isolant (en cm) et la déperdition thermique (en W/m^2) d'un mur :

Épaisseur x (cm)	2	4	6	8	10	12	14
Déperdition y (W/m^2)	42	35	28	23	19	16	14

a. Représenter le nuage de points.

Aide : Placer chaque couple $(x\,;\,y)$ dans un repère. L'axe horizontal représente l'épaisseur, l'axe vertical la déperdition.

b. Le nuage semble-t-il linéaire ?

Aide : Les points sont-ils à peu près alignés ? Si oui, un ajustement affine est envisageable.

c. La calculatrice donne $y = -2{,}29x + 44{,}5$ et $R^2 = 0{,}98$. L'ajustement est-il pertinent ?

Aide : Comparer R^2 à 0,90. Si $R^2 \geq 0{,}90$, l'ajustement est pertinent.

d. Quelle épaisseur d'isolant faudrait-il pour une déperdition de 10 W/m^2 ? S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ?

Étape 1 : Remplacer y par 10 dans l'équation : $10 = -2{,}29x + 44{,}5$.

Étape 2 : Isoler x : $2{,}29x = 44{,}5 - 10 = \ldots$ puis $x = \ldots$

Étape 3 : La valeur trouvée est-elle dans la plage $[2\,;\,14]$?

Mes calculs :

EXERCICE 6 **Corrélation et causalité** SOCLE

Pour chaque situation, indiquer s'il y a corrélation et si on peut conclure à une relation de causalité. Justifier.

Rappel : **Corrélation** = deux grandeurs évoluent ensemble. **Causalité** = l'une est la cause directe de l'autre. Attention : corrélation ≠ causalité !

a. On observe que dans les pays où l'on mange le plus de fromage, il y a plus de lauréats du prix Nobel.

Aide : Y a-t-il un lien direct entre manger du fromage et gagner un Nobel ? Ou bien un facteur caché (richesse du pays) pourrait-il expliquer les deux ?

b. Un médecin du sport observe que plus un athlète s'entraîne (en heures/semaine), plus son temps au 100 m diminue.

Aide : L'entraînement peut-il directement améliorer la performance ? Existe-t-il un mécanisme causal ?

c. On constate qu'en hiver, les ventes de manteaux et les accidents de la route augmentent simultanément.

Aide : Acheter un manteau provoque-t-il un accident ? Chercher le facteur commun qui influence les deux.

Mes calculs :

Exercices d'application

EXERCICE 7 **Étude complète — Évolution du prix de l'énergie** STANDARD

Un technicien chauffagiste analyse l'évolution du prix du gaz naturel (en €/MWh) sur 7 ans :

Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Rang x	1	2	3	4	5	6	7
Prix y (€/MWh)	22	24	19	35	85	45	38

a. Tracer le nuage de points.

b. Calculer le point moyen.

c. La calculatrice donne $y = 6{,}11x + 14{,}1$ et $R^2 = 0{,}36$. L'ajustement affine est-il pertinent ? Justifier.

d. Expliquer pourquoi un ajustement affine ne convient pas ici.

Mes calculs :

EXERCICE 8 **Problème complet — Production d'un atelier** STANDARD

Un ébéniste relève le nombre d'heures travaillées et le nombre de pièces produites chaque semaine :

Heures x	20	25	30	35	40	45
Pièces y	12	16	19	22	26	29

a. Calculer le point moyen.

b. La régression linéaire donne $y = 0{,}672x - 1{,}33$ avec $R^2 = 0{,}998$. Interpréter le coefficient $a = 0{,}672$.

c. Combien de pièces peut-on espérer produire en 38 heures ?

d. Combien d'heures faut-il pour produire 25 pièces ?

e. Est-il raisonnable d'utiliser ce modèle pour prévoir la production en 80 heures ? Justifier.

Mes calculs :

EXERCICE 9 **Comparaison de deux ajustements** STANDARD

Un installateur thermique compare deux types de radiateurs. Pour chacun, il mesure la puissance électrique consommée x (en W) et la température obtenue y (en $°$C) dans une pièce de 15 m^2.

Radiateur A : $y = 0{,}012x + 14$ avec $R^2 = 0{,}97$

Radiateur B : $y = 0{,}015x + 12$ avec $R^2 = 0{,}85$

a. Quel radiateur a le meilleur ajustement affine ? Justifier.

b. Pour quel radiateur la température augmente-t-elle le plus vite avec la puissance ?

c. Quelle puissance faut-il au radiateur A pour atteindre 22°C ?

Mes calculs :

Exercices d'approfondissement

EXERCICE 10 Problème ouvert — Consommation et climat APPROFONDISSEMENT

Une collectivité locale relève la température moyenne annuelle et la consommation de chauffage de 8 bâtiments publics :

Bâtiment	A	B	C	D	E	F	G	H
Surface (m^2)	200	350	500	180	420	600	280	450
Conso. (MWh)	32	55	82	30	68	95	44	73

a. Calculer le point moyen.

b. Tracer le nuage de points. L'ajustement affine semble-t-il pertinent ?

c. La régression donne $y = 0{,}16x + 0{,}25$ et $R^2 = 0{,}998$. Interpréter.

d. Estimer la consommation d'un bâtiment de 1 000 m^2. Discuter la fiabilité.

e. Le bâtiment D (180 m^2, 30 MWh) consomme-t-il plus ou moins que prévu par le modèle ?

Mes calculs :

EXERCICE 11 **Tableur et régression — Projet professionnel** APPROFONDISSEMENT

Un agenceur d'intérieur utilise un tableur pour analyser le lien entre le budget d'un client (en k€) et la surface aménagée (en m^2). Voici un extrait :

Client	1	2	3	4	5	6	7	8
Budget x (k€)	5	8	12	15	20	25	30	35
Surface y (m^2)	8	14	20	24	32	38	46	54

a. Calculer le point moyen.

b. La régression donne $y = 1{,}52x + 0{,}5$ et $R^2 = 0{,}998$. Interpréter le coefficient 1,52.

c. Un client dispose de 18 k€. Quelle surface peut-il espérer faire aménager ?

d. Un client souhaite aménager 40 m^2. Quel budget doit-il prévoir ?

Mes calculs :

EXERCICE 12 **Synthèse — Choisir le bon modèle** APPROFONDISSEMENT

On dispose de trois séries statistiques à deux variables. Pour chacune, la calculatrice donne :

Série	Équation de régression	R^2
Série 1	$y = 2{,}5x + 10$	**0,97**
Série 2	$y = -0{,}8x + 50$	0,62
Série 3	$y = 1{,}1x - 3$	**0,91**

a. Pour quelle(s) série(s) l'ajustement affine est-il pertinent ?

b. Pour la série 2, que peut-on dire ? Proposer une explication.

c. Pour la série 1, le coefficient directeur est positif. Que cela signifie-t-il ?

Mes calculs :

MATHÉMATIQUES

01

Statistique à deux variables

Statistique à deux variables | 1ère Bac Pro

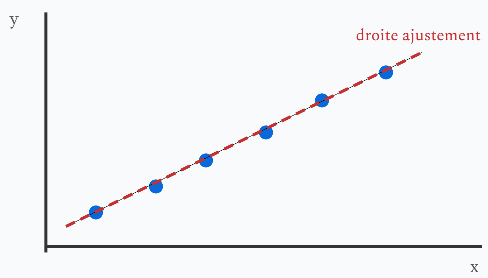
Socle | Standard | Approfondissement | Tout voir

🎯 **Objectifs du chapitre** cliquer pour développer

🕐 **Durée :** 1 heure 🧮 **Calculatrice :** autorisée ✍️ **Barème :** 20 points

📄 **Documents :** non autorisés

APP - S'Approprier | ANA - Analyser | REA - Réaliser | VAL - Valider | COM - Communiquer

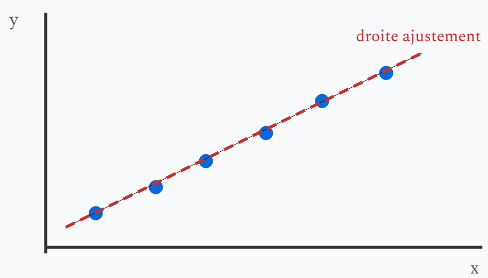


Nuage de points et droite d'ajustement

SOCLE

Exercice 1 – Surface et prix de chantier

8 points



Nuage de points et droite d'ajustement

Un menuisier agenceur propose des chantiers de pose de parquet. On relève la surface posée x (en m^2) et le prix facturé y (en euros) pour 5 chantiers.

Surface x (m^2)	10	20	30	40	50
Prix y (€)	500	900	1 300	1 700	2 100

1. APP Identifier la variable explicative et la variable expliquée en complétant : *(1 pt)*

Aide : La variable explicative est celle qui « explique » l'autre. Ici, c'est la surface qui détermine le prix.

Variable explicative : x = ... Variable expliquée : y = ...

2. REA Placer les 5 points dans le repère ci-dessous. *(2 pts)*

Aide : Le premier point est $(10\ ;\ 500)$. Repérer 10 sur l'axe horizontal et 500 sur l'axe vertical.

Repère à compléter sur la copie :

Axe horizontal : surface x (de 0 à 60 m^2) — Axe vertical : prix y (de 0 à 2 500 €)

3. ANA Les points semblent-ils alignés ? Si oui, quand la surface augmente, que fait le prix ? *(2 pts)*

Aide : Observez le nuage : les points montent-ils de gauche à droite ? C'est une corrélation **positive**.

4. REA Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}\ ;\ \bar{y})$. *(2 pts)*

Étape 1 : Calculer $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{10 + 20 + 30 + 40 + 50}{5} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{5} = \ldots\ldots\ldots$$

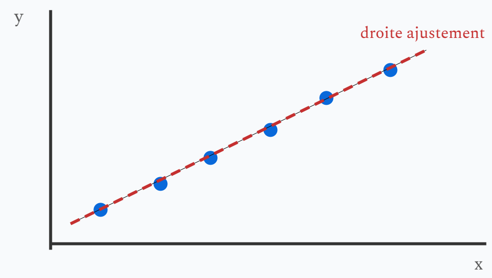
Étape 2 : Calculer $\bar{y}$:

$$\bar{y} = \frac{500 + 900 + 1\,300 + 1\,700 + 2\,100}{5} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{5} = \ldots\ldots\ldots$$

5. COM Placer le point G sur le graphique. *(1 pt)*

Exercice 2 – Droite de régression et prévisions

12 points



Nuage de points et droite d'ajustement

On reprend les données de l'exercice 1. La droite de régression a pour équation $y = ax + b$. On donne : $a = 40$.

1. REA La droite passe par le point moyen $G(30\ ;\ 1\,300)$. Calculer b. *(2 pts)*

Étape 1 : Remplacer x et y par les coordonnées de G :

$$1\,300 = 40 \times 30 + b$$

Étape 2 : Calculer $40 \times 30 = \ldots\ldots\ldots$

Étape 3 : En déduire $b = 1\,300 - \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

2. COM Recopier et compléter : « L'équation de la droite est $y = \ldots\ldots\ldots x + \ldots\ldots\ldots$ ». *(1 pt)*

3. REA Tracer la droite sur le graphique de l'exercice 1. *(2 pts)*

Aide : Calculer y pour $x = 0$ et $x = 50$, puis relier ces deux points.

---

4. APP Un client veut poser du parquet sur 35 m². Estimer le prix avec la droite. *(2 pts)*

Étape 1 : Remplacer x par 35 : $y = 40 \times 35 + \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$ €

---

5. ANA Un autre client a un budget de 1 500 €. Quelle surface maximale peut-il faire poser ? *(3 pts)*

Étape 1 : On cherche x tel que $y = 1\,500$. Écrire l'équation :

$1\,500 = 40x + \ldots\ldots\ldots$

Étape 2 : Isoler x : $40x = 1\,500 - \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

Étape 3 : $x = \dfrac{\ldots\ldots\ldots}{40} = \ldots\ldots\ldots$ m²

6. VAL Vérifier sur le graphique que le résultat est cohérent. *(2 pts)*

STANDARD

Exercice 1 – Surface et prix de chantier

8 points

Une entreprise de construction propose des chantiers de rénovation de toiture. On relève la surface rénovée x (en m²) et le prix facturé y (en euros) pour 7 chantiers réalisés.

Surface x (m^2)	20	35	50	65	80	100	120
Prix y (€)	1 200	1 950	2 800	3 500	4 300	5 400	6 500

1. APP Identifier la variable explicative et la variable expliquée. *(1 pt)*

2. REA Placer les points du nuage statistique dans le repère ci-dessous. *(2 pts)*

Repère à compléter sur la copie :

Axe horizontal : surface x (de 0 à 130 m^2) — Axe vertical : prix y (de 0 à 7 000 €)

3. ANA Le nuage de points semble-t-il indiquer une corrélation entre les deux variables ? Si oui, de quel type ? Justifier. *(2 pts)*

4. REA Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}\,;\,\bar{y})$. Arrondir au dixième. *(2 pts)*

5. COM Placer le point G sur le graphique et vérifier qu'il est bien « au centre » du nuage. *(1 pt)*

Exercice 2 – Droite de régression et prévisions

12 points

On reprend les données de l'exercice 1. On admet que la droite de régression de y en x a pour équation $y = ax + b$ et qu'elle passe par le point moyen G.

On donne : $a \approx 52{,}8$.

1. REA En utilisant le fait que la droite passe par $G(67{,}1\ ;\ 3\,664{,}3)$, calculer la valeur de b. Arrondir à l'unité. *(2 pts)*

2. COM Écrire l'équation complète de la droite de régression. *(1 pt)*

3. REA Tracer la droite de régression sur le graphique de l'exercice 1. *(2 pts)*

4. APP Un client demande un devis pour rénover une toiture de 90 m^2. Utiliser l'équation de la droite pour estimer le prix. *(2 pts)*

5. ANA Un autre client a un budget de 4 000 €. Quelle surface maximale peut-il faire rénover ? Détailler le calcul. *(3 pts)*

6. VAL Vérifier graphiquement la réponse de la question 5 et indiquer si le résultat est cohérent. *(2 pts)*

APPROFONDISSEMENT

Exercice 1 – Analyse statistique d'un devis de menuiserie

8 points

Un atelier de menuiserie d'agencement réalise des meubles sur mesure. Le responsable d'atelier a relevé, pour 8 commandes récentes, le volume de bois utilisé x (en m^3) et le prix de vente y (en euros).

Volume x (m^3)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
Prix y (€)	850	1 400	2 100	2 650	3 350	3 800	4 500	5 100

1. APP Identifier les variables et justifier le choix de la variable explicative dans ce contexte professionnel. *(1,5 pt)*

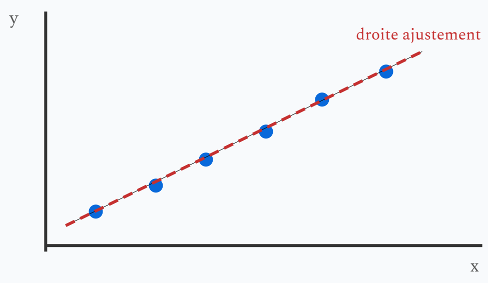
2. REA Représenter le nuage de points dans un repère adapté et calculer les coordonnées du point moyen G. *(2,5 pts)*

3. ANA Décrire la corrélation observée. Expliquer pourquoi un modèle linéaire est pertinent ici et dans quelles limites ce modèle est valable. *(2 pts)*

4. VAL Un deuxième relevé donne le point $(5{,}0\ ;\ 7\,200)$. Ce point est-il cohérent avec la tendance du nuage ? Argumenter. *(2 pts)*

Exercice 2 – Modélisation et prise de décision

12 points



Nuage de points et droite d'ajustement

On reprend les données de l'exercice 1. À l'aide de la calculatrice, on obtient la droite de régression $y = ax + b$ avec $a \approx 1\,210$ et $b \approx 246$.

1. REA Vérifier que la droite passe bien par le point moyen G (aux arrondis près). *(1,5 pt)*

2. REA Tracer la droite de régression et estimer le prix d'un meuble nécessitant 2,8 m^3 de bois. *(2 pts)*

3. ANA Un client dispose d'un budget maximal de 3 500 €. Déterminer par le calcul le volume maximal de bois que l'atelier peut utiliser pour respecter ce budget. *(2 pts)*

4. ANA Le coût de revient pour l'atelier est estimé à $C(x) = 900x + 200$ (en euros). Exprimer le bénéfice $B(x) = y - C(x)$ en fonction de x. Pour quel volume le bénéfice dépasse-t-il 1 000 € ? *(3,5 pts)*

5. VAL Le responsable envisage d'accepter une commande à 6 000 € pour un volume de 4,5 m^3. Cette commande est-elle rentable ? Justifier en calculant le bénéfice réel et en le comparant au bénéfice prévu par le modèle. *(3 pts)*